EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 3:
Stabilitet, rotort och Nyquistkriteriet

Räknestuga

Räkna på egen hand, t.ex. veckans hemuppgifter. En av övningsassistenterna är närvarande för att svara på ev. frågor.

– Tis 2012-11-06 / 16-18 Q24
– Tis 2012-11-13 / 16-18 L21
– Tis 2012-11-20 / 16-18 Q24
– Tis 2012-11-27 / 16-18 Q24
– Tis 2012-12-04 / 16-18 Q13

(Tid och plats finns även under ‘Kursinformation’)

Innehåll

- Laplacetransform (repetition, slides)
  - Överföringsfunktion, poler och nollställen
  - Stegsvar
  - Återkopplat system = slutet system
- Rotort (tavla, slides)
- Nyquistkriteriet (tavlan, slides)

Laplacetransform

- Laplacetransform av diff.ekvation (antag beg. värden = 0)

$$\ddot{y}(t) + a_1\dot{y}(t) + a_2 y(t) = b_0\dot{u}(t) + b_1 u(t)$$

$$\Downarrow \ \mathcal{L}$$

$$s^2 Y(s) + a_1 s Y(s) + a_2 Y(s) = b_0 s U(s) + b_1 U(s)$$

$$\Downarrow$$

$$Y(s) = \underbrace{\frac{b_0 s + b_1}{s^2 + a_1 s + a_2}}_{G(s)} U(s)$$

- *G(s) = överföringsfunktion*
- Rötter till nämnare = *poler* (avgör stabilitet, jämför med en diff.ekvations karakteristiska ekvation)
- Rötter till täljare = *nollställen* (påverkar snabbhet)

Stegsvar: *y(t)* då *u(t)=1*, $t \geq 0 \Leftrightarrow U(s)=1/s$

$$Y(s) = G(s)U(s) = K\frac{(s-z_1)\cdots(s-z_m)}{(s-\lambda_1)\cdots(s-\lambda_n)}\frac{1}{s}$$

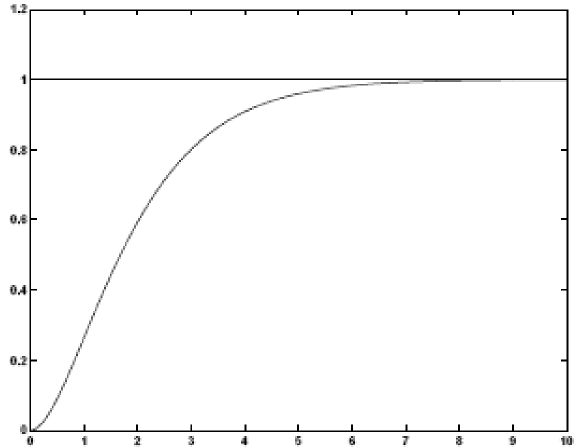
$$\Downarrow\ \mathcal{L}^{-1}\ (distinkta\ \lambda_i)$$

$$y(t) = c_0 + \sum_{i=1}^{n} c_i\ e^{\lambda_i t}$$

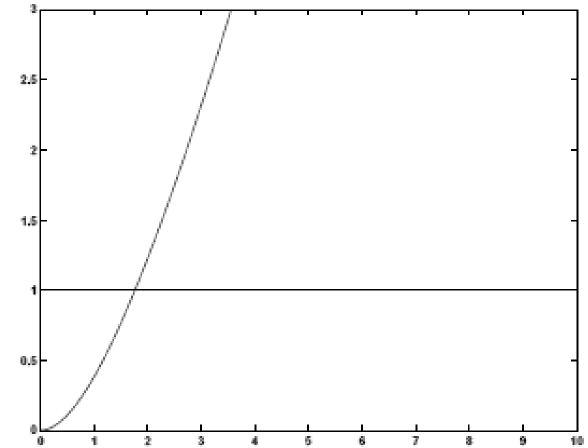
- Asymptotiskt stabilt om, och endast om, alla Re $\lambda_i < 0$
- Stora $|\lambda_i|$ ger snabbt stegsvar
- Komplexa poler ger svängningar, ökar med Im λ_i/Re λ_i

Stegsvarens principiella utseende

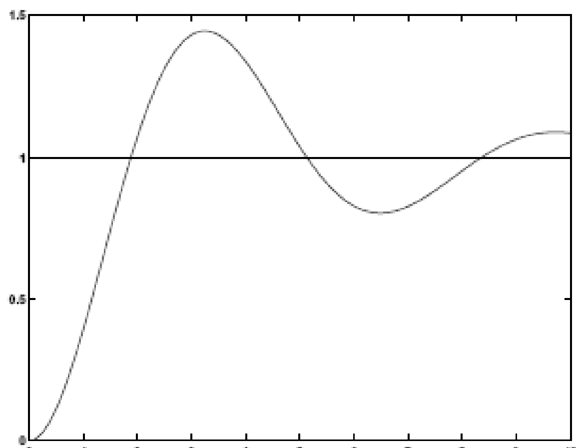
λ reella och negativa:



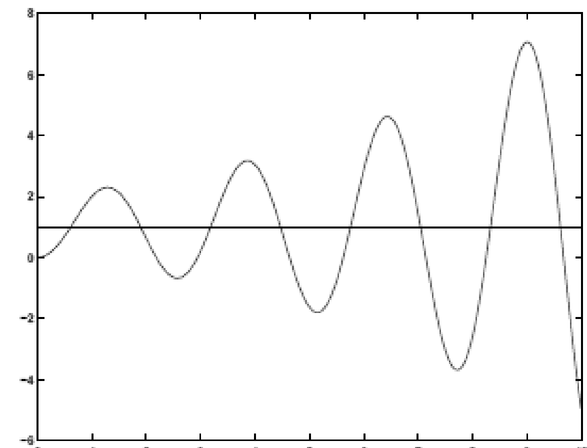
λ reella och positiva:



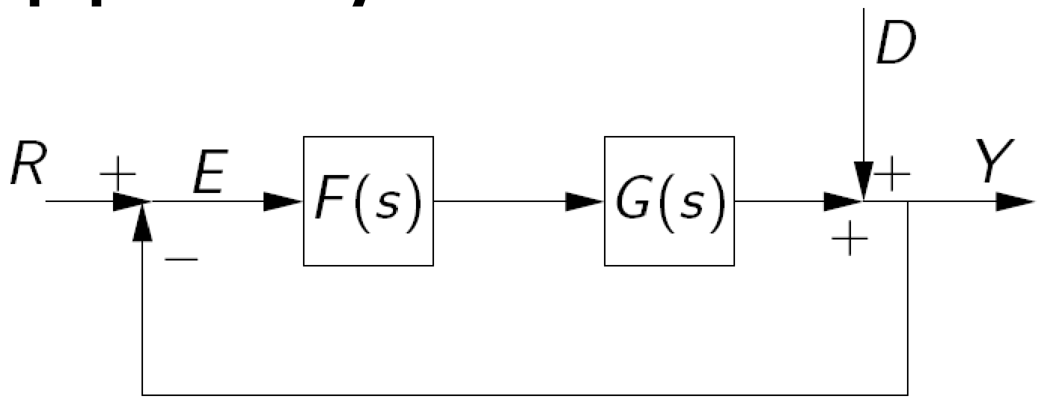
λ komplexa och $Re(\lambda) < 0$:



λ komplexa och $Re(\lambda) > 0$:



Återkopplat system = Slutet system



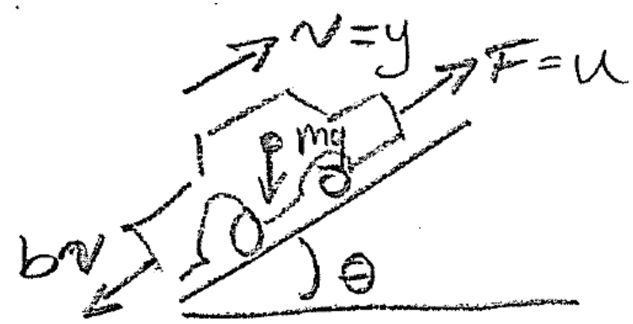
$G(s)$ - system, $F(s)$ - regulator.

- Slutna systemets överföringsfunktion:

$$Y(s) = \underbrace{\frac{G(s)F(s)}{1 + G(s)F(s)}}_{G_c(s)} R(s)$$

- Återkoppling med *F(s)* flyttar systemets poler!

Farthållning av bil



- Bilmodell $m = 1000,\ b = 100,\ \theta = 0$

$$\dot{y} = -0.1y(t) + 0.001u(t) \quad \Rightarrow^{\mathcal{L}} \quad Y(s) = \underbrace{\frac{0.001}{s+0.1}}_{G(s)} U(s)$$

- PI-regulator

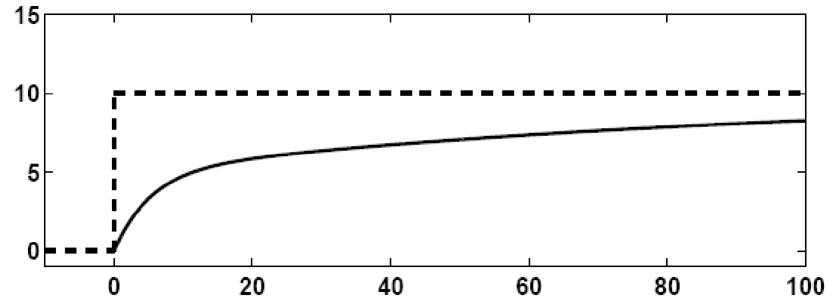
$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau)d\tau \quad \Rightarrow^{\mathcal{L}} \quad U(s) = \underbrace{\frac{K_P s + K_I}{s}}_{F(s)} E(s)$$

- ger, med $K_P = 100$, slutna systemet

$$Y(s) = \frac{0.1s + 0.001K_I}{s^2 + 0.2s + 0.001K_I} R(s)$$

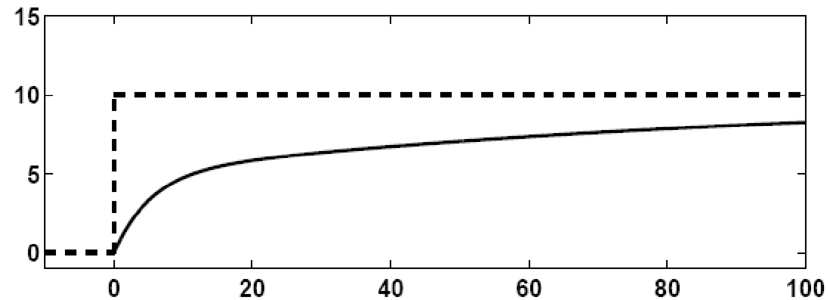
Simulering av farthållningssystem

- $K_I = 2 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.01, s = -0.19$

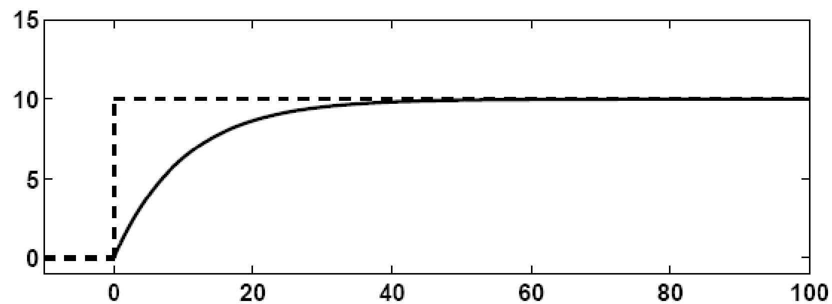


Simulering av farthållningssystem

- $K_I = 2 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.01, s = -0.19$

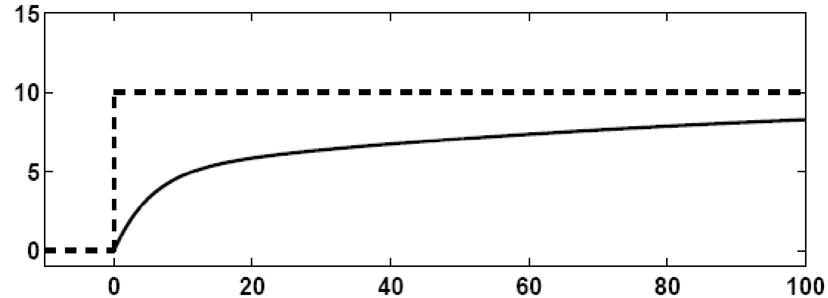


- $K_I = 10 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.1, s = -0.1$

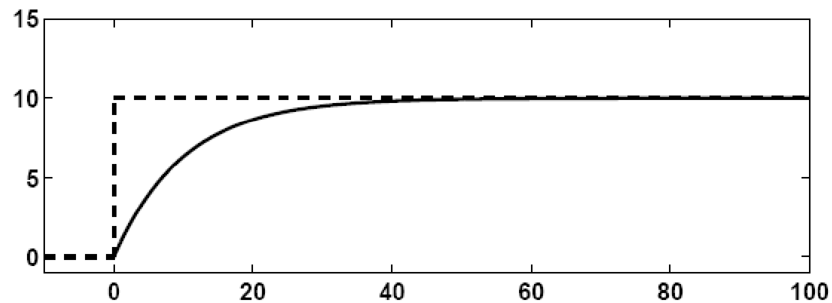


Simulering av farthållningssystem

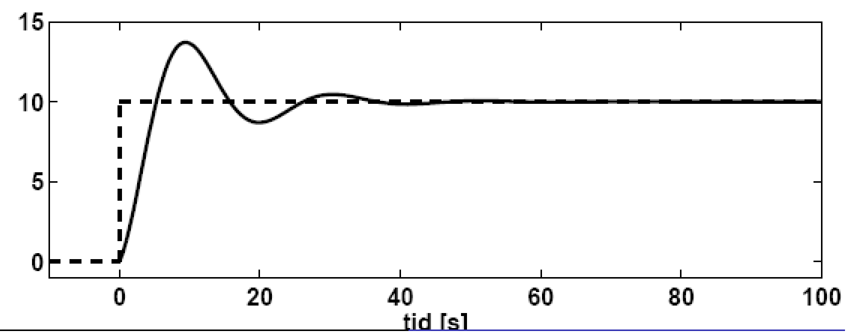
- $K_I = 2 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.01, s = -0.19$



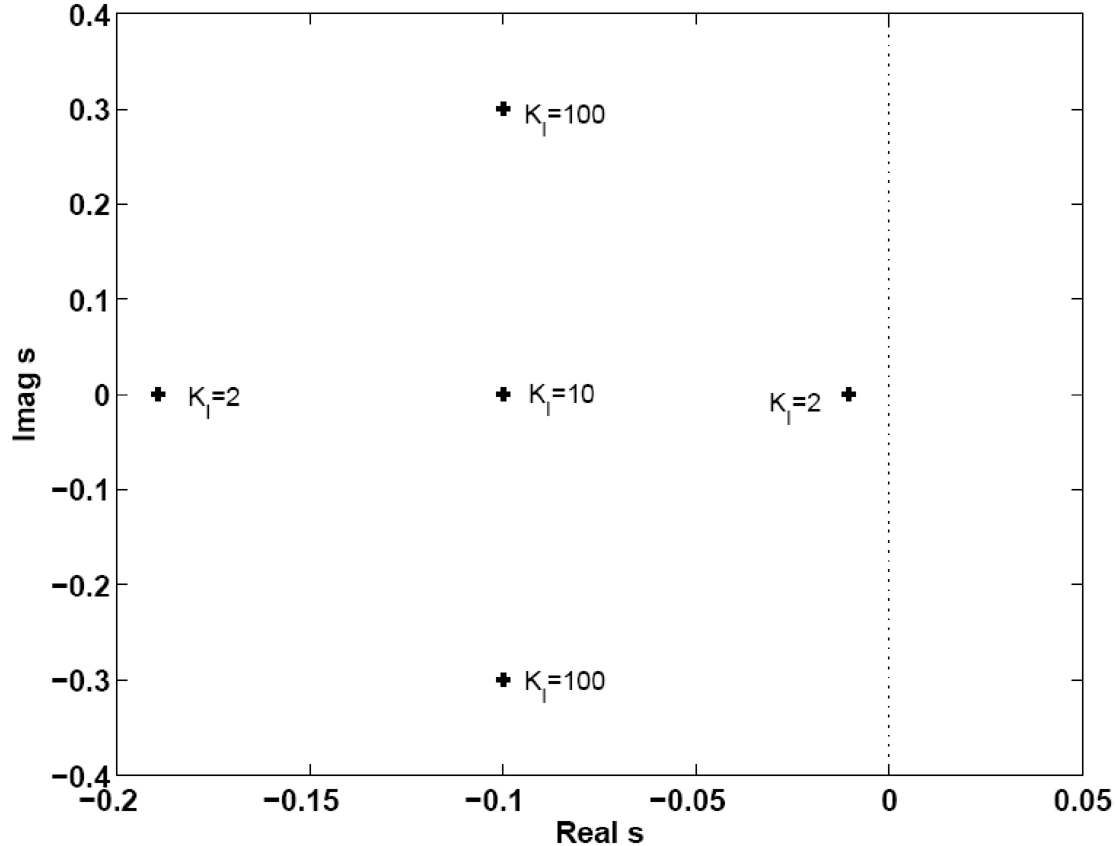
- $K_I = 10 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.1, s = -0.1$



- $K_I = 100 \quad \rightarrow \quad$ poler: $s = -0.1 \pm i0.3$



Polernas läge för olika K_I

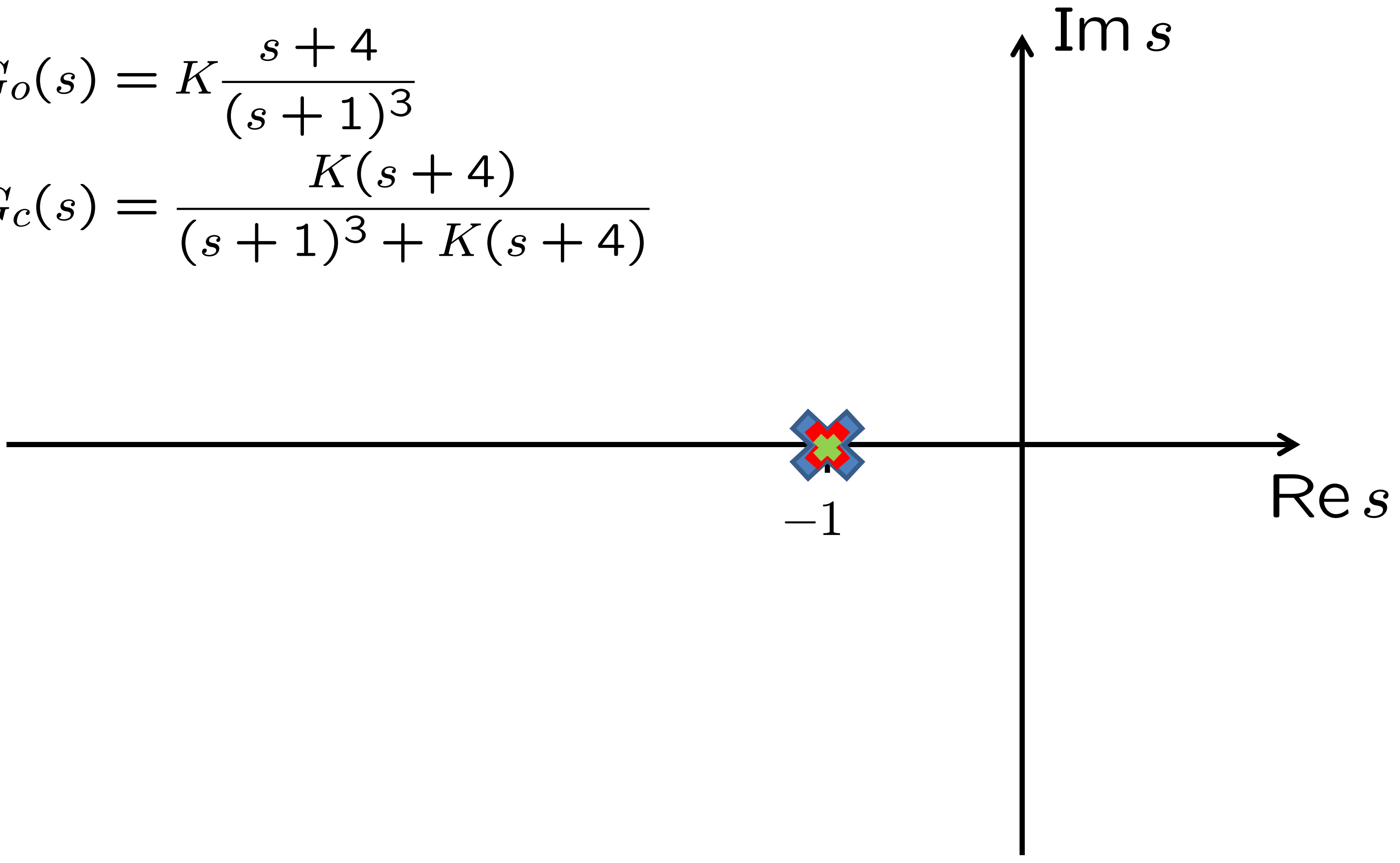


- Hur flyttar sig polerna då K_I ändras? $\Rightarrow$ **Rotort**
- För vilka K_I hamnar någon pol i komplexa högra halvplanet (HHP)? $\Rightarrow$ **Nyquistkriteriet**

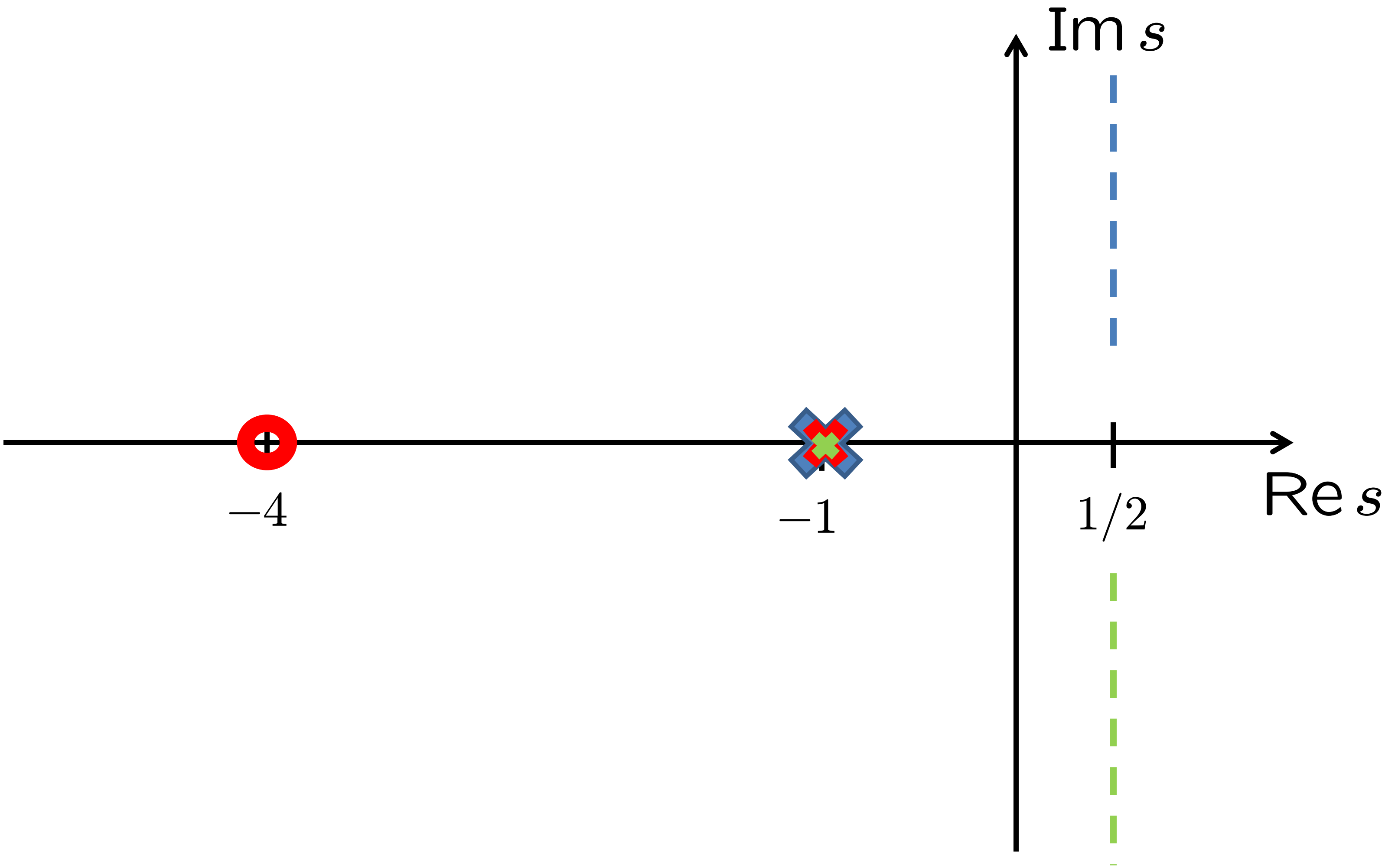
Rotort, steg I: Startpunkter $(K = 0)$

$$G_o(s) = K\frac{s+4}{(s+1)^3}$$

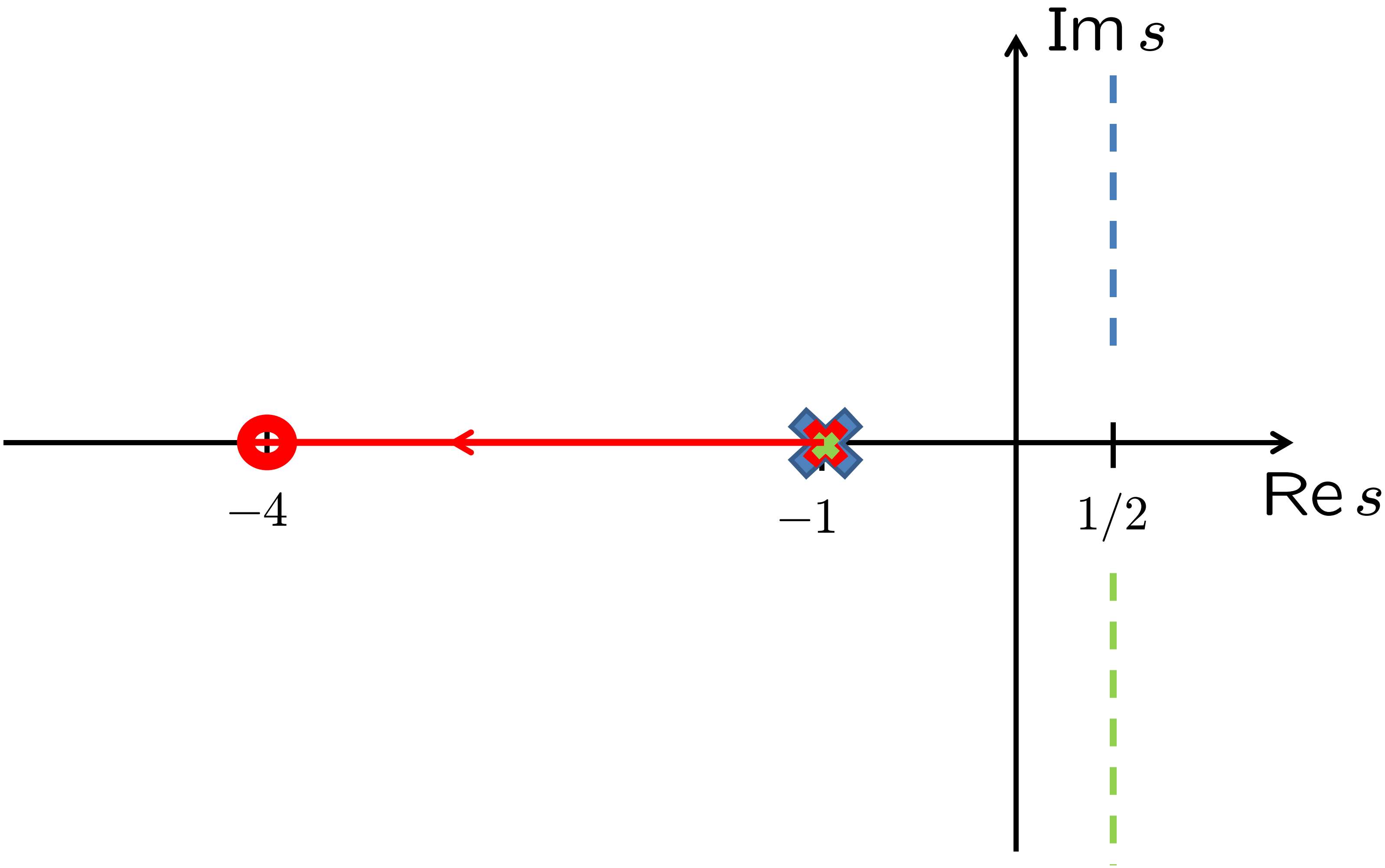
$$G_c(s) = \frac{K(s+4)}{(s+1)^3 + K(s+4)}$$



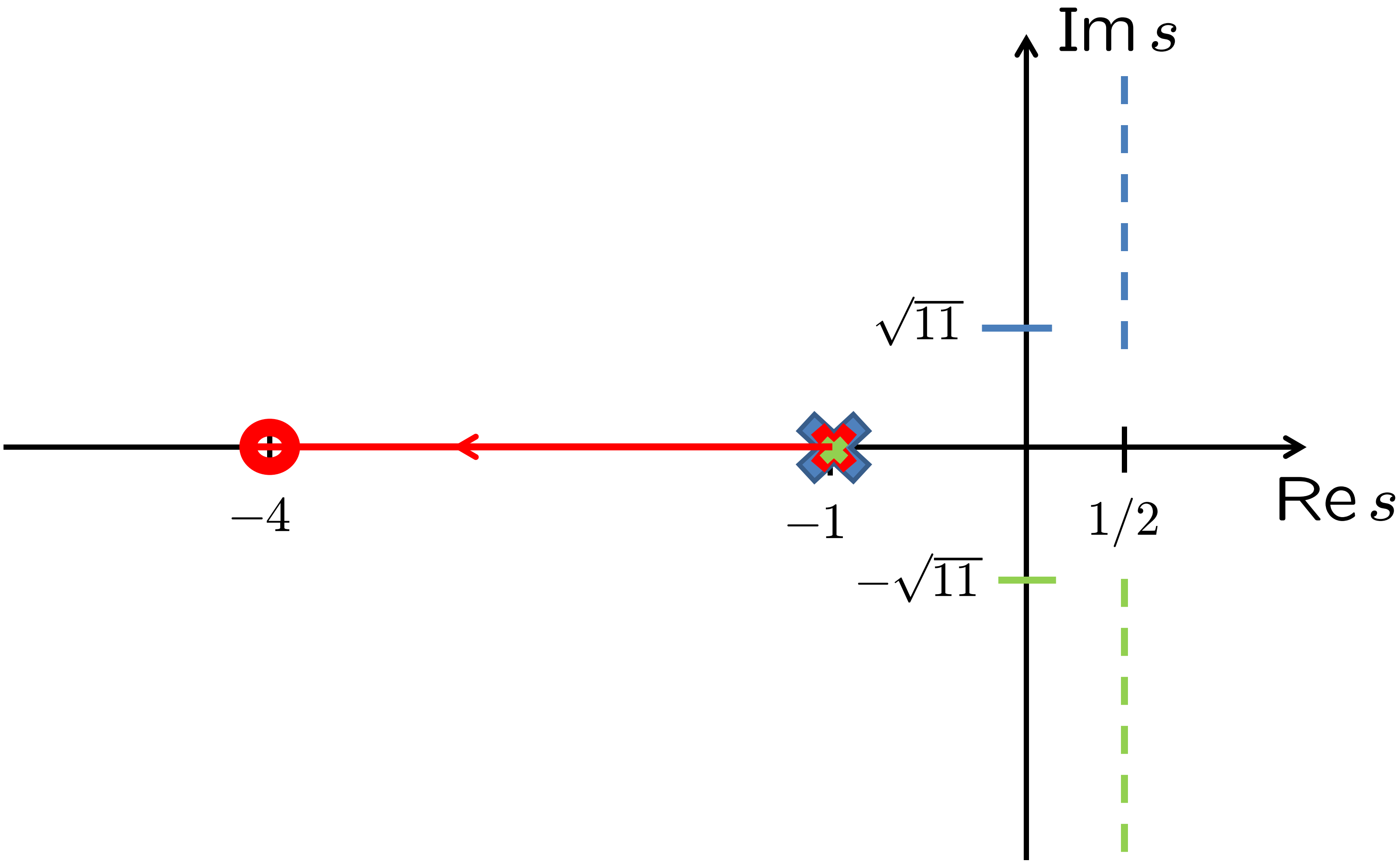
Rotort, steg II: Slutpunkter $(K = \infty)$



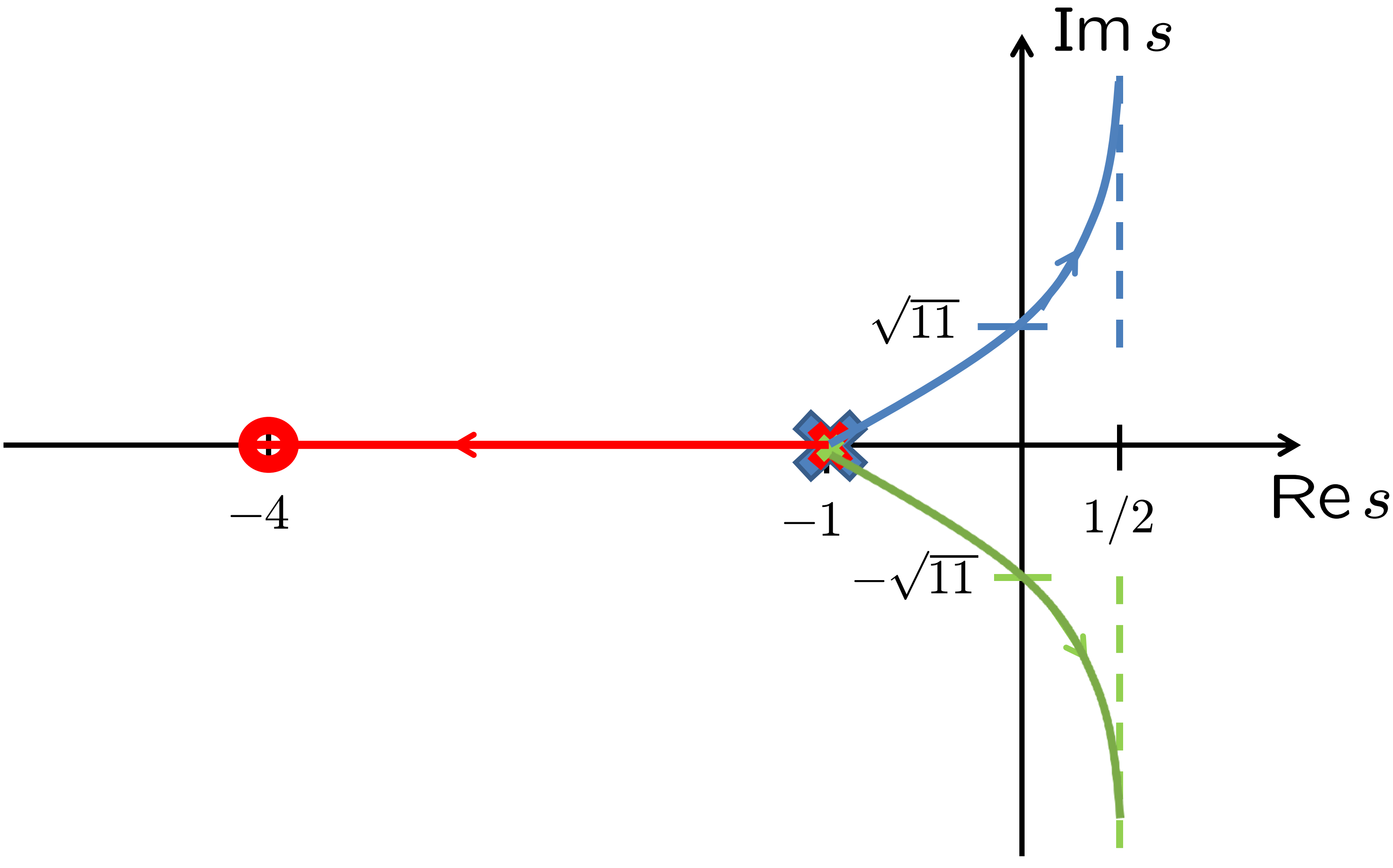
Rotort, steg III: Del av reella axeln



Rotort, steg IV: Skärning med Im-axeln

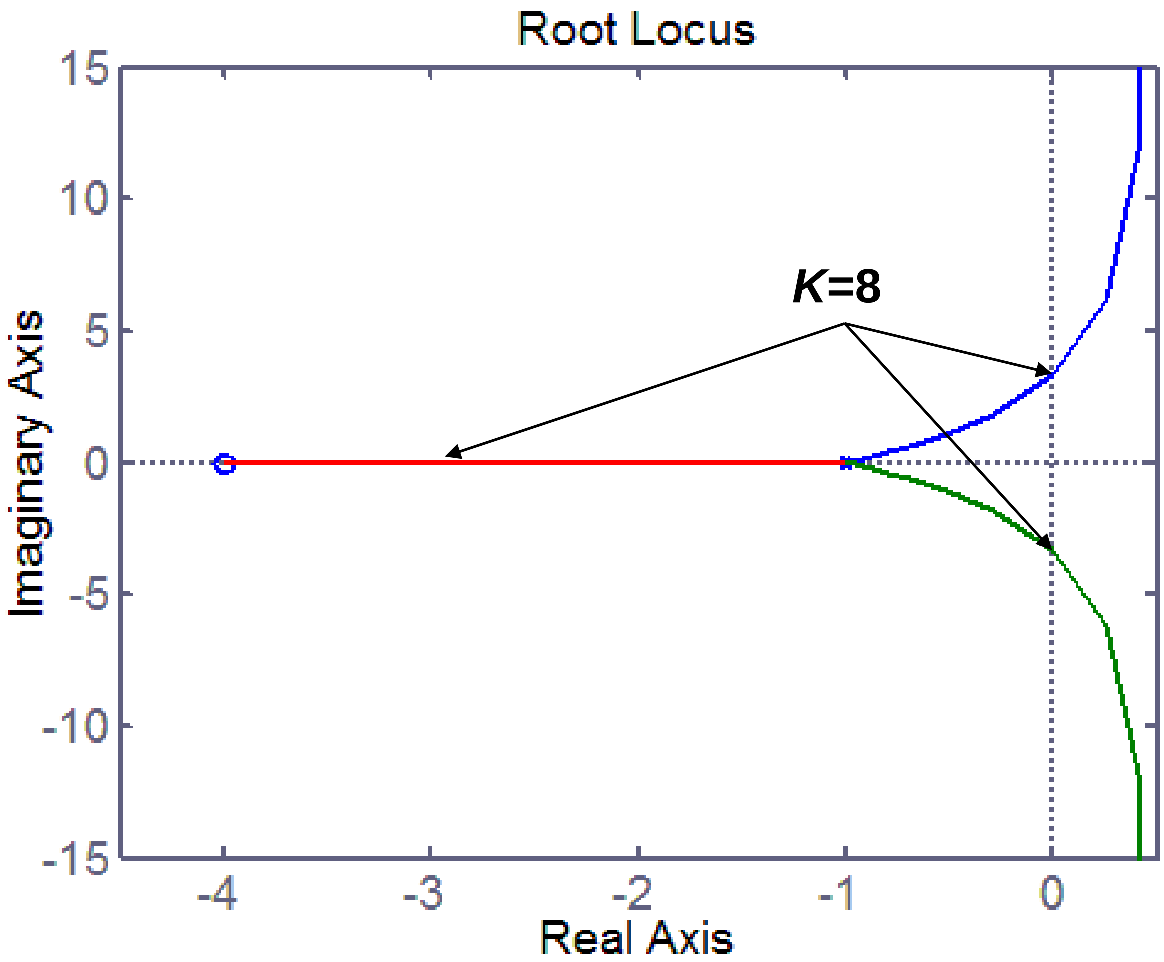


Rotort



Exakt rotort (datorgenererad)

- Matlab: `s=tf('s'), rlocus((s+4)/(s+1)^3)`

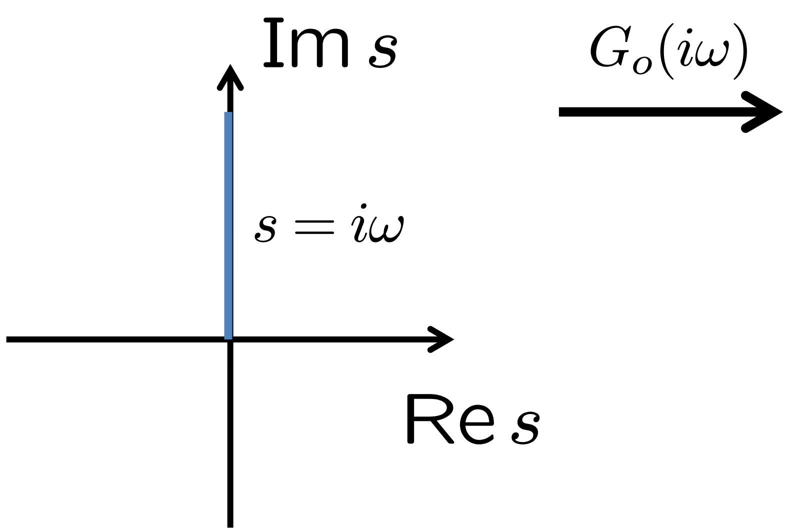


Harry Nyquist (1889-1976)

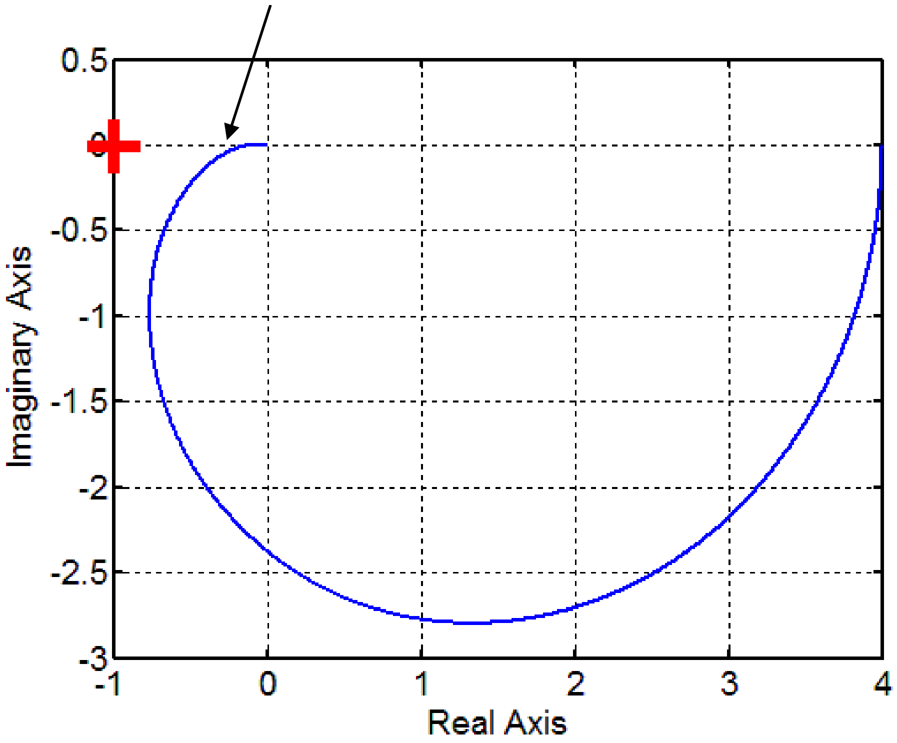
- Född 1889 i Värmland. Emigrerade till USA 1907
- Arbetade för Bell Labs 1917-1954
- Fick IRE (numera IEEE) Medal of Honor för:

"fundamental contributions to a quantitative understanding of thermal noise, data transmission and *negative feedback*"

Nyquistkurvan $G_o(s) = \frac{s+4}{(s+1)^3}$



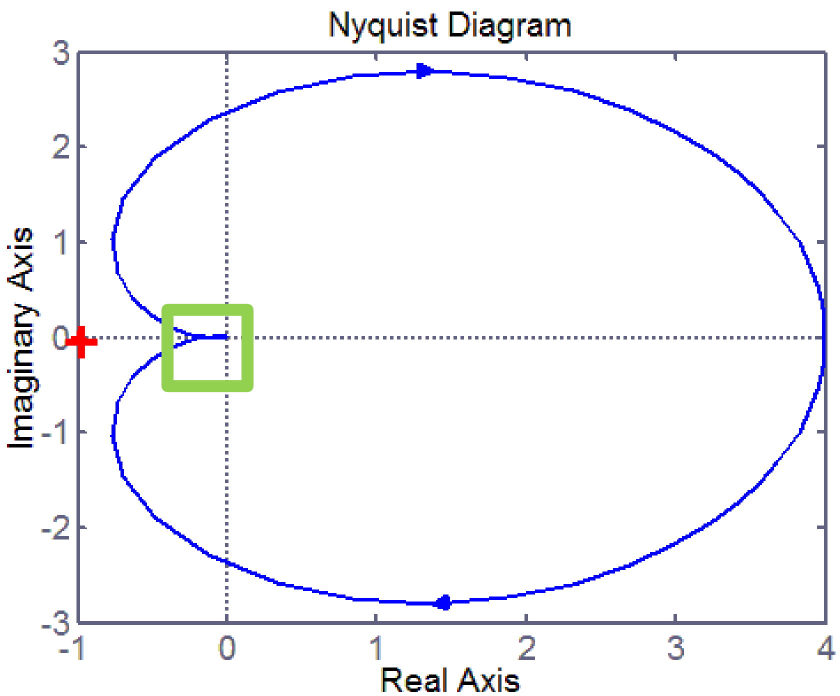
$G_o(i\sqrt{11}) = -0.125$

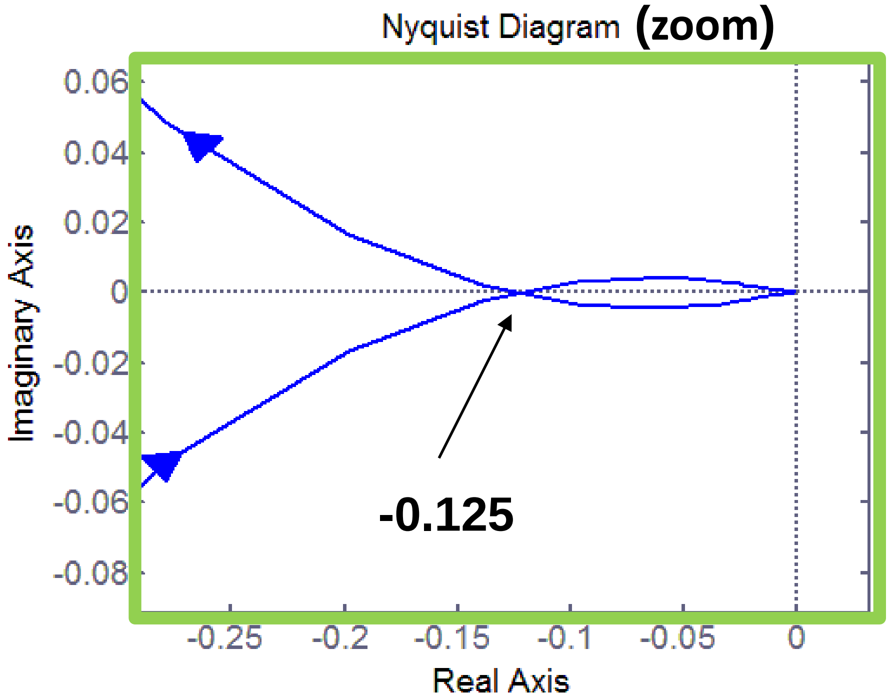


Fullständiga Nyquistkurvan (γ')

$$G_o(s) = \frac{s+4}{(s+1)^3}$$

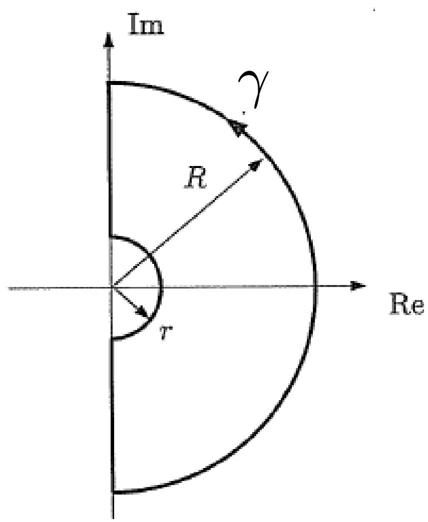
- Matlab: `nyquist((s+4)/(s+1)^3)`



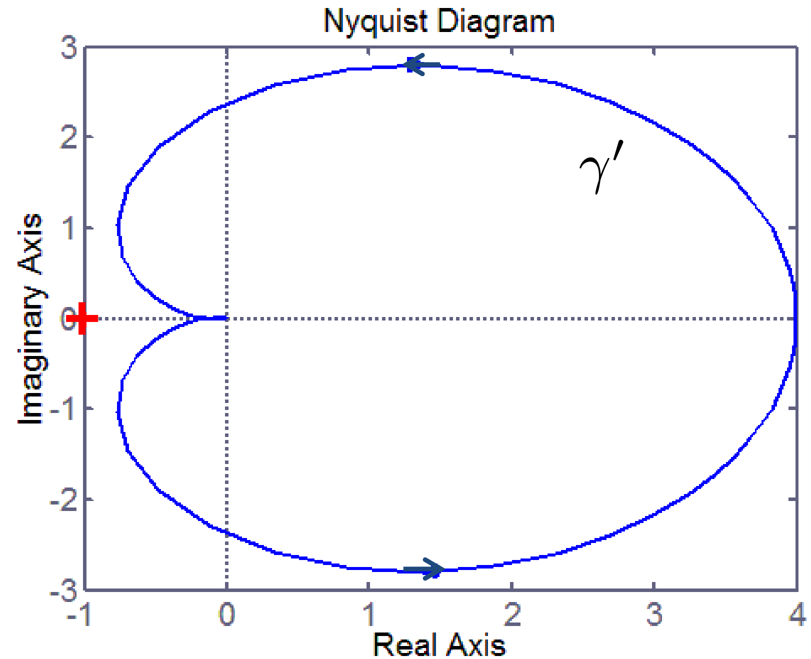


- Alltid symmetrisk kring realaxeln!
- (Notera Matlab ritar γ' i omvänd riktning jämfört med G & L)

Fullständiga Nyquistkriteriet (s.76)



$$\xrightarrow{G_o(\gamma)}$$



Antal positiva varv γ' omsluter -1 (+) = $P_s - P_o$

P_s = antal poler i HHP hos $G_c(s)$

P_o = antal poler i HHP hos $G_o(s)$