REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2011–01–13, kl 8:00–13:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande), räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 790 7242 alt. 070 565 5846

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2011-02-03.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Då man applicerar insignalen

$$u(t) = A\sin(\omega t + \varphi), \quad t \geq 0$$

på ett första ordningens system

$$\dot{y}(t) + y(t) = u(t), \quad y(0) = 0$$

får man utsignalen

$$y(t) = 2\sin(2t).$$

Bestäm insignalens amplitud A, frekvens ω samt fas φ. (3p)

(b) Konstruera en PI-regulator för systemet

$$G(s) = \frac{10}{s+1}$$

så att det återkopplade systemets känslighetsfunktion blir

$$S(s) = \frac{s}{s+1}.$$

(2p)

(c) Linjärisera den olinjära differentialekvationen

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -x^2(t) \\ y(t) &= x(t) \end{aligned}$$

runt stationär punkt. (2p)

(d) Genom att approximera en PI-regulator med Euler bakåt med samplingsintervall $T = 1$ fås den tidsdiskreta regulatorn

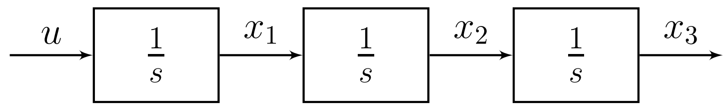
$$u(t) = u(t-1) + 2e(t) - e(t-1)$$

Ange parametrarna K och T_I för motsvarande tidskontinuerliga PI-regulator

$$u(t) = K\left[e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)d\tau\right]$$

(3p)

2. Ett system bestående av tre seriekopplade integratorer ges i figuren nedan. Variablerna $x_1(t)$, $x_2(t)$ och $x_3(t)$ betecknar utsignal från respektive integrator och $u(t)$ betecknar insignal till första integratorn.



(a) Ställ upp en tillståndsmodell för systemet med de variabler som angivits i figuren. Antag att $x_3(t)$ kan mätas, dvs $y(t) = x_3(t)$. (2p)

(b) Bestäm, med hjälp av tillståndsmodellen i Uppgift a), en observatör med observatörspoler i -2. (3p)

(c) Man vill analysera observatören

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K[y(t) - C\hat{x}(t)]$$

där tillståndsmodellen A, B, C kommer från Uppgift a) och

$$K = k \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad k > 0$$

Observatörens poler ges då av

$$s^3 + k[s^2 + s + 1] = 0$$

Rita en rotort för observatörens poler som funktion av k ($k \geq 0$) och ange för vilka värden på k som observatörsdynamiken är stabil. (5p)

3. Uppgiften går ut på att styra propellern på en undervattensrobot för att reglera dess höjd över botten. Överföringsfunktionen från motorpådrag till höjd ges av

$$G(s) = \frac{1.8(s+3)}{s(s^2+1.6s+4)}$$

Bodediagram för $G(s)$ ges på nästa sida. Följande återkopplade reglering används

$$U(s) = F(s)[R(s) - Y(s)]$$

och den nuvarande regulatorn är en P-regulator med förstärkning 1, dvs

$$F(s) = 1$$

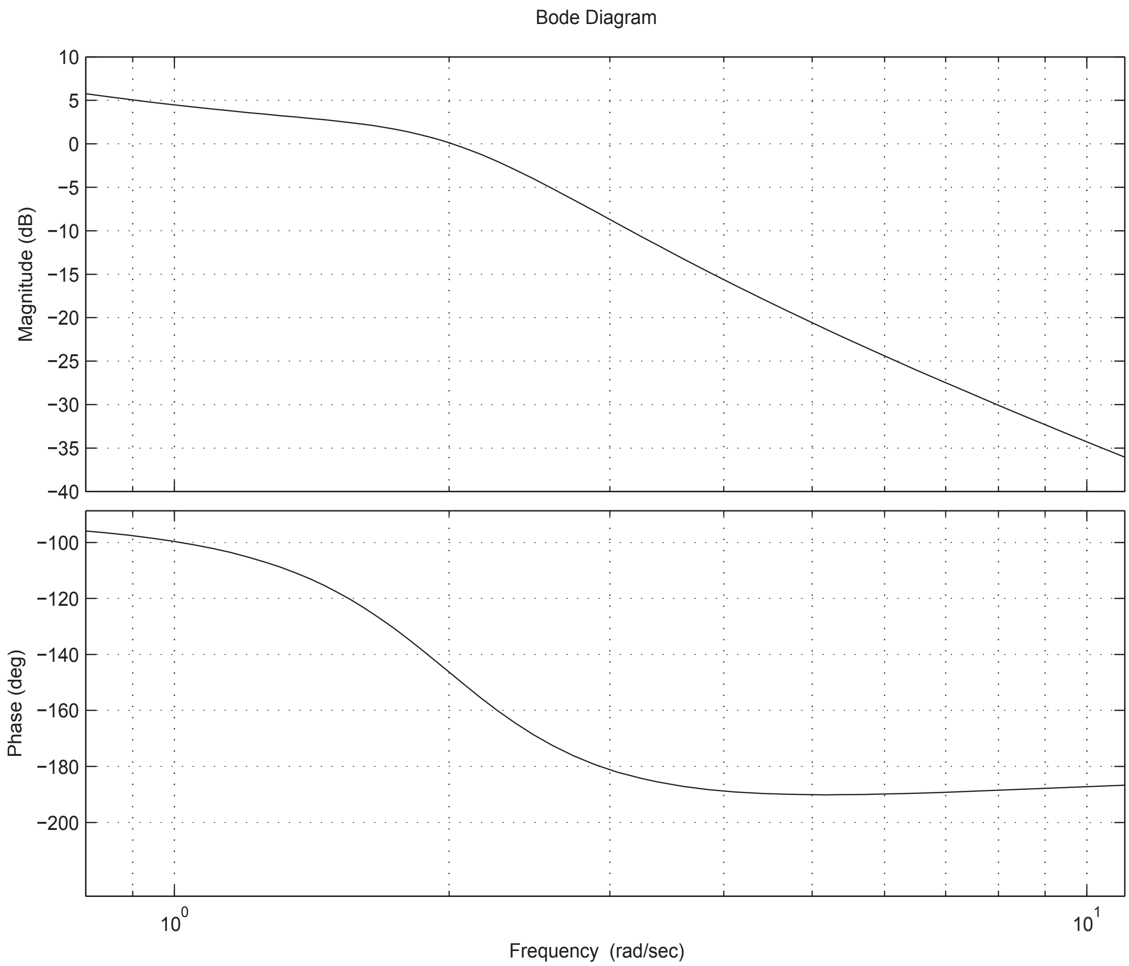
Det slutna systemets beteende med denna regulator är för långsamt.

(a) Konstruera en regulator så att det återkopplade systemetet blir ungefär dubbelt så snabbt och har samma fasmarginal som det ursprungliga P-reglerade systemet. Det får inte finnas något stationärt fel då referenssignal är en ramp. (7p)

(b) Man misstänker att det verkliga systemet innehåller en tidsfördröjning, $T = 1$,

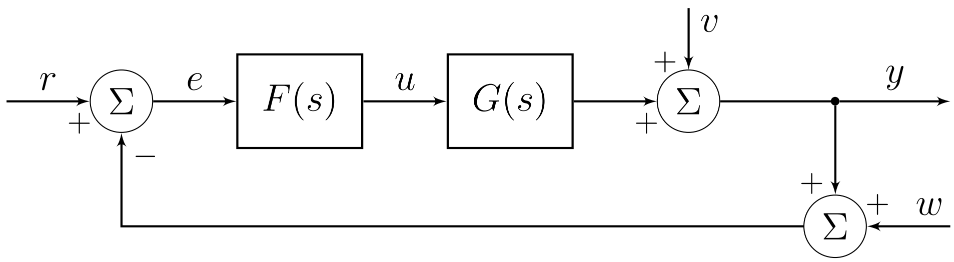
$$G^o(s) = G(s)e^{-s}.$$

Kan detta ge upphov till några problem för din regulatordesign i Uppgift a)? (3p)



Figur 1: Bodediagram för $G(s)$ i Uppgift 3.

4. Blockdiagrammet nedan visar ett återkopplat system där regulatorn $F(s)$ är vald så att det slutna systemet blir stabilt.



Om $r(t) = w(t) = 0$, (identiskt noll) och

$$v(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0, \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

blir utsignalen $y(t) = 0.2 + 0.8e^{-t}$.

(a) Bestäm överföringsfunktionen från mätfel $w(t)$ till utsignal $y(t)$ samt räkna ut motsvarande stationära värde på $y(t)$ då $r(t) = v(t) = 0$ och

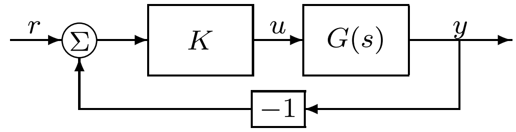
$$w(t) = \begin{cases} -0.1 & t \geq 0, \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

(4p)

(b) Antag att regulatorn $F(s)$ är en P-regulator och att vi vill ändra på regulatorns förstärkning K så att inverkan på $y(t)$ från en störning $v(t) = 1$ och från ett mätfel $w(t) = -0.1$ stationärt blir lika stora. Här antas att $r(t) = 0$. Ange hur mycket vi behöver ändra regulatorförstärkningen så att detta är fallet. Ange också motsvarande stationära värde på $y(t)$ för de två fallen. (6p)

5. Vi vill analysera P-reglering av ett första ordningens **instabilt** system

$$G(s) = \frac{1}{s+a}, \quad a < 0$$



En alternativ definition av stigtid är

$$\bar{T}_r = \max\{T : \; y(t) \leq \frac{t}{T}, \quad 0 \leq t \leq T\}$$

då referensignalen är ett enhetssteg. Låt

$$\bar{M} = \max[y(t) - 1],$$

dvs det maximala positiva felet vid ett stegsvar. Antag att P-regulatorn förstärkning väljs så att motsvarande återkopplade systemet är stabilt. Visa att då gäller att

$$\bar{M} \geq (-a)\bar{T}_r$$

Detta resultat visar att snabbhet och översläng för instabila system är starkt kopplade, dvs man får en stort reglerfel om stigtiden är stor relativt till den instabila polen. (10p)