

Tentamensskrivning 2, 2012-12-13, kl. 14.00 – 17.30.

SF1663 Tillämpad linjär algebra med numeriska metoder, del A, för CFATE.

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel!

Varje uppgift i del A bedöms antingen som godkänd eller underkänd. För godkänt på del A krävs att alla uppgifter är godkända.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa.

Del A

1. I rummet \mathbf{R}^4 införs två baser

$$B = \{(2, 1, 3, 2), (-1, -1, 1, 3), (5, 2, 5, 1), (3, 1, 1, -1)\},$$

$$B' = \{(1, 4, 2, 5), (2, 1, 3, 5), (0, -1, 0, -1), (1, 4, 4, 2)\}.$$

Skriv ett matlab-program som räknar och skriver ut koordinaterna för vektorn $(v)_B = (2, 3, 1, -1)$ i basen B' .

2. Vilka av följande påståenden är korrekta för en allmän 3×3 -matris A ? Motivering krävs.

- a) Om determinanten av A är noll så är A inte inverterbar.
- b) Om determinanten av A är noll så har A egenvärdet 0.
- c) Om A inte är symmetrisk så är A inte diagonaliserbar.
- d) Om A bara har två egenvärden så är A inte diagonaliserbar.

3. En linjär avbildning har den symmetriska matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

och två av egenvärdena är $\lambda_1 = -4$ och $\lambda_2 = 1$ med motsvarande egenvektor $v_1 = (3, 4, -5)$ respektive $v_2 = (-4, 3, 0)$.

- a) Är $2v_2$ en egenvektor till A ? Om ja, vilket är motsvarande egenvärde?
- b) Bestäm ett tredje egenvärde och motsvarande egenvektor till A .
- c) Skriv upp en ortogonal diagonalisering av A .

V.g. vänd!

4. En ellipsoid i \mathbf{R}^3 har ekvationen $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2xz - 2yz = 1$ och skär xy -planet längs en ellips.
- a) Bestäm ekvationen för ellipsen.
 - b) Bestäm längden av ellipsens storaxel.