

Tentamensskrivning 1, 2012-10-19, kl. 14.00–19.00.

SF1663 Tillämpad linjär algebra med numeriska metoder, för CFATE.

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel!

Varje uppgift i del A bedöms antingen som godkänd eller underkänd. Varje uppgift i del B ger maximalt 4 poäng. För godkänt krävs att alla uppgifter på del A är godkända och minst 6 poäng på del B.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa.

Ett resultat på 7 poäng eller mer på kontrollskrivning 1 ger 4 poäng på uppgift 5 på del B, som därmed inte behöver lösas.

Del A

1. Betrakta matrisekvationen

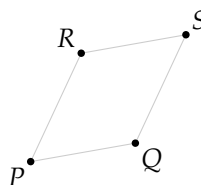
$$\begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

där matrisen X är obekant.

- Vilken storlek (dimension) har X ?
- Lös matrisekvationen.
- Skriv ett matlabprogram som löser ekvationen och skriver ut resultatet.

2. Parallelogrammet i figuren har hörnpunkter i $P = (2, 1, 2)$, $Q = (0, 3, 2)$ och $R = (1, -1, 1)$.

- Bestäm koordinaterna för hörnpunkten S .
- Bestäm parallelogrammets area.



3. Givet planet $2x - y + 3z = 1$.

- Avgör om planet innehåller punkten $(1, -1, -1)$.
- Bestäm en normalvektor till planet.
- Bestäm en vektor som är parallell med planet.

V.g. vänd!

4. Två linjära avbildningar S och T har matriserna

$$A = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix} \quad \text{resp.} \quad B = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Vilken matris har den sammansatta avbildningen där S utförs först och därefter T .
- b) Bestäm en sådan vektor \mathbf{u} att $T(\mathbf{u}) = (1, 2)$.

Del B

5. För vilka värden på konstanten a har ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + 3y - az = 1 \\ ax + 4y - z = 0 \\ x + 4y - 4z = 2 \end{cases}$$

exakt en lösning? (4)

6. Bestäm den funktion på formen $p(x) = c_1 + c_2x^2$ som i minsta kvadratmening bäst anpassar till följande värden

$$\begin{array}{c|cccc} x & -1 & 1 & 2 & 2 \\ \hline y & 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}$$

Vilket värde har $p(1)$? (4)

7. Bestäm två olika vektorer \mathbf{u} och \mathbf{v} som båda avbildas på vektorn $\mathbf{w} = (2, -2, 1)$ under en ortogonal projektion på linjen $(x, y, z) = t(2, -2, 1)$. (4)

8. Bestäm en linje (i parameterform) som skär båda linjerna

$$\begin{aligned} \ell_1 : (x, y, z) &= (-1, 0, 1) + t(1, 2, 1) \\ \ell_2 : (x, y, z) &= (2, 1, 1) + t(0, 1, 2) \end{aligned}$$

under rät vinkel. (4)