EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 10:
Regulatorstrukturer

Kursinformation

- Min kontorstid är flyttad till 12:30-13:30 på måndag.

- Lab 3, avsnitt 3.3, förtydligande:
  - Krav 3: $|u(t)|<u_{max}$ för alla t, **då $r(t)$ är ett vanligt steg ($r(t)=1,\ t>0$) som i avsnitt 3.2**.

Resterande kursprogram

- Föreläsning 10 (idag): Regulatorstrukturer
- Föreläsning 11 (3 december): Implementering
  - c:a 9:45 går vi på studiebesök i vårt nya fordonslab
- Föreläsning 12 (4 december): Sammanfattning
  - Repetition enligt önskemål
  - Skicka önskemål till hsan@kth.se senast den 2 december
  - Lösning av tentatal

Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn

(IMC-avsnittet utgår)

Tillståndsmodeller

Tillståndsbeskrivning

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t)\\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

där $x \in \mathbf{R}^n, u \in \mathbf{R}^m, y \in \mathbf{R}^p$ och oftast $m = p = 1$ i denna kursen.

- Vektorn $x(t) = (x_1(t)\ x_2(t) \ldots x_n(t))^T$ - systemets tillstånd.
- $x(t)$ innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida $y(t)$, givet framtida $u(t)$, dvs. lagrar information om tidigare u.

Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

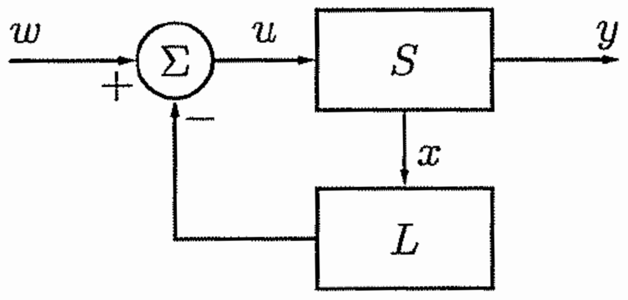
e^{At} = Exponentialmatris. Generalisering av ”vanlig” exponentialfunktion.

Tillståndsåterkoppling

- Antag att vi kan mäta alla tillstånd *x*. Återkoppla med allt vi kan mäta!

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t)$$

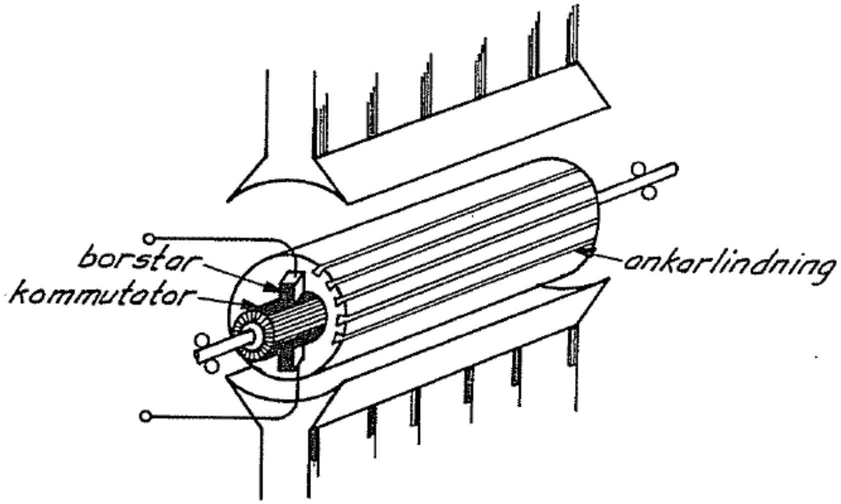
$$L = \begin{pmatrix} l_1 & \dots & l_n \end{pmatrix}$$



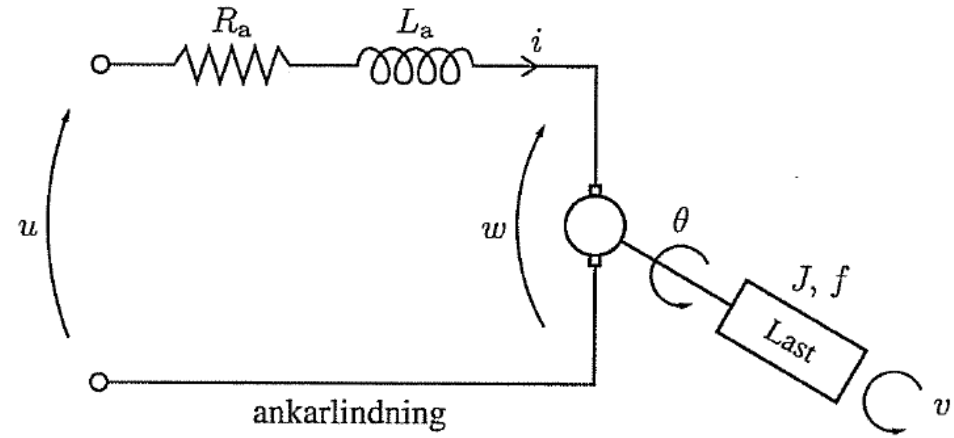
- Slutna systemets poler ges av *det(sI-A+BL)=0*
  - *n* ekvationer och *n* obekanta (*L*)
  - Lösbart ekvationssystem om *S styrbart*
  - Polerna (egenvärdena) kan läggas var du vill!

$$G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_0$$

DC motor (G&L Ex. 9.5)



Figur 2.2: Uppbyggnad av likströmsmotor.



Figur 2.3: Principskiss av likströmsmotor.

- Vi vill styra motoraxelns vinkel θ *(t)* genom att variera spänningen *u(t)*
- Antag att vi kan mäta vinkeln θ*(t)* och vinkelhastigheten θ *'(t)* (vi har en tachometer)

DC motor (G&L Ex. 9.5)

$x_1 = y =$ motoraxelns vinkel

$x_2 = \dot{y} =$ motoraxelns vinkelhastighet

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Tillståndsåterkoppling: $u = -\begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x + l_0 \cdot r$

Välj var polerna ska ligga: -3 $\pm$ 3*i*

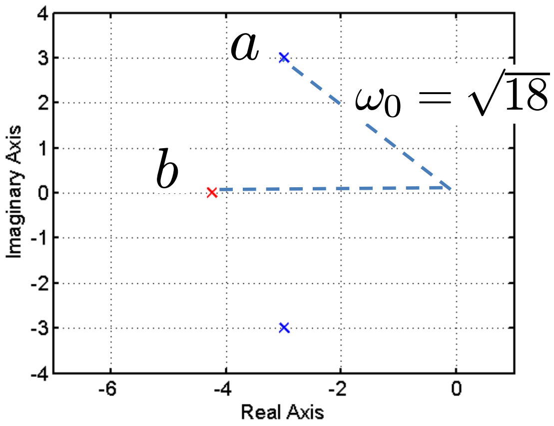
$$\Rightarrow (s+3-3i)(s+3+3i) = s^2 + 6s + 18 = 0$$

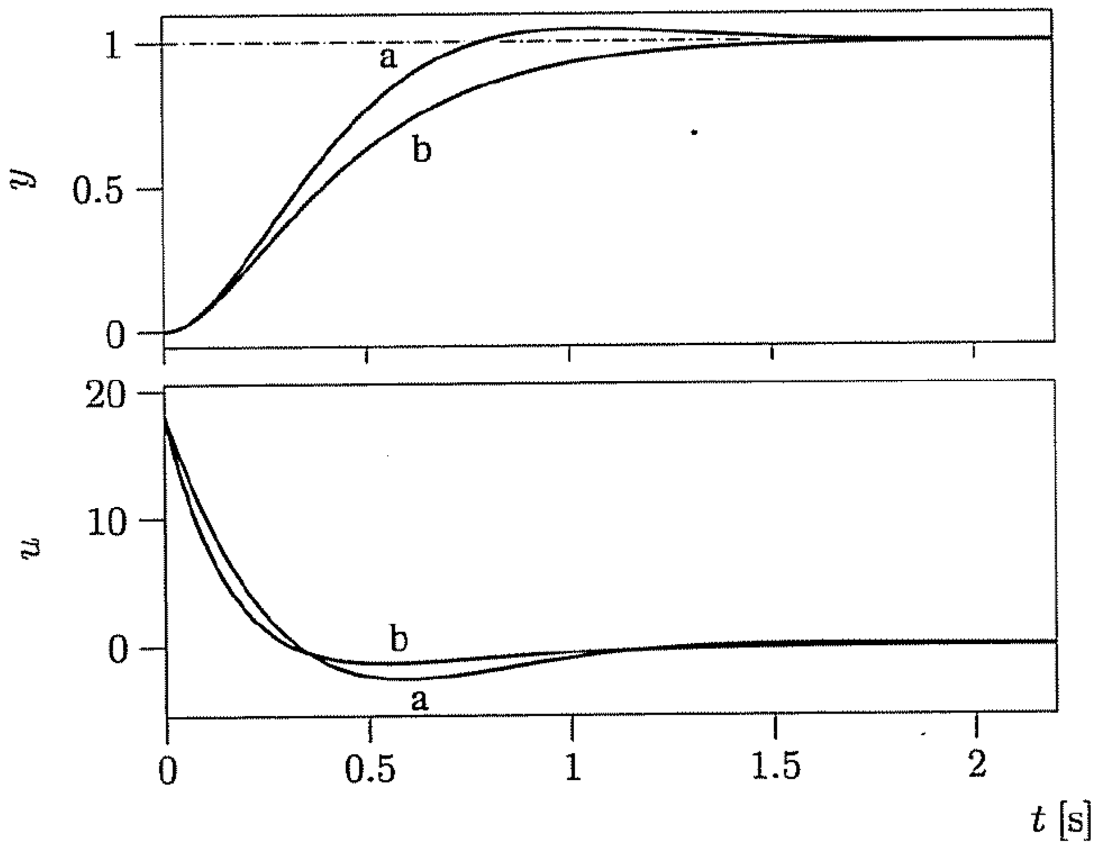
Jämför med *det(sI-A-BL)=0* $\Rightarrow s^2 + (1+l_2)s + l_1 = 0$

$$\Downarrow$$

$$l_1 = 18, \quad l_2 = 5$$

DC motor (G&L Ex. 9.5)

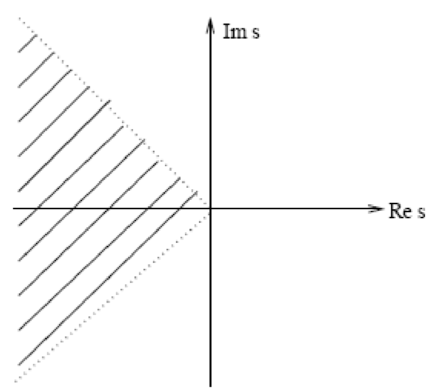




Figur 9.4: *Utsignal y och insignal u för det slutna systemet då polerna placeras i $-3 \pm 3i$ (a) respektive i $-\sqrt{18}$ (b).*

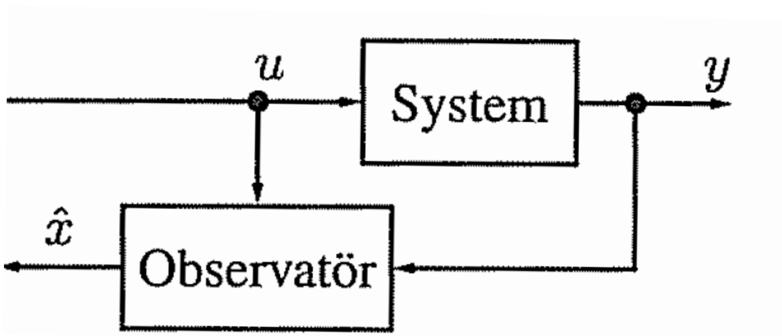
Var ska polerna placeras?

- Valet av slutna systemets poler styrs av specifikationer på:
  - Önskad snabbhet och dämpning
  - Begränsningar på styrsignalens storlek
  - Robusthet (mot modellfell)
  - Känslighet (mot yttre störningar)
- Allmänna råd:
  - Flytta polerna iterativt tills specifikationer uppfyllda
  - Poler närmast origo viktigast
  - Välj poler som ger bra avvägning mellan snabbhet och dämpning $\Rightarrow$ Im(s)$\leq$Re(s)



Observerare

- Vad göra om *x* inte kan mätas? Konstruera en observatör



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

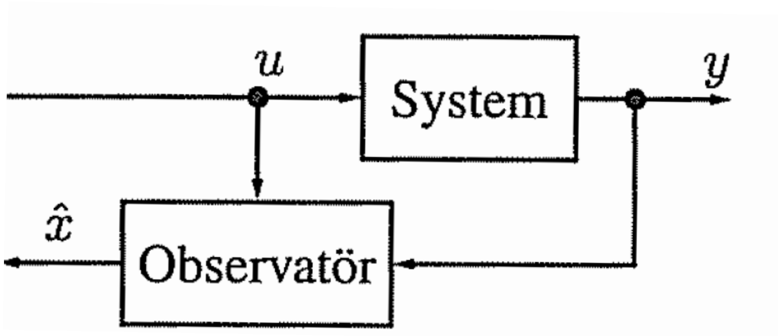
$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x}(t) = e^{(A-KC)t}\tilde{x}(0) \quad (\tilde{x}(0) = \text{initialt skattningsfel})$$

- Skattningsfelsdynamik styrs av *det(sI-A+KC)=0*
  - *n* ekvationer och n obekanta (*K*)
  - Lösbart ekvationssystem om system *observerbart*
  - Egenvärdena kan läggas var du vill!

Observerare



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

- Var ska egenvärdena till *A-KC* placeras?
  - Kompromiss mellan konvergenshastighet och störningskänslighet av skattningen
  - Snabba egenvärden *A-KC* $\Rightarrow$ skattning konvergerar snabbt
  - Snabba egenvärden *A-KC* $\Rightarrow$ skattning känslig för mätbrus (se G&L Ex. 9.8)

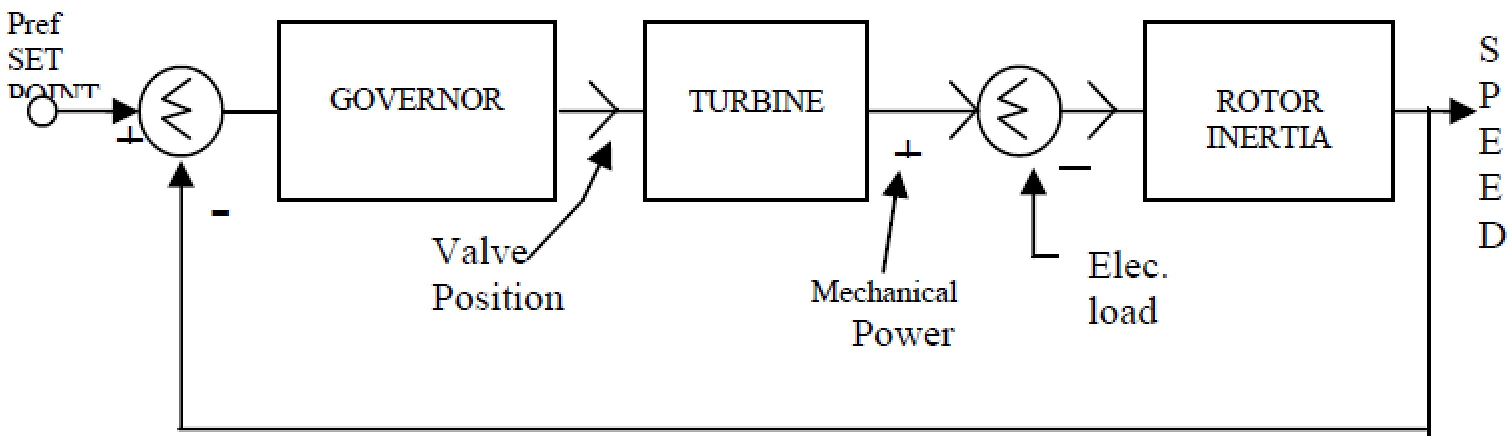
Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn

(IMC-avsnittet utgår)

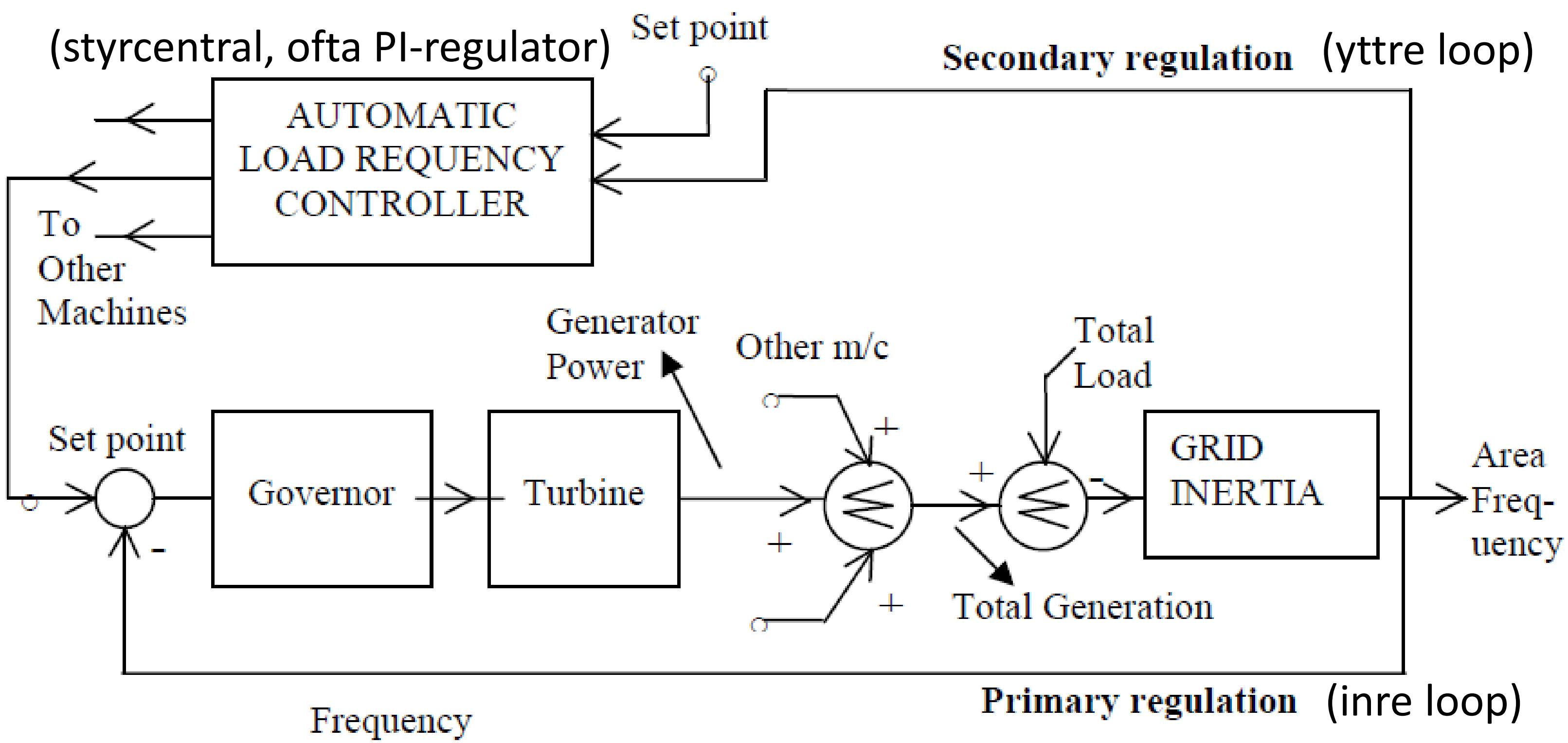
Exempel: Automatic Generation Control

- Hur håller elnätet frekvensen 50 Hz? Genom kaskadreglering av alla generatorer!
- Inre loop för en generator:



Exempel: Automatic Generation Control

- Hur håller elnätet frekvensen 50 Hz? Genom kaskadreglering av alla generatorer!
- Inre och yttre loop:



Smith-prediktorn

- Antag vi känner systemets tidsfördröjningen *T*
- Designa $\bar{F}$ så att $\bar{G}_c = \dfrac{G\bar{F}}{1+G\bar{F}}$ blir bra (PID, etc.)
- Smith-prediktorn $$F(s) = \frac{\bar{F}(s)}{1+(1-e^{-sT})\bar{F}(s)G(s)}$$

ger $G_c(s) = \bar{G}_c(s)e^{-sT}$