KTH Teknikvetenskap

SF1626 Flervariabelanalys
Kontrollskrivning 1
Tisdagen den 11 september, 2012

Skrivtid: 08:15 – 09:45 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mattias Dahl

Kontrollskrivningen bedöms med upp till 12 poäng. För att resultatet skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 1 på tentamen. För att få 4 poäng på uppgift 1 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Betrakta funktionen $f(x, y) = \ln(2x^2 + 3y^2)$. Bestäm, om möjligt, en konstant A så att

$$A\,\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0. \qquad \textbf{(4 p)}$$

2. Temperaturen i ett område beskrivs av funktionen $T(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + xz^2$ [°C].

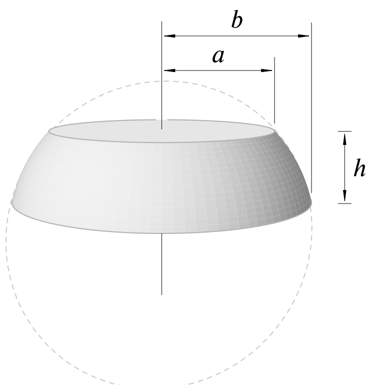
   a) I vilken riktning utifrån punkten $(1, 1, 1)$ ökar temperaturen som mest? **(2 p)**

   b) Hur snabbt ökar temperaturen, uttryckt i °C per sekund, för en partikel som rör sig med farten 1 längdenhet per sekund i den riktning som ges av vektorn $(2, 1, 2)$ utifrån punkten $(1, 1, 1)$? **(2 p)**

3. Volymen av en del av en sfär mellan två parallella plan ges av

$$V = \tfrac{1}{6}\pi h\big(3a^2 + 3b^2 + h^2\big),$$

där h är avståndet mellan planen, a och b är radierna för respektive skärningscirkel mellan sfären och planen.



   a) Bestäm en linjär approximation av $V(a, b, h)$ kring $(a, b, h) = (2, 6, 3)$. **(2 p)**

b) Radierna a, b och höjden h mäts med noggrannheten

$$a = 2 \pm 0{,}1 \text{ m},$$
$$b = 6 \pm 0{,}1 \text{ m},$$
$$h = 3 \pm 0{,}2 \text{ m}.$$

Använd den linjära approximationen för att bestämma volymen med felgränser.

(2 p)