Institutionen för matematik
KTH

Kontrollskrivning 2, 2012-11-16, kl. 08.15 – 09.45 .

SF1663 Tillämpad linjär algebra med numeriska metoder, för CFATE.

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel!

Varje uppgift ger maximalt 4 poäng. För godkänt krävs 7 poäng.
För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa.

1. Givet vektorerna $\boldsymbol{u}_1 = (1, 2, 1)$, $\boldsymbol{u}_2 = (1, 0, -1)$ och $\boldsymbol{u}_3 = (-1, 1, 1)$.
   a) Visa att $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ och $\boldsymbol{u}_3$ är en bas för rummet $\mathbf{R}^3$. (2 p)
   b) Skriv vektorn $\boldsymbol{v} = (1, 3, 3)$ som en linjärkombination av $\boldsymbol{u}_1$, $\boldsymbol{u}_2$ och $\boldsymbol{u}_3$. (2 p)

2. Låt
$$B = \{ (3, -1, -2),\ (-2, 1, 1),\ (-1, 1, 1) \}$$
vara en bas för rummet $\mathbf{R}^3$ och låt E beteckna rummets standardbas.
   a) Bestäm basbytesmatriserna $P_{E \leftarrow B}$ och $P_{B \leftarrow E}$. (2 p)
   b) Vilka koordinater har vektorn $(\boldsymbol{v})_E = (1, 2, -1)$ i basen B? (2 p)

3. En projektion i $\mathbf{R}^3$ har matrisen
$$P = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 2 & 2 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}.$$
   a) Bestäm en bas för nollrummet till P. (2 p)
   b) Bestäm en bas för värderummet till P. (2 p)