



KTH Elektro-
och systemteknik

Tentamen i EG2050 / 2C1118 Systemplanering, 9 juni 2010, 8:00–13:00, V34, V35

Tillåtna hjälpmedel

Vid denna tentamen får följande hjälpmedel användas:

- Miniräknare utan information med anknytning till kursen.
- En **handskriven, enkelsidig** A4-sida med **egna** anteckningar (original, ej kopia).
Denna sida skall lämnas in tillsammans med svarsbladet.

DEL I (OBLIGATORISK)

Skriv alla svar på det bifogade svarsbladet. Några motiveringar eller beräkningar behöver inte redovisas.

Del I kan totalt ge 40 poäng. Godkänt betyg garanteras vid 33 poäng. Om resultatet på del I uppgår till minst 31 poäng ges möjlighet att vid en extra skrivning komplettera till godkänt betyg (E).

Uppgift 1 (4 p)

Besvara följande teorifrågor genom att välja *ett* alternativ, som du anser är korrekt.

a) (1 p) Vilken eller vilka aktörer har ansvaret för att frekvensen i elsystemet hålls inom de nominella gränserna (t.ex. 49,9–50,1 Hz i Nordel-systemet)?

1. Systemoperatören.
2. De balansansvariga.
3. Producenterna.

b) (1 p) Vilken eller vilka aktörer har ansvaret för att ekonomiskt ansvarig för att systemet under en viss handelsperiod (t.ex. en timme) tillförs lika mycket energi som förbrukats?

1. Systemoperatören.
2. De balansansvariga.
3. Konsumenterna.

c) (2 p) Med efterhandshandeln avser vi all handel som sker efter själva leveranstimmen (eller någon annan handelsperiod). På efterhandsmarknaden kan man handla med följande typer av kontrakt: I) Balanskraft, d.v.s. då en balansansvarig aktör säljer ett eventuellt överskott i sin balans till systemoperatören, eller då en balansansvarig aktör köper av systemoperatören för att täcka ett eventuellt underskott i sin balans, II) Fastkraft, d.v.s. då en säljaren förbinder sig att leverera en viss mängd energi i varje handelsperiod under kontraktets giltighetstid, III) Reglerkraft, d.v.s. då en aktör på begäran av systemoperatören tillför systemet mer effekt (uppreglering) eller då en aktör på begäran av systemoperatören tar ut mer effekt från systemet (nedreglering).

1. Inget av påståendena är sanna.
2. Endast I är sant.
3. Endast II är sant.
4. Endast III är sant.
5. I och III är sanna men inte II.

Uppgift 2 (6 p)

Antag att man på elmarknaden i Land har perfekt konkurrens, alla aktörer har perfekt information, samt att det inte finns några nät- eller effektbegränsningar. Data för elmarknaden i Land ges i tabell 1 nedan. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära inom de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt.

Den 1 januari innehåller vattenmagasinen totalt 25 TWh och enligt långtidsprognoserna för elmarknaden (vilka som sagt var antas vara felfria) ska magasinen innehålla 20 TWh den 31 december.

Tabell 1 Data för elmarknaden i Land.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh]		Rörlig produktionskostnad [$\text{€}/\text{MWh}$]
	1 januari till 30 april	1 maj till 31 december	
Vattenkraft (tillrinning)	55	10	30–60
Kärnkraft	30	50	100–120
Kolkondens	10	20	350–500
Gasturbiner	5	10	800–1 000
Elförbrukning [TWh/år]	55	110	

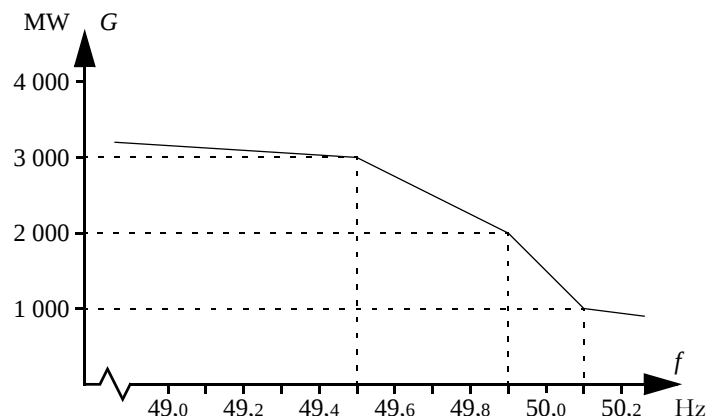
a) (2 p) Vilket elpris skulle man få på elmarknaden i Land om det inte finns någon magasinsbegränsning, d.v.s. om vattenmagasinen hade oändlig lagringskapacitet och hela vattenkrafttillrinningen kan utnyttjas under året?

b) (2 p) Hur mycket skulle vattenmagasinen innehålla natten mellan 30 april och 1 maj vid midnatt om det inte finns någon magasinsbegränsning, d.v.s. om vattenmagasinen hade oändlig lagringskapacitet?

c) (2 p) Antag att vattenmagasinen i Land har en begränsad lagringskapacitet. Hur stor är denna lagringskapacitet om elpriset mellan 1 januari och 30 april är 395 $\text{€}/\text{MWh}$ medan elpriset från 1 maj till 31 december är 440 $\text{€}/\text{MWh}$?

Uppgift 3 (6 p)

Figuren nedan visar den totala elproduktionen i de reglerstyrkstyrda kraftverken som funktion av frekvensen i ett visst elsystem.



- a) (2 p)** Klockan 11:01 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,01 Hz. Vid detta tillfälle ökar det termiska kraftverket Sotinge sin elproduktion med 200 MW. Kraftverket Sotinge deltar inte i primärregleringen. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- b) (2 p)** Klockan 11:03 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 50,04 Hz. Vid detta tillfälle ökar lasten i systemet med 200 MW. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?
- c) (2 p)** Klockan 11:07 råder balans mellan produktion och konsumtion i systemet och frekvensen är 49,92 Hz. Vid detta tillfälle ökar lasten i systemet med 200 MW. Vilken frekvens får man i systemet efter att primärregleringen återställt balansen mellan produktion och konsumtion?

Uppgift 4 (12 p)

Stads energi AB äger ett termiskt kraftverk med tre block. Antag att bolaget formulerat sitt korttidsplaneringsproblem som ett MILP-problem och att man har infört följande beteckningar:

Index för kraftverken: Block I - 1, Block II - 2, Block III - 3.

β_{Gg} = rörlig produktionskostnad i kraftverk g ,

C_g^+ = startkostnad i kraftverk g , $g = 1, 2, 3$,

$G_{g,t}$ = elproduktion i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,

$\bar{G}_g$ = installerad effekt i kraftverk g , $g = 1, 2, 3$,

$\underline{G}_g$ = minimal elproduktion då kraftverk g är i drift, $g = 1, 2, 3$,

λ_t = förväntat elpris timme t , $t = 1, \dots, 24$,

$s_{g,t}^+$ = startvariabel för kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$,

$u_{g,0}$ = driftstatus i kraftverk g vid planeringsperiodens början, $g = 1, 2, 3$,

$u_{g,t}$ = driftstatus i kraftverk g , timme t , $g = 1, 2, 3$, $t = 1, \dots, 24$.

a) (3 p) Vilka av beteckningarna ovan representerar optimeringsvariabler respektive parametrar?

b) (4 p) Stads energi AB säljer el på den lokala börsen ElKräng. Formulera målfunktionen i bolagets planeringsproblem om syftet med planeringen är att maximera intäkterna från el såld minus kostnaderna i det termiska kraftverket. Använd beteckningarna ovan.

c) (1 p) Hur formuleras sambandet mellan driftstatus och minimal elproduktion för kraftverk g , timme t ?

1. $G_{g,t} - \underline{G}_g \cdot u_{g,t} \leq 0$.

2. $G_{g,t} - \bar{G}_g \cdot u_{g,t} = 0$.

3. $G_{g,t} - \underline{G}_g \cdot u_{g,t} \geq 0$.

d) (2 p) Betrakta ett vattenkraftverk där den maximala tappningen är $100 \text{ m}^3/\text{s}$. Vid maximal tappning är den relativa verkningsgraden 96% och kraftverket producerar 36 MW. Den bästa verkningsgraden erhålls vid tappningen $68 \text{ m}^3/\text{s}$. Hur stor är den maximala produktionsekvivalenten i detta kraftverk?

e) (2 p) Antag att korttidsplaneringsproblemet för tre vattenkraftverk formulerats som ett LP-problem där målfunktionen är att maximera värdet av sparat vatten. Optimeringsproblemet har sedan lösts med hjälp kommersiell programvara (t.ex. GAMS). Låt $v_{i,t}$ beteckna dualvariabeln till den hydrologiska balansen för kraftverk i , timme t . I följande situationer har dualvariablerna rimliga värden: I) Om alla $v_{i,t} < 0$, II) Om alla $v_{i,t} \geq 0$, III) Om kraftverket j ligger direkt nedströms kraftverk i och $v_{j,t} > v_{i,t}$

1. Endast I är sant.

2. Endast II är sant.

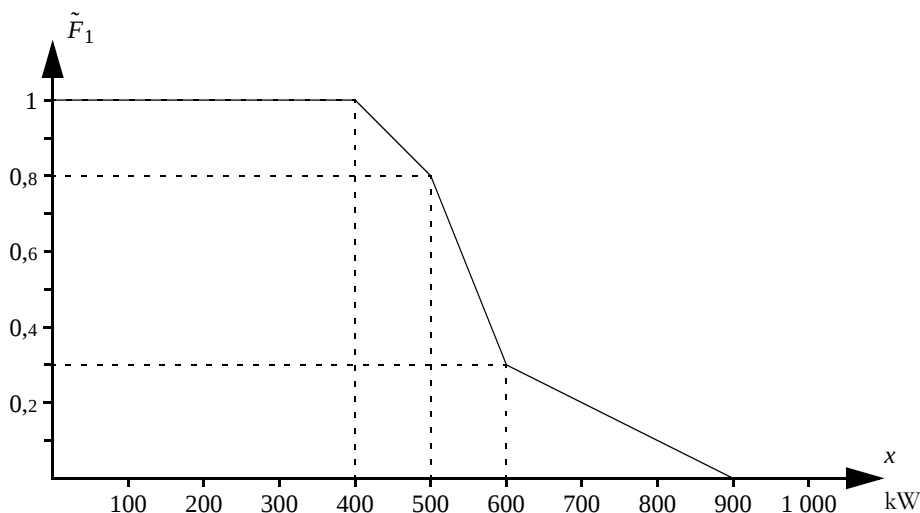
3. Endast III är sant.

4. II och III är sanna men inte I.

5. Alla påståendena är sanna.

Uppgift 5 (12 p)

Ekibuga är en stad i Östafrika. Staden är inte ansluten till något nationellt elnät, utan man har ett eget lokalt system som försörjs av ett vattenkraftverk i närbelägna Ekiyira. Det lokala systemet omfattar också några mindre byar på vägen mellan Ekiyira och Ekibuga. Vattenkraftverket saknar magasin, men vattenflödet är alltid tillräckligt stort för att man ska kunna producera installerad effekt (800 kW) och risken för driftstopp i kraftverket är försumbar. Varaktighetskurvan för den totala lasten i systemet visas i figuren nedan.



a) (2 p) Hur stor är den förväntade ickelevererade energin per timme för systemet med enbart vattenkraftverket?

b) (2 p) För att förbättra leveranssäkerheten i systemet överväger man att sätta upp en dieselgenerator i Ekibuga. Den tänkta dieselgeneratoren skulle ha 100 kW installerad effekt, 75% tillgänglighet och driftkostnaden 2 ¢/kWh. Den förväntade ickelevererade energin om man beaktar både vattenkraftverket och dieselgeneratoren är 1,25 kWh/h. Beräkna den förväntade driftkostnaden per timme för systemet med ett vattenkraftverk och en dieselgenerator.

c) (3 p) Ett alternativ till dieselgeneratoren för att förbättra leveranssäkerheten är att sätta upp ett vindkraftverk i Kasozi. Vindkraftverket skulle få en installerad effekt på 400 kW och den tillgängliga produktionskapacitet modelleras enligt tabell 2. Beräkna *LOLP* för systemet med ett vattenkraftverk och ett vindkraftverk.

Tips: Faltningsekvationen för en flertillståndsmo­dell ser ut så här:

$$\tilde{F}_g(x) = \sum_{i=1}^{N_g} p_{g,i} \tilde{F}_{g-1}(x - x_{g,i}).$$

Tabell 2 Modell av vindkraftverket i Kasozi.

Tillgänglig produktionskapacitet [kW]	Sannolikhet [%]
0	15
100	40
200	20
300	15
400	10

d) (2 p) För att ta hänsyn till de relativt höga förlusterna på ledningarna mellan Ekiyira och Ekibuga önskar man använda en multi-areamodell. Antag att man väljer att använda slumptalskomplement för att förbättra noggrannheten i simuleringen. Vilket värde får slumptalskomplementet, D^* , om den totala lasten i systemet slumpas fram till $D = 500$ kW?

e) (2 p) Antag att man simulerar elsystemet i Ekibuga med hjälp av en kombination av stratifierad sampling och kontrollvariabler. Resultaten från 2 000 scenarier i en simulering av systemet med vattenkraftverk och dieselgenerator redovisas i tabell 3. Hur stor är den förväntade skillnaden mellan multi-areamodellen och SPS-modellen?

f) (1 p) Vilken skattning av *LOLP* ger Monte Carlo-simuleringen i tabell 3 om en stokastisk produktionskostnadssimulering ger att risken för effektbrist är 2,5%?

Tabell 3 Resultat från en Monte Carlo-simulering av elsystemet i Ekibuga.

Stratum, h	Stratumvikt, ω_h	Antal scenarier, n_h	Resultat från multi-areamodell, $\sum_{i=1}^h x_{i,h}$ (där $x_{i,h}$ är det observerade värdet på <i>LOLO</i> i scenario i , stratum h)	Resultat från SPS-modell, $\sum_{i=1}^h z_{i,h}$ (där $z_{i,h}$ är det observerade värdet på <i>LOLO</i> _{SPS} i scenario i , stratum h)
1	0,90	0	0*	0*
2	0,075	1 000	300	0
3	0,025	1 000	1 000	1 000

* I dessa scenarier är den tillgängliga produktionskapaciteten tillräckligt stor för att täcka den maximala lasten plus de maximala förlusterna och således vet man att *LOLO* = 0 för alla dessa scenarier.

DEL II (FÖR HÖGRE BETYG ÄN GODKÄNT)

Alla beteckningar som införs skall förklaras. Lösningarna skall vara så utförliga att det utan problem går att följa tanke- och beräkningsgången.

Svaren på de olika uppgifterna skall lämnas in på olika blad, men svar på deluppgifter (a, b, c, o.s.v) kan skrivas på samma blad. Fälten *Namn*, *Blad nr* och *Uppgift nr* skall fyllas i på varje blad.

Del II kan ge totalt 60 poäng. Del II kommer endast att rättas om tentanden erhållit minst 33 poäng på del I. Om så är fallet summeras resultatet på del I, del II och bonuspoängen. Denna summa ligger till grund för vilket betyg (A, B, C, D, E) som ges på tentamen.

Uppgift 6 (10 p)

Betrakta en förenklad modell av elmarknaden i Rike, där man antar att det råder perfekt konkurrens, där alla aktörer har tillgång till perfekt information och där det inte finns några magasins- eller effektbegränsningar. Data för elproduktion och elkonsumtion ges i tabell 4. De rörliga produktionskostnaderna antas vara linjära i de angivna intervallen, d.v.s. då produktionen är noll är priset på den lägsta nivån och vid maximal produktion är priset maximalt. Antag också att nyttan av varje konsumerad MWh kan värderas till 1 000 kr .

Tabell 4 Data för produktion och konsumtion på elmarknaden i Rike.

Kraftslag	Produktionskapacitet [TWh/år]		Rörlig kostnad [kr /MWh]
	Norra Rike	Södra Rike	
Vattenkraft	60	10	5
Kärnkraft	0	70	80–120
Fossila bränslen	8	12	300–540
Elförbrukning	15	130	

a) (4 p) För närvarande använder systemoperatören Riksnät motköp för att hantera begränsningar på överföringskapaciteten mellan den norra och södra delen av Rike. Detta innebär att prisbildningen på elmarknaden inte påverkas av några transmissionsbegränsningar. Beräkna följande överskott:

- Producenternas sammanlagda överskott, d.v.s. värdet av all såld el minus de rörliga produktionskostnaderna.
- Konsumenternas sammanlagda överskott, d.v.s. värdet av all elkonsumtion minus kostnaderna för att köpa el.

b) (4 p) Antag att systemoperatören Riksnät i stället inför två prisområden: ett för norra Rike och ett för södra Rike. Den maximal överföringskapaciteten mellan de två prisområdena är 46 TWh/år. I det här fallet kommer transmissionsbegränsningen att påverka prisbildningen på elmarknaden. Beräkna producenternas respektive konsumenternas sammanlagda överskott.

Observera att all el som producenterna matar in i norra delen av landet (alltså även den del som exporteras söderut) erhåller områdespriset för norra Rike. På motsvarande sätt måste alla konsumenter i södra Rike (alltså även de som köper el importerad från norra Rike) betala områdespriset för södra Rike.

c) (2 p) Antag att Riksnät sparar 2 325 M kr /år på att införa prisområden. Vilket av alternativen ovan är att föredra ur samhällsekonomisk synpunkt? Glöm inte att motivera ditt svar!

Uppgift 7 (10 p)

Betrakta ett elsystem bestående av de tre länderna Åland, Beland och Celand. Primärregleringen i de tre länderna är uppdelad i en normaldriftreserv och en störningsreserv. Normaldriftreserven är till för att hantera normala variationer i t.ex. last och vindkraftproduktion. Störningsreserven är till för att hantera bortfall i större kraftverk. Fördelningen av reglerstyrkorna för dessa reserver framgår av tabell 5.

Vid ett visst tillfälle är frekvensen 49,9 Hz och det råder balans mellan produktion och konsumtion. Data för transmissionsförbindelserna mellan länderna ges i tabell 6. Varje förbindelse är försedd med ett skyddssystem som efter en viss tidsfördröjning automatiskt kopplar bort förbindelsen om flödet skulle överskrida den maximala kapaciteten. Effektflödena på HVDC-förbindelsen påverkas inte av frekvensen i systemet, utan kan bara kontrolleras manuellt.

Tabell 5 Fördelning av reglerstyrkan.

Land	Normaldriftreserv (tillgänglig mellan 49,9 och 50,1 Hz) [MW/Hz]	Störningsreserv (tillgänglig mellan 49,5 och 49,9 Hz) [MW/Hz]
Åland	2 250	1 000
Beland	3 250	1 500
Celand	500	500

Tabell 6 Data för transmissionsförbindelserna.

Förbindelse	Typ	Nuvarande transmission [MW]	Maximal kapacitet [MW]
Åland ↔ Beland	Växelström	1 000 MW från Åland till Beland	1 300
Åland ↔ Celand	Likström (HVDC)	400 MW från Åland till Celand	600
Beland ↔ Celand	Växelström	100 MW från Beland till Celand	1 000

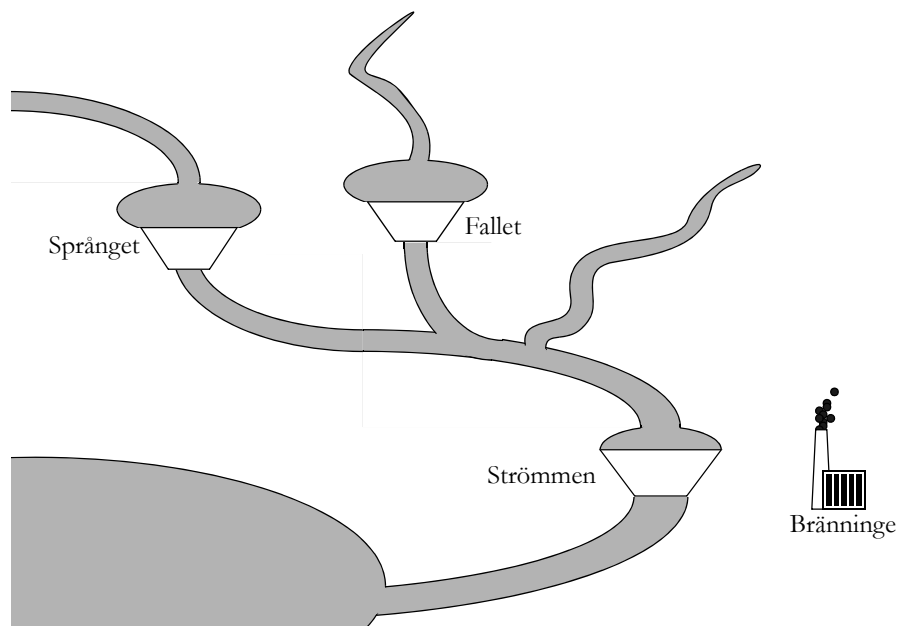
a) (2 p) Antag att det inträffar ett bortfall i ett stort kraftverk i Åland. Hur stort får bortfallet maximalt vara om frekvensen inte ska sjunka lägre än 49,5 Hz och om inte någon transmissionsförbindelse ska bli överbelastad?

b) (2 p) Antag att det i stället inträffar ett bortfall i ett stort kraftverk i Beland. Hur stort får bortfallet maximalt vara om frekvensen inte ska sjunka lägre än 49,5 Hz och om inte någon transmissionsförbindelse ska bli överbelastad?

c) (2 p) Antag att det i stället inträffar ett bortfall i ett stort kraftverk i Celand. Hur stort får bortfallet maximalt vara om frekvensen inte ska sjunka lägre än 49,5 Hz och om inte någon transmissionsförbindelse ska bli överbelastad?

d) (4 p) Det största kraftverket i Celand är ett kärnkraftverk med en installerad effekt på 1 050 MW. Antag att störningsreserven måste kunna hantera ett bortfall av hela produktionskapaciteten i detta kraftverk i den ovan beskrivna situationen. Hur kan man snabbt (d.v.s. utan att investera i nya kraftverk, förstärka transmissionskapaciteten eller upphandla mer reglerkapacitet) se till att systemet uppfyller detta krav?

Uppgift 8 (20 p)



AB Elkraft äger tre vattenkraftverk lokaliserade enligt figuren ovan. Data för vattenkraftverken ges i tabell 7. Rinntiden mellan kraftverken kan försummas. Bolaget äger även det termiska kraftverket Bränninge. Då Bränninge är i drift måste produktionen hållas i intervallet 50–300 MW. Den rörliga produktionskostnaden är 450 SEK/MWh och startkostnaden är 13 000 SEK då kraftverket varit ur drift två timmar eller längre och 5 000 SEK om kraftverket har varit ur drift under endast en timme. Enligt den gällande driftplanen för Bränninge kommer kraftverket att tas ur drift 23:00 på onsdag kväll.

Den el bolaget producerar säljs på den lokala elbörsen ElKräng. Senast onsdag kl. 12:00 ska AB Elkraft skicka in bud för varje timme under torsdagen. I tabell 8 visas AB Elkrafts prognos för priserna på torsdagen. Bolaget antar att man kan sälja obegränsade mängder el till dessa priser. Därefter räknar man med ett genomsnittligt elpris på 400 SEK/MWh och att sparad vatten kan användas till elproduktion vid bästa verkningsgrad.

a) (15 p) Formulera AB Elkrafts planeringsproblem som ett MILP-problem. För parametrarna ska beteckningarna i tabell 10 användas (det är dock även tillåtet att lägga till ytterligare beteckningar om man anser att det behövs).

OBS! För att få full poäng på denna uppgift krävs att

- Beteckningarna för optimeringsvariablerna ska vara klart och tydligt definierade.
- Optimeringsproblemet ska vara så formulerat att man tydligt kan se vad som är målfunktion, vad som är bivillkor och vad som är variabelgränser.
- Möjliga värden för alla index ska finnas tydligt angivet vid alla ekvationer.

b) (5 p) Antag att det finns en viss osäkerhet kring priserna på torsdagen. Förutom prisprognosen från tabell 8 finns även en alternativ prisprognos enligt tabell 9. Antag att AB Elkraft för varje timme bedömer sannolikheten att den första prognosen (tabell 8) slår in är 80% och att det är 20% chans att den alternativa prognosen slår in. Hur måste AB Elkrafts planeringsproblem formuleras om ifall syftet med planeringen är att maximera de förväntade intäkterna minus de förväntade kostnaderna? Glöm inte att definiera alla nya variabler och parametrar du inför!

Tabell 7 Data för AB Elkrafts kraftverk.

Kraftverk	Startinnehåll i vatten- magasinet [TE]	Maximalt magasins- innehåll [TE]	Marginella produktions- ekvivalenter [MWh/TE]		Maximal tappning [TE]		Lokalt inflöde [TE]
			Segment 1	Segment 2	Segment 1	Segment 2	
Språnget	850	1 000	0,68	0,60	100	40	80
Fallet	1 100	1 400	0,72	0,62	80	40	60
Strömmen	750	800	0,40	0,35	150	75	10

Tabell 8 AB Elkrafts prisprognos för torsdagen.

Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	325	265	255	255	245	300	370	395	420	425	425	425
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	420	425	415	415	410	415	415	410	395	385	395	365

Tabell 9 Alternativ prisprognos för torsdagen.

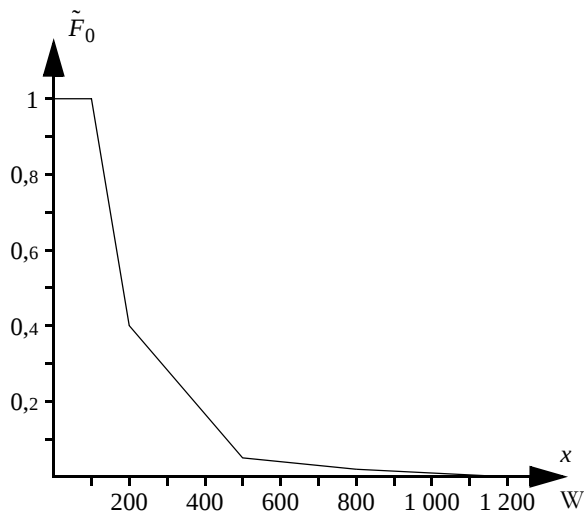
Timme	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11	11-12
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	325	265	255	255	245	300	365	385	415	420	420	420
Timme	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18	18-19	19-20	20-21	21-22	22-23	23-24
Pris på ElKräng [SEK/MWh]	415	410	400	405	395	400	390	370	340	330	325	295

Tabell 10 Beteckningar till AB Elkrafts planeringsproblem.

Beteckning	Förklaring	Värde
$M_{i,0}$	Startinnehåll i magasin i	Se tabell 7
$\bar{M}_i$	Maximalt innehåll i magasin i	Se tabell 7
$\mu_{i,j}$	Marginell produktionsekvivalent i kraftverk i , segment j	Se tabell 7
$\bar{Q}_{i,j}$	Maximal tappning i kraftverk i , segment j	Se tabell 7
V_i	Lokal tillrinning till magasin i	Se tabell 7
$\bar{G}$	Maximal elproduktion då Bränninge är i drift	300
$\underline{G}$	Minimal elproduktion då Bränninge är i drift	50
β	Rörlig produktionskostnad i Bränninge	400
C^*	Startkostnad i Bränninge efter en timmes driftstopp	5 000
C^{**}	Startkostnad i Bränninge efter minst två timmars driftstopp	13 000
$\lambda_{1,t}$	Förväntat pris på ElKräng timme t	Se tabell 8
$\lambda_{2,t}$	Alternativ prognos för priset på ElKräng timme t	Se tabell 9
λ_f	Förväntat framtida elpris	400

Uppgift 9 (20 p)

Inga och Inge Kol planerar att flytta till en nybyggd villa. Huset är mycket energisnålt och paret har räknat på all energi som går in och ut ur huset (de har till och med tagit hänsyn till att deras två katter ger ifrån sig 20 W värmeenergi och således reducerar behovet av uppvärmning under vintern). Beräkningarna har resulterat i nedanstående varaktighetskurva för elförbrukningen i huset.



Tabell 11 Några värden på varaktighetskurvan för lasten i den nybyggda villan.

x [kW]	$\tilde{F}_0(x)$
0,1	1
0,2	0,4
0,5	0,05
0,8	0,02
1,2	0

Det finns två alternativ för att ordna elförsörjningen till huset:

- **Anslutning till elnätet.** En nätanslutning skulle utan problem kunna försörja huset även vid maximal elförbrukning. Den årliga kostnaden för investeringen och nätavgifterna uppgår till 10 000 € . Den el de köper från elnätet beräknas kosta 2 $\text{€}/\text{kWh}$ inom överskådlig framtid.
- **Självförsörjande hus.** Denna anläggning består av solceller med 3 kW toppeffekt, vilket ger ungefär 2 500 kWh/år. För att få el även då solen inte skiner behövs även en batteribank. Batteribanken kan maximalt mata ut 1 kW och har tillräcklig lagringskapacitet för att försörja villan under två veckor utan någon som helst uppladdning. Investeringskostnaden för systemet beräknas bli 20 000 $\text{€}/\text{år}$.

a) (8 p) Antag att paret väljer det självförsörjande huset. Hur många timmar per år kommer de i genomsnitt att behöva dra ner på sin elförbrukning p.g.a. effektbrist? Räkna med risken att batteribanken är helt urladdade är försumbar. Elproduktionen i solcellspanelerna och elförbrukningen i huset är egentligen korrelerade, men antag i denna beräkning att de är oberoende av varandra och använd den sannolikhetsfördelning för solcellsproduktionen som anges i tabell 12.

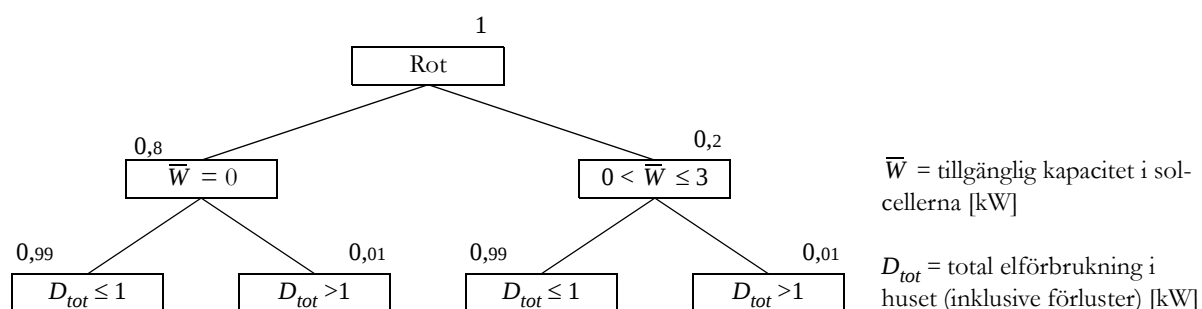
Tabell 12 Förenklad modell av tillgänglig produktionskapacitet i solcellerna.

Sannolikhet [%]	Tillgänglig kapacitet [W]
80	0
10	100
10	200 eller mer

b) (8 p) Eftersom paret gjort en så detaljerad energibalans för huset skulle de vilja använda en mer detaljerad modell (framför allt vad beträffar elproduktionen i solcellerna) då de beräknar risken för effektbrist. De väljer därför att simulera huset med hjälp av stratifierad sampling. På nästa sida visas ett stratumträd för denna simulering, samt en tabell med den första omgången scenarier. Antag att simuleringen ska omfatta 10 000 sampel. Hur bör dessa sampel fördelas mellan stratummen?

Tabell 13 Den första omgången scenarier till simuleringen av makarna Kols villa.

$\bar{W}$ [W]	D_{tot} [W]	LOLO	$\bar{W}$ [W]	D_{tot} [W]	LOLO
0	119	0	15	1 168	1
0	144	0	87	197	0
0	177	0	208	142	0
0	192	0	298	184	0
0	321	0	298	1 004	0
0	1 004	1	304	1 136	1
0	1 089	1	408	303	0
0	1 091	1	529	1 076	0
0	1 152	1	1 220	164	0
0	1 164	1	1 906	1 166	0



c) (4 p) Eftersom de bägge makarna är engagerade i klimatfrågan skulle de föredra att deras hus är självförsörjande på el och de är därför beredda att välja ett självförsörjande hus även om den totala kostnaden per år blir upp till 50% högre än den totala kostnaden för nätel. Vilket alternativ kommer paret att välja med förutsättningarna ovan?



KTH Elektro-
och systemteknik

Svarsblad till del I

Namn:

Personnummer:

Uppgift 1

a) Alternativ är korrekt.

b) Alternativ är korrekt.

c) Alternativ är korrekt.

Uppgift 2

a) $\varnothing$ /MWh b) TWh

c) TWh

Uppgift 3

a) Hz b) Hz

c) Hz

Uppgift 4

a) Parametrar:

Optimeringsvariabler:

b)

c) Alternativ är korrekt.

d) MWh/TE

e) Alternativ är korrekt.

Uppgift 5

a) kWh/h b) $\varnothing$ /h

c) % d) MW

e) % f) %

Uppgift 1

- a) 1, b) 2, c) 2.

Uppgift 2

- a) Den totala lasten i Land under året är 165 TWh. Vattenkraft och kärnkraft kan totalt producera 65 (årets tillrinning) + 5 (sarat vatten som utnyttjas under året) + 80 (kärnkraft) = 150 TWh, vilket betyder att 15 TWh kolkondens kommer att behövas. Därmed utnyttjas 15/30 av prisintervall för kolkondens, d.v.s. elpriset måste vara $350 + 15/30 \cdot 150 = 425$ ¢/MWh.
- b) Under januari till april produceras 30 TWh kärnkraft och hälften av den tillgängliga kolkondensen (d.v.s. 5 TWh), vilket betyder att vattenkraften ska producera 20 TWh. Eftersom tillrinningen är 55 TWh kommer magasinen att fyllas på med 35 TWh under denna period. Magasinen innehåller 25 TWh från början och kommer därför att innehålla 60 TWh i slutet av perioden.
- c) Eftersom elpriset är lägre i början av året så är magasinen maximalt fyllda mellan den 30 april och 1 maj (om det inte hade funnits någon magasinbegränsning hade man haft samma elpris under hela året). Vid elpriset 395 ¢/MWh används all kärnkraft och 45/150 = 30% av kolkondenskapaciteten, vilket totalt ger 33 TWh. Eftersom elförbrukningen under denna period är 55 TWh, så måste vattenkraftproduktionen vara 22 TWh. Magasinsinnehållet natten mellan 30 april och 1 maj kan måste därmed vara 25 (startinnehåll) + 55 TWh (tillrinning) – 22 (produktion) = 58 TWh. Alltså kan vi dra slutsatsen att vattenmagasinen rymmer 58 TWh.

Uppgift 3

- a) Då frekvensen är 50,01 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 450 MW (enligt figuren). Då Sotinge ökar elproduktionen med 200 MW måste de reglerstyrda kraftverken minska produktionen till 1 250 MW, vilket innebär att frekvensen måste öka till 50,05 Hz.
- b) Då frekvensen är 50,04 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 300 MW (enligt figuren). Då lasten ökar med 200 MW måste de reglerstyrda kraftverken öka produktionen till 1 500 MW, vilket innebär att frekvensen måste minska till 50,00 Hz.
- c) Då frekvensen är 49,92 Hz producerar de reglerstyrda kraftverken 1 900 MW (enligt figuren). Då lasten ökar med 200 MW måste de reglerstyrda kraftverken öka produktionen till 2 100 MW, vilket innebär att frekvensen måste minska till 49,86 Hz.

Uppgift 4

- a) Parametrar: β_{Gg} , C_g^+ , $\bar{G}_g$, $\underline{G}_g$, λ_r och $u_{g,0}$. Optimeringsvariabler: $G_{g,t}$, $s_{g,t}^+$ och $u_{g,t}$.

- b) maximera $\sum_{t=yg=1}^{24} \sum_{t=1}^3 ((\lambda_t - \beta_{Gg})G_{g,t} - C_g^+ s_{g,t}^+)$.

- c) 3.

- d) Elproduktionen som funktion av tappningen kan skrivas $H(Q) = \eta(Q) \cdot \gamma_{max} \cdot Q$. Löser vi ut γ_{max} ur detta uttryck och sätter in värdena vid maximal tappning så får vi $\gamma_{max} = 36/(0,96 \cdot 100) = 0,375$ MWh/TE.

- e) 2.

Uppgift 5

- a) Den icke-levererade energin under en timme ges av

$$EENS_1 = 1 \cdot \int_{800}^{\infty} \tilde{F}_1(x) dx = 0,1 \cdot 100/2 = 5 \text{ kWh/h.}$$

- b) Den förväntade elproduktionen i dieselgeneratorm är $EG_2 = EENS_1 - EENS_2 = 3,75$ kWh/h. Den förväntade driftkostnaden blir således $ETOC = 2EG_2 = 7,5$ ¢/h.

- c) $LOLP = \tilde{F}_2(1200) = 0,1\tilde{F}_1(1200) + 0,15\tilde{F}_1(1100) + 0,2\tilde{F}_1(1000) + 0,4\tilde{F}_1(900) + 0,15\tilde{F}_1(800) = 0,1 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0 + 0,2 \cdot 0 + 0,4 \cdot 0 + 0,15 \cdot 0,1 = 1,5\%$.

- d) Med den inversa transformmetoden erhålls $D = F_D^{-1}(U)$, där U är ett $U(0, 1)$ -fördelat slumptal. Eftersom vi i uppgiften fått varakighetskurvan i stället, kan vi lika gärna använda transformen $D = F_D(U)$. Det ursprungliga slumptalet måste ha varit $U = \tilde{F}_D(500) = 0,8$. Således är $U^* = 1 - U = 0,2$, vilket ger $D^* = \tilde{F}_D^{-1}(U^*) = 700$ kW.

- e) Först beräknar vi den förväntade skillnaden mellan multi-areamodellen och SPS-modellen i respektive stratum:

$$LOLD_h = \frac{1}{n_h} \sum_{i=1}^{n_h} (x_{i,h} - z_{i,h}) = \frac{1}{n_h} \left(\sum_{i=1}^{n_h} x_{i,h} - \sum_{i=1}^{n_h} z_{i,h} \right)$$

$$\Rightarrow LOLD_1 = 0,$$

$$LOLD_2 = (300 - 0)/1000 = 0,3,$$

$$LOLD_3 = (1000 - 1000)/1000 = 0.$$

Därefter viktar vi ihop resultaten för varje stratum i enlighet med deras stratumvikter:

$$LOLD = \sum_{h=1}^3 \phi_h LOLD_h = 0,90 \cdot 0 + 0,075 \cdot 0,3 + 0,025 \cdot 0 = 2,25\%.$$

- f) $LOLP$ för multi-areamodellen ges av den förväntade skillnaden plus resultatet från SPS-modellen:

$$LOLP = LOLD + LOLP_{SPS} = 2,25 + 2,5 = 4,75\%.$$

Uppgift 6

- a) Den totala lasten är 145 TWh/år. Vattenkraft och kärnkraft kan bidra med 140 TWh/år, vilket innebär att man behöver 5/20 av kapaciteten från fossila bränslen. Elpriset blir därmed 360 ¢/MWh.

Producenternas sammanlagda överskott: $145 \cdot 360$ (intäkt av såld el) – $70 \cdot 5$ (rörlig kostnad för vattenkraft) – $70 \cdot (80 + 120)/2$ (rörlig kostnad för kärnkraft) – $5 \cdot (300 + 360)/2$ (rörlig kostnad för

fossila bränslen) = 43 200 Mσ /år.

Konsumenternas sammanlagda överskott: $145 \cdot 1\,000$ (värdet av elkonsumtionen) – 145 · 360 (kostnad för köpt el) = 92 800 Mσ /år.

b) Uppdelningen i prisområden leder till att man får ett lägre elpris i norra Rike och ett högre i södra delen av landet. I norra Rike är efterfrågan 15 (lokal last) + 46 (maximal export) = 61 TWh/år. Vattenkraften kan bidra med 60 TWh/år, vilket innebär att man behöver 1/8 av kapaciteten från fossila bränslen. Elpriset i norr blir därmed 330 σ /MWh. I södra Rike är efterfrågan 130 (lokal last) – 46 (maximal import) = 84 TWh/år. Vattenkraft och kärnkraft kan bidra med 80 TWh/år, vilket innebär att man behöver 4/12 av kapaciteten från fossila bränslen. Elpriset blir därmed 380 σ /MWh.

Producenternas sammanlagda överskott: $61 \cdot 330$ (intäkt av såld el i norra Rike) + $84 \cdot 380$ (intäkt av såld el i södra Rike) – $70 \cdot 5$ (rörlig kostnad för vattenkraft) – $70 \cdot (80 + 120)/2$ (rörlig kostnad för kärnkraft) – $1 \cdot (300 + 330)/2$ (rörlig kostnad för fossila bränslen i norra Rike) – $4 \cdot (300 + 380)/2$ (rörlig kostnad för fossila bränslen i södra Rike) = 43 025 Mσ /år.

Konsumenternas sammanlagda överskott: $145 \cdot 1\,000$ (värdet av elkonsumtionen) – $15 \cdot 330$ (kostnad för köpt el i norra Rike) – $130 \cdot 380$ (kostnad för köpt el i södra Rike) = 90 650 Mσ /år.

c) Producenterna förlorar 175 Mσ /år och konsumenterna 2 150 Mσ /år då prisområdet införs. Sammanlagt förlorar de således 2 325 Mσ /år vilket lika mycket som systemoperatören sparar. Det går därför inte att säga att det ena alternativet är bättre än det andra, utan det är en fråga om hur det totala överskottet ska fördelas mellan de olika aktörerna.

Uppgift 7

a) Om frekvensen sjunker från 49,9 Hz till 49,5 Hz tillför störningsreserven i Åland 400 MW. Från Beland och Celand får man 600 MW respektive 200 MW. Det inte är något problem att flödet på växelströmsledningarna mellan Åland och Beland minskar med 800 MW. Det är inte heller något problem med att flöde minskar med 200 MW från Beland till Celand. Med andra ord kan hela störningsreserven utnyttjas och det bortfallet får som störst vara 1 200 MW.

b) Då bortfallet sker i Beland kommer flödet från Åland till Beland att öka. Eftersom det bara finns 300 MW ledig kapacitet kan man endast utnyttja 300 MW av störningsreserven i Åland. Detta innebär att frekvensen i systemet endast kan sjunka till 49,6 Hz utan att någon transmissionsförbindelse överbelastas. Störningsreserverna i Beland och Celand bidrar då med 450 MW respektive 150 MW och det är inga problem att minska flödet från Beland till Celand med 150 MW. Det bortfallet får således som störst vara 900 MW.

c) Då bortfallet sker i Celand kommer flödet från Åland till Beland att öka. Eftersom det bara finns 300 MW ledig kapacitet kan man endast utnyttja 300 MW av störningsreserven i Åland. Detta innebär att frekvensen i systemet endast kan sjunka till 49,6 Hz utan att någon transmissionsförbindelse överbelastas. Störningsreserverna i Beland och Celand bidrar då med 450 MW respektive 150 MW och det är inga problem att öka flödet från Beland till Celand med 750 MW. Det bortfallet får således som störst vara 900 MW.

d) För att uppfylla kravet måste man se till att en tillräckligt stor andel av störningsreserven i Åland är tillgänglig vid ett bortfall i Celand, vilket innebär att man behöver ha en större marginal på växelströmsförbindelsen mellan Åland och Beland. Detta kan man skaffa sig genom att öka flödet på HVDC-förbindelsen mellan Åland och Celand. Då man förlorar 1 050 MW måste störningsreserven i Åland kunna bidra med $400/1200 \cdot 1050 = 350$ MW. Man behöver med andra ord ytterligare 50 MW outnyttjad överföringskapacitet mellan Åland och Beland. Flödet på HVDC-förbindelsen bör således ökas till 450 MW, vilket är möjligt eftersom den maximala kapaciteten är

600 MW.

Uppgift 8

a) I ord kan planeringsproblemet formuleras som

maximera $\text{värdet av såld el} - \text{produktionskostnad i Bränninge} + \text{värdet av sparat vatten},$

med hänsyn till $\text{hydrologisk balans för vattenmagasinen},$

$\text{begränsningar i elproduktionen i Bränninge},$

$\text{samband mellan driftstatus och starttid i Bränninge},$

$\text{begränsningar för magasininsnehåll, tappning och spill}.$

Index för kraftverk

Språnget 1, Fallet 2, Strömmen 3.

Parametrar

Parametrarna är definierade i tabell 10 i uppgiftshydelsen. Dessutom inför vi följande extra parametrar:

u_{-1} = driftstatus i Bränninge mellan 22:00 och 23:00 på onsdagen = 1,

u_0 = driftstatus i Bränninge mellan 23:00 och 24:00 på onsdagen = 0.

(Utan dessa parametrar måste man ändra i driftstatusvillkoren för timme 1 och 2.)

Optimeringsvariabler

$Q_{i,j,t}$ = tappning i kraftverk i , segment j , under timme t , $i = 1, 2, 3,$

$j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$

$S_{i,t}$ = spill från magasin i under timme t , $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$

$M_{i,t}$ = innehåll i magasin i vid slutet av timme t , $i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$

G_t = elproduktion i Bränninge under timme t , $t = 1, \dots, 24,$

s_t^* = start av Bränninge i timme t efter en timmes driftstopp, $t = 1, \dots, 24,$

s_t^{**} = start av Bränninge i timme t efter två timmars driftstopp, $t = 1, \dots, 24,$

u_t = driftstatus för Bränninge under timme t , $t = 1, \dots, 24,$

Målfunktion

$$\begin{aligned} \text{maximera} \quad & \sum_{t=1}^{24} \lambda_{1,t} \left(G_t + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \right) - \sum_{t=1}^{24} (\beta G_t + C^* s_t^* + C^{**} s_t^{**}) \\ & + \lambda_4 ((\mu_{1,1} + \mu_{3,1}) M_{1,24} + (\mu_{2,1} + \mu_{3,1}) M_{2,24} + \mu_{3,1} M_{3,24}). \end{aligned}$$

Bivillkor

Hydrologisk balans för Språnget och Fallet:

$$M_{i,t} = M_{i,t-1} - Q_{i,1,t} - Q_{i,2,t} - S_{i,t} + V_{i,t} \quad i = 1, 2, t = 1, \dots, 24.$$

Hydrologisk balans för Strömmen:

$$M_{2,t} = M_{2,t-1} - Q_{3,1,t} - Q_{3,2,t} - S_{3,t}$$

Uppgift 9

a) Batteribanken kan betraktas som ett 100% tillförlitligt kraftverk med en kapacitet på 1 kW. Modellen av solcellerna anger tre olika fall: 3 kW (80%), 2,9 kW (10%) och 0–2,8 kW (10%). För att passa in i fälmingskvationen antar vi att bortfallet är 2,8 kW i det sista tillståndet. Risken för effektbrist ges då av

$$\begin{aligned}\tilde{F}_2(4) &= 0,8\tilde{F}_1(4-3) + 0,1\tilde{F}_1(4-2,9) + 0,1\tilde{F}_1(4-2,8) = \{\tilde{F}_1(x) = \tilde{F}_0(x)\} = \\ &= 0,8\tilde{F}_0(1) + 0,1\tilde{F}_0(1,1) + 0,1\tilde{F}_0(1,2) = \{\text{läs av i figur och tabell}\} = \\ &= 0,8 \cdot 0,01 + 0,1 \cdot 0,005 + 0,1 \cdot 0 = 0,0085 = 0,85\%.\end{aligned}$$

Under ett år kommer de alltså att ha effektbrist ungefär 75 timmar.

b) Efter den första omgången sampel kan en lämplig fördelning av sampel beräknas med hjälp av Neymanallokeringen. Men om man tittar närmare på stratumträdet så ser man att det i tre av stratumen är möjligt att förutsäga värdet på *LOLO*:

- I den första grenen av trädet är lasten alltid lägre än kapaciteten i batteribanken. I dessa scenarier kommer man således aldrig att få effektbrist, d.v.s. *LOLO* = 0 i samtliga scenarier.
- I den andra grenen av trädet är lasten alltid högre än kapaciteten i batteribanken. Eftersom ingen solcellsproduktion är tillgänglig kommer man alltid att få effektbrist, d.v.s. *LOLO* = 1 i samtliga scenarier.
- I den tredje grenen av trädet är lasten alltid lägre än kapaciteten i batteribanken. I dessa scenarier kommer man således aldrig att få effektbrist, d.v.s. *LOLO* = 0 i samtliga scenarier.

I det fjärde stratumet är det däremot oklart vad som kommer att hända, om solcellerna har tillräcklig kapacitet kan man titta lasten och annars blir det effektbrist. Eftersom det endast är dessa scenarier som inte kan behandlas analytiskt, så bör alla resterande scenarier tas från stratum 4.

c) Drift och underhållskostnaderna för det självförsörjande huset antas vara försumbara, vilket betyder att totalkostnaden är lika med investeringskostnaden, d.v.s. 20 000 ϖ .

Totalkostnaden för nätanslutning består av de fasta kostnaderna på 10 000 ϖ och energikostnaden. Den förväntade elförbrukningen per år ges av

$$\begin{aligned}E[D] &= 8\,760 \int_0^{\infty} \tilde{F}_0(x) dx = 8\,760(0,1 \cdot 1 + 0,1 \cdot (1 + 0,4)/2 + 0,3 \cdot (0,4 + 0,05)/2 + 0,3 \cdot (0,05 + 0,02)/2 + 0,4 \cdot 0,02/2) = 2\,207,5 \text{ kWh/år}.\end{aligned}$$

Med ett elpris på 2 ϖ /kWh blir energikostnaden 4 415 ϖ /år. Totalkostnaden för nätanslutning blir därmed 14 415 ϖ /år.

Eftersom paret är beredda att betala upp till 50% extra för ett självförsörjande hus (d.v.s. upp till ungefär 21 600 ϖ) kommer de att välja alternativet med egen el.

$$t = 1, \dots, 24.$$

$$+ Q_{1,1,t} + Q_{1,2,t} + S_{1,t} + Q_{2,1,t} + Q_{2,2,t} + S_{2,t} + V_{2,t}$$

Maximal produktion för Bränninge:

$$t = 1, \dots, 24.$$

$$G_t \leq u_t \bar{G}_t$$

Minimal produktion för Bränninge:

$$t = 1, \dots, 24.$$

$$u_t \bar{G}_t \leq G_t$$

Samband mellan driftstatus och start efter en viss tidsperiod:

$$t = 1, \dots, 24,$$

$$u_t - u_{t-1} - u_{t-2} - s_t^{**} \leq 0,$$

$$t = 1, \dots, 24,$$

$$u_t - u_{t-1} - s_t^{**} - s_t^* \leq 0,$$

Variabelgränser

$$0 \leq Q_{i,j,t} \leq \bar{Q}_{i,j}, \quad i = 1, 2, 3, j = 1, 2, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq S_{i,t} \leq \bar{S}_i, \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$0 \leq M_{i,t} \leq \bar{M}_i, \quad i = 1, 2, 3, t = 1, \dots, 24,$$

$$s_t^* \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$s_t^{**} \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$u_t \in \{0, 1\}, \quad t = 1, \dots, 24,$$

$$t = 1, \dots, 24.$$

b) Priset blir i det här fallet en stokastisk variabel, som vi kan beteckna med $\hat{\lambda}_t$. Elproduktionen ska emellertid fastställas innan priset är känt och syftet med planeringen är att välja ett optimalt värde för elproduktionen i kraftverken varje timme. Vi kan därför använda precis samma optimeringsvariabler som i a-uppgiften. Kostnaden för elproduktionen i Bränninge är en deterministisk funktion av hur mycket man väljer att producera i Bränninge och värdet av sparat vatten är en funktion av hur mycket man tappar under planeringsperioden. Intäkterna blir däremot en stokastisk variabel, eftersom intäkten under en viss timme är produkten av det priset (som är en stokastisk variabel) och den planerade produktionen (som är en optimeringsvariabel). De förväntade intäkterna kan därmed skrivas som

$$E \left[\sum_{t=1}^{24} \lambda_t \left(G_t + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \right) \right].$$

Om vi uryttar räknerglerna att $E[X + Y] = E[X] + E[Y]$ respektive $E[aX] = a \cdot E[X]$ så kan den förväntade intäkten i stället skrivas som

$$\sum_{t=1}^{24} E[\lambda_t] \left(G_t + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \right).$$

Eftersom den första prognosen har 80% sannolikhet och den alternativa prognosen har 20% sannolikhet får man för varje timme att $E[\lambda_t] = 0,8\lambda_{1,t} + 0,2\lambda_{2,t}$. Den enda förändring av planeringsproblemet som behövs är således att målfunktionen ska ändras till

$$\begin{aligned}\text{maximera} \quad & \sum_{t=1}^{24} \left(0,8\lambda_{1,t} + 0,2\lambda_{2,t} \right) \left(G_t + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \mu_{i,j} Q_{i,j,t} \right) - \sum_{t=1}^{24} (\beta G_t + C^* s_t^* + C^{**} s_t^{**}) \\ & + \lambda_1 (\mu_{1,1} + \mu_{3,1}) M_{1,24} + (\mu_{2,1} + \mu_{3,1}) M_{2,24} + \mu_{3,1} M_{3,24}.\end{aligned}$$