REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2011–06–10, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

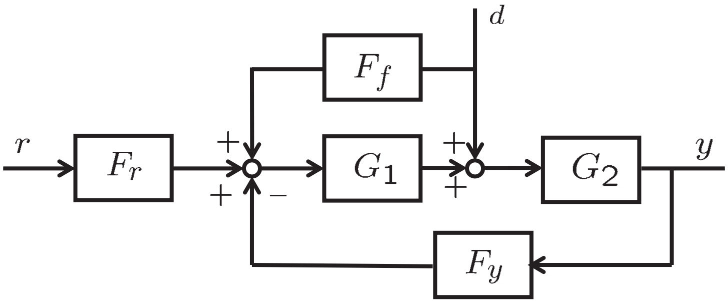
Jourhavande lärare: Bo Wahlberg, 070-565 5846

Ansvarig lärare: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2011-07-01.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!



Figur 1: Blockdiagram i Uppgift 1.

1. (a) I Figur 1 visas en process och en regulator med både framkopplings- och återkopplingslänkar. Härled (uttryck i $G_1(s), G_2(s), F_y(s), F_r(s)$ och $F_f(s)$)

   (i) överföringsfunktionen från referenssignalen r till utsignalen y,

   (ii) överföringsfunktionen från störsignalen d till utsignalen y.

   (4p)

   (b) Antag att processen i Figur 1 har överföringsfunktionerna $G_1(s) = \dfrac{s+2}{s^2+2s+1}$ och $G_2(s) = \dfrac{1}{s+3}$. Ta fram en lämplig framkoppling $F_f(s)$ för att eliminera inverkan av störningen d. Diskutera även hur du enkelt kan implementera framkopplingen om målet är att eliminera konstanta störsignaler i stationäritet.

   (2p)

   (c) Antag att ett linjärt system är i vila till tidpunkten $t = 0$, d.v.s. dess utsignal är $y(t) = 0$, $t < 0$. Ett enhetssteg appliceras sedan som insignal,

$$u(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t \geq 0, \end{cases}$$

   och utsignalen blir $y(t) = 2(1 - e^{-t/3})$, $t \geq 0$.

   (i) Vad är systemets överföringsfunktion?

   (ii) Vad är systemets impulssvar?

   (4p)

2. Låt oss betrakta ett system med tillståndsmodell

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u,$$

och

$$y = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} x.$$

(a) Visa att systemet är både styrbart och observerbart.

(2p)

(b) Bestäm en tillståndsåterkoppling $u = -Lx + l_0 r$ så att det slutna systemets poler hamnar i -1 och -2, samtidigt som den statiska förstärkningen från r till y blir 1.

(4p)

(c) Antag nu att vi använder en enkel proportionell utsignalåterkoppling $u = -Ky + l_0 r$, där K och l_0 är konstanta tal. Är det möjligt att välja K och l_0 så att det slutna systemets poler hamnar i -1 och -2, samtidigt som den statiska förstärkningen från r till y blir 1?

(4p)

3. (a) I Figur 3 visas bodediagrammen för fyra *öppna* system, G_1, G_2, G_3 och G_4. De öppna systemen återkopplas med en P-regulator $F(s) = K_p = 1$, och i Figur 2 är (enhets)stegsvaren för de återkopplade systemen återgivna. Para ihop rätt bodediagram med rätt stegsvar A-D. Motivera dina svar noga!

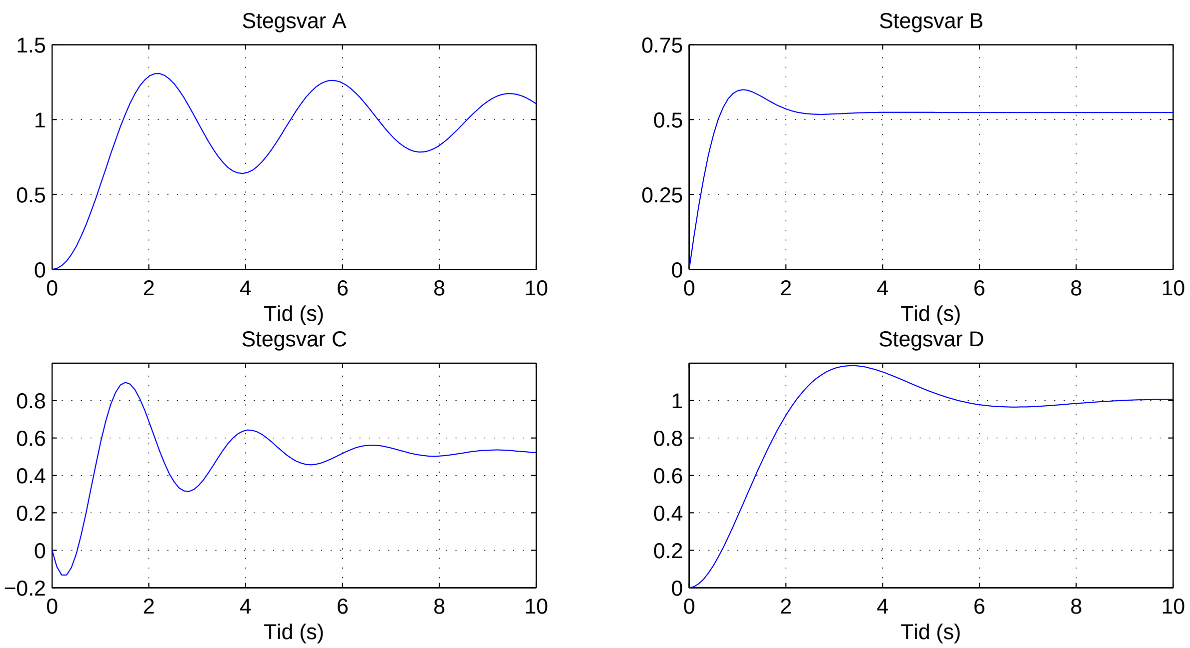
(4p)

(b) Systemet G_2 återkopplas igen med en P-regulator, $F(s) = K_p$, men K_p ökas nu tills det återkopplade systemet börjar självsvänga. För vilket värde på K_p sker detta? Vilken periodtid kommer denna självsvängning att ha?
(*Tips:* $|G_2(i1.3)| = 1.22$, $\arg G_2(i1.3) = -90°$, $|G_2(i1.96)| = 0.83$, $\arg G_2(i1.96) = -135°$, $|G_2(i3)| = 0.55$, $\arg G_2(i3) = -180°$.)

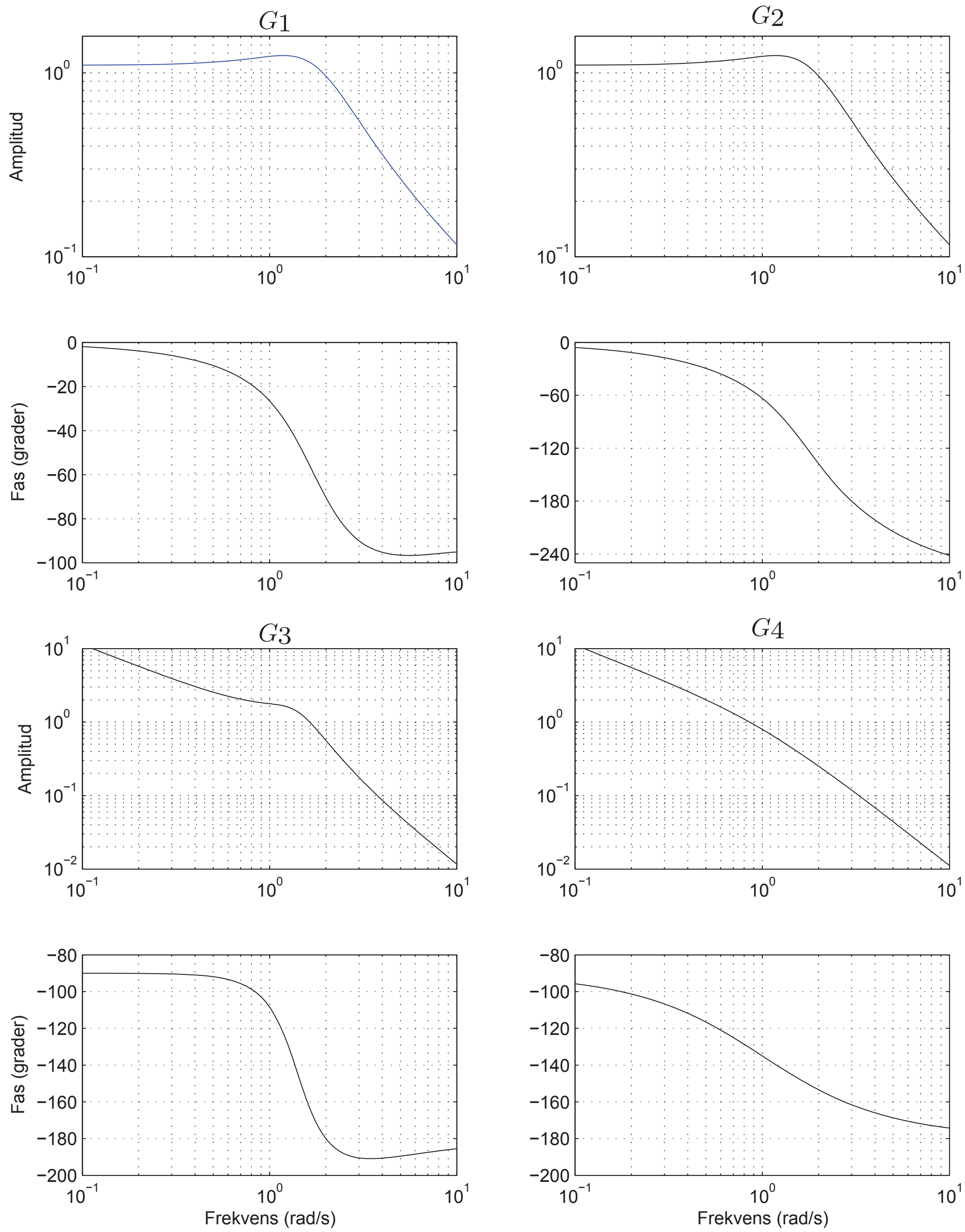
(3p)

(c) Nu ska systemet G_2 istället återkopplas med en I-regulator, alltså $F(s) = \dfrac{K_I}{s}$. För vilka värden på $K_I > 0$ är det slutna systemet stabilt?

(3p)



Figur 2: Stegsvar för Uppgift 3



Figur 3: Bodediagram för Uppgift 3

4. Betrakta ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{k_1}{(s+a)(s+b)(s+c)},$$

där $k_1 = 100$, $a = 3$, $b = 6$ och $c = 100$. Bodediagrammet för $G(s)$ visas i Figur 4.

(a) Designa en fasavancerande och fasretarderande kompenseringslänk för $G(s)$ så att skärfrekvensen blir 30 rad/s, fasmarginalen blir 40°, och statiska felet då referenssignalen är ett enhetssteg blir noll.

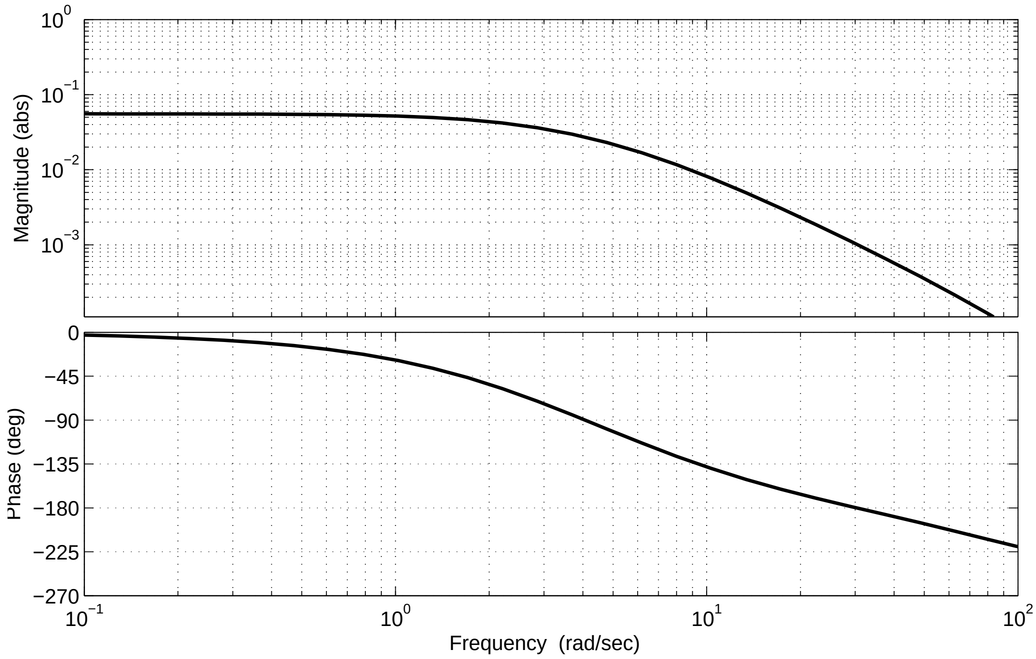
(5p)

(b) Antag nu att det finns en tidsfördröjning i systemet så att öppna systemets verkliga överföringsfunktion ges av $G^0(s) = G(s)e^{-T_d s}$. För vilka värden på T_d är slutna systemet stabilt då regulatorn från Uppgift 4a används?

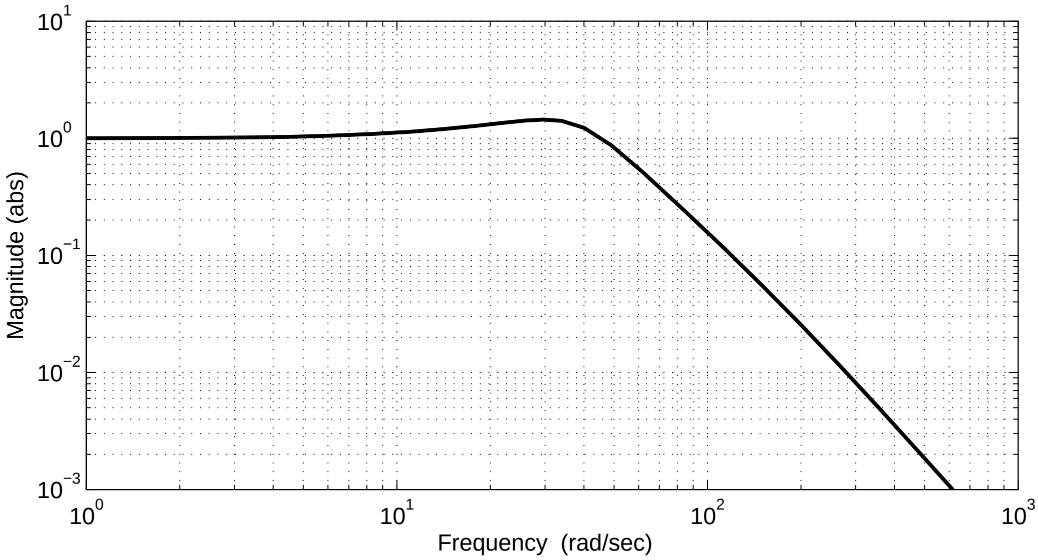
(3p)

(c) En regulator har nu designats för $G(s)$ och förstärkningen för det resulterande slutna systemet $G_c(s)$ återges i Figur 5. För att reducera översvängen då steg i referenssignalen appliceras införs ett förfilter $F_r(s) = \dfrac{1}{1+\tau s}$ så att överföringsfunktionen från referens till utsignal blir $G_c^0(s) = G_c(s)F_r(s)$.
Uppskatta det minsta värdet av τ som kommer att påverka systemets snabbhet vid steg i referenssignalen.

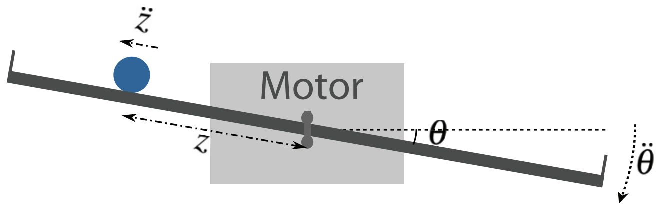
(2p)



Figur 4: Bodediagrammet för det öppna systemet $G(s)$ i Uppgift 4.



Figur 5: Förstärkningen för det slutna systemet $G_c(s)$ i Uppgift 4c.



Figur 6: En kula på en bom.

5. En kula är placerad på en bom enligt Figur 6. En elektrisk motor kan rotera bommen och därmed få kulan i rullning. Kulans rörelse modelleras av differentialekvationen

$$\left(m + \frac{J}{r^2}\right)\ddot{z} = -mg\sin\theta + mz\dot{\theta}^2,$$

där m är kulans massa, J dess tröghetsmoment och r dess radie. Kulans position på bommen ges av z och bommens vinkel av θ, enligt Figur 6.

Bommens vinkelhastighet är proportionell mot den elektriska spänningen u över motorn, d.v.s. $\dot{\theta} = Ku$, där K är en konstant.

(a) (i) Skriv ovanstående modell på tillståndsform med tillstånden θ, z och $\dot{z}$, och
(ii) linjärisera sedan modellen kring en jämviktspunkt där $u = \theta = \dot{z} = 0$, och skriv ekvationerna på formen $\dot{x} = Ax + Bu$. Du kan anta att $\dfrac{m}{m + J/r^2} = \dfrac{5}{7}$.

(6p)

(b) Vi fokuserar nu på reglering av enbart bommens vinkel θ. Låt därför $y = \theta$ vara utsignal. Om spänningen över motorn kommer från en D/A-omvandlare så är den konstant över varje samplingsintervall och ges av $u(t) = u_k$, för $kT \leq t < (k+1)T$ där heltalet k anger sampelnummer och T samplingsintervallet.

Låt $y_k = y(kT)$ vara den samplade utsignalen, och uttryck y_{k+1} i variablerna y_k and u_k.

(2p)

(c) Antag att spänningen i Uppgift 5b ges av $u_k = -K_p y_k$. För vilka K_p är det slutna systemet asymptotiskt stabilt? (Om du inte kunde lösa Uppgift 5b kan du anta $y_{k+1} = \frac{1}{2}y_k + \frac{1}{3}u_k$.)

(2p)