REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2012–02–18, kl 09:00 – 14:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor
och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 790 7242 alt. 070 565 5846

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2012-03-12.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3,
Osquldas väg 10.

Lycka till!

---

1. (a) Betrakta följande system

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x(t)\end{aligned}$$

Ange systemets poler och nollställen. (2p)

(b) Systemet

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)(s+1)}$$

återkopplas med en P-regulator, $F(s) = K$. Ange för vilka värden på K ($K > 0$) som motsvarande återkopplade system är asymptotiskt stabilt. (2p)

(c) Det återkopplade systemets överföringsfunktion är

$$G_c(s) = \frac{1}{s+1}$$

Bestäm skärfrekvens ω_c och fasmarginal φ_m för motsvarande öppna system $G_o(s)$. (3p)

(d) Ange differensekvationen från reglerfel $e(t)$ till insignal $u(t)$ då PI-regulatorn

$$F(s) = 10\,\frac{s+0.1}{s}$$

approximeras med Euler bakåt med samplingsintervall $T = 0.2$. (3p)

2. (a) Studera följande system

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

Bestäm en observatör för detta system, så att skattningsfeldynamiken har en dubbelpol i $s = -\alpha$, $\alpha > 0$. (3p)

(b) Den verkliga mätsignalen är

$$y_m(t) = y(t) + \epsilon$$

där $y(t)$ är enligt Uppgift a) och ϵ är ett okänt konstant mätfel. Bestäm hur detta mätfel påverkar skattningsfelet, $x(t) - \hat{x}(t)$, för observatören konstruerad enligt Uppgift a), stationärt, dvs när $t \to \infty$. (3p)

(c) Studera följande system

$$\dot{x}_1(t) = \frac{-1}{3/4 + x_2^2(t)} + x_1(t)u(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = -x_1(t) + x_2^2(t) + 3/4u(t)$$

Linjärisera systemet runt jämnviktspunkter motsvarande $u(t) = 1$. (4p)

3. Ett återkopplat system kan beskrivas med hjälp av blockdiagrammet i Figur 1. Överföringsfunktionen $G_1(s)$ i blockdiagrammet är

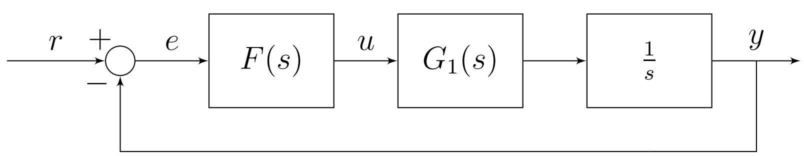
$$G_1(s) = \frac{2s + 1800}{12s^3 + 8000s^2 + 9000s + 5000}$$

Systemet innehåller dessutom en integrator.

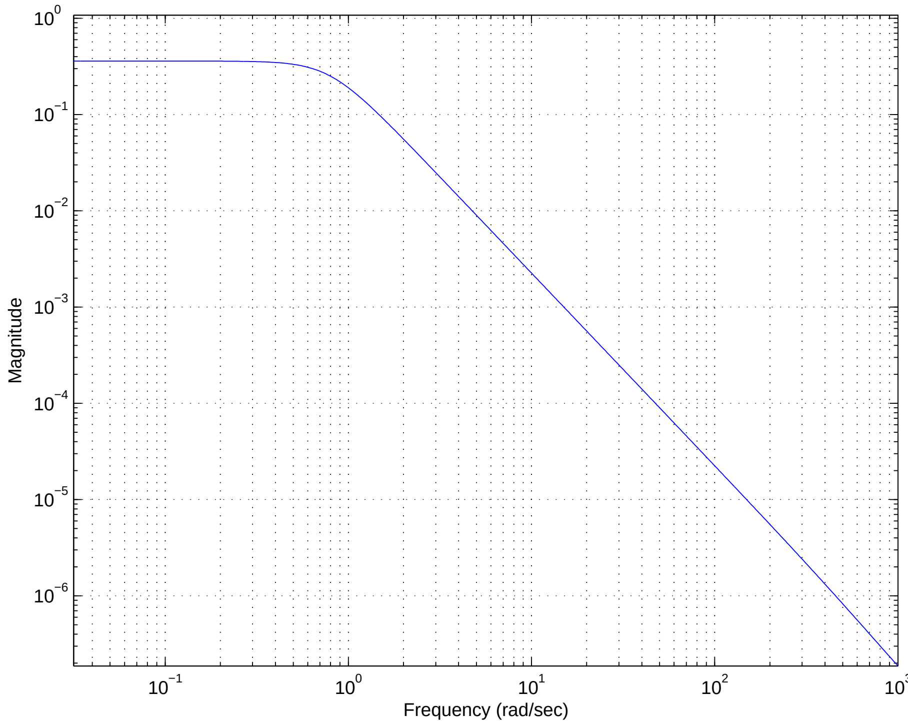
Systemet har redan testats med en P-regulator där $F(s) = 1$, men uppfyllde inte alla önskade krav. Nu vill man ha en regulator som uppfyller följande krav

- 3 gånger snabbare än för P-regulatorn
- Samma översläng som för P-regulatorn
- Statiska felet för en ramp ska vara mindre än 0.5, men lågfrekvensförstärkningen ska inte höjas mer än nödvändigt.

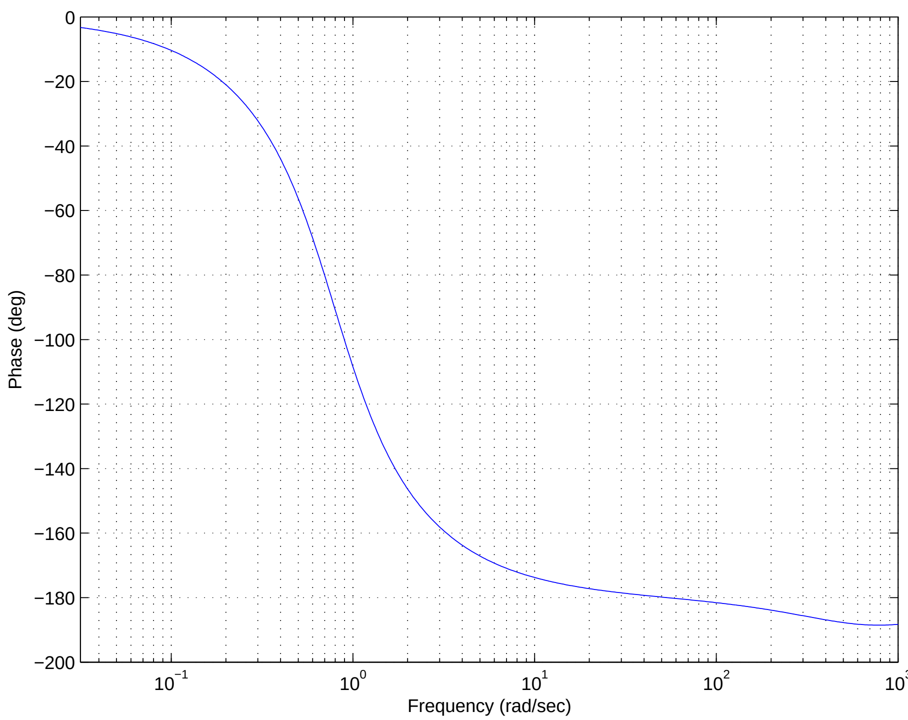
Bestäm en regulator $F(s)$ som uppfyller ovanstående krav. (10p)



Figur 1: Blockdiagram över det återkopplade systemet.



(a) Amplitudkurva



(b) Faskurva

Figur 2: Bodediagram för $G_1(s)$ i Uppgift 3.

4. Systemet

$$G^0(s) = \frac{1+\epsilon}{s(s+1)^2}, \qquad \epsilon \geq 0$$

regleras med P-regulatorn

$$u(t) = e(t), \quad e(t) = [r(t) - y(t)]$$

(a) Härled överföringsfunktionen från referenssignal $r(t)$ till utsignal $y(t)$ och rita en rotort för det slutna systemetets poler som function av $\epsilon \geq 0$. För vilka värden på $\epsilon \geq 0$ är det återkopplade systemet stabilt? (4p)

Ledning: Rötterna till $s^3 + 2s^2 + s + 1 = 0$ är -1.7549, $-0.1226 \pm 0.7449i$.

(b) Använd istället robusthetskriteriet (Resultat 6.2, sidan 125 i kursboken) för att avgöra för vilka $\epsilon \geq 0$ vi kan garantera att det verkliga slutna systemet är stabilt. Kommentera eventuell skillnad i resultat jämfört med Uppgift a). (6p)

5. Låt $e(t)$ vara reglerfelet och låt u_{max} och u_{min} vara styrsignalens största och minsta värde. Till-från regulatorn beskrivs då av

$$u(t) = \begin{cases} u_{max} & \text{om } e(t) > 0 \\ u_{min} & \text{om } e(t) < 0 \end{cases}$$

Låt $u_{max} = 1$ och $u_{min} = -1$, samt låt referensignalen vara ett steg,

$$r(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$$

(a) Betrakta en process vars insignal-utsignalsamband beskrivs av en integrator

$$\dot{y}(t) = u(t), \quad y(0) = 0$$

Bestäm och skissa stegsvaret $y(t)$ då systemet återkopplas med till-från regulatorn enligt ovan. Vad blir maximal översläng? (2p)

(b) Betrakta en process vars insignal-utsignalsamband beskrivs av en integrator med tidsfördröjning

$$\dot{y}(t) = u(t - T), \quad y(0) = 0$$

Bestäm och skissa stegsvaret $y(t)$ då systemet återkopplas med till-från regulatorn enligt ovan. Vad blir maximal översläng? (3p)

(c) Betrakta en process vars insignal-utsignalsamband beskrivs av en dubbelintegrator

$$\ddot{y}(t) = u(t), \quad y(0) = 0$$

Bestäm och skissa stegsvaret $y(t)$ då systemet återkopplas med till-från regulatorn enligt ovan. Vad blir maximal översläng? (4p)

(d) För vilka av dessa tre fall kan man rekommendera en till-från regulator? (1p)