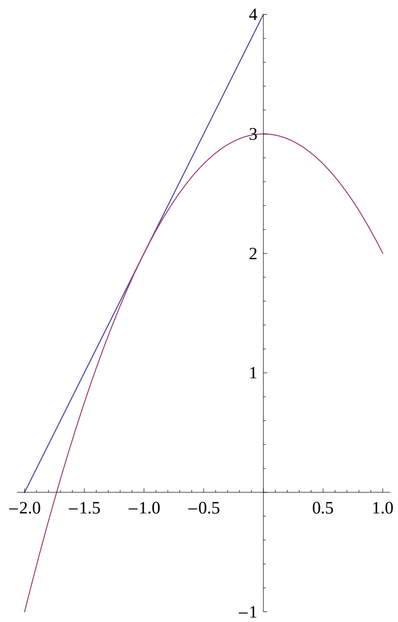
Del A

Uppgift 1.

Linjen $y = 2x + 4$ tangerar parabeln $y = a - x^2$. Bestäm a.

I tangeringspunkten har linjen och parabeln samma lutning. Linjen har lutningen 2 och parabeln lutningen $-2x$.
Vi får då: $2 = -2x \Rightarrow x = -1$

Båda funktionerna har samma y-värde i tangeringspunkten
Det ger: $2(-1) + 4 = a - (-1)^2 \Rightarrow 2 = a - 1 \Rightarrow a = 3$



Uppgift 2.

Bestäm avståndet från origo till skärningspunkten mellan linjerna $y = 2x + 7$ och $y = x + 5$.

Skärningspunkten ges av $2x + 7 = x + 5$ vilket ger $x = -2 \Rightarrow y = 3$.

Alltså är skärningspunkten $(-2, 3)$

Pythagoras sats eller avståndsformeln ger då avståndet: $\sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

Uppgift 3.

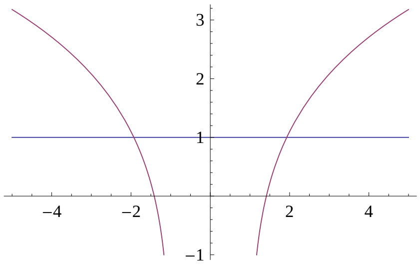
Lös olikheten $\ln\left(x^2 - 1\right) < 1$

$\ln\left(x^2 - 1\right) < 1 \Rightarrow$

$$0 < x^2 - 1 < e$$

Vänstra olikheten ger $x^2 > 1 \Leftrightarrow |\, x \,| > 1$

Högra olikheten ger $x^2 - 1 < e \Rightarrow x^2 < e + 1 \Rightarrow -\sqrt{e+1} < x < \sqrt{e+1}$



Uppgift 4

Bestäm maximal vinst, om inkomster, *I(x)*, och utgifter, *U(x)*, beskrivs av funktionerna

$$I(x) = -24\,x + 7\,x^2 \text{ resp. } U(x) = x^3 - 8\,x^2 + 24\,x$$

Vinsten ges av uttrycket

$$V(x) = I(x) - U(x) = -48\,x + 15\,x^2 - x^3$$

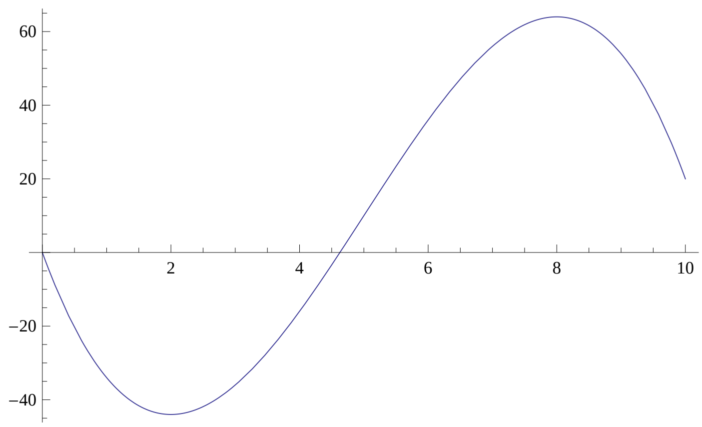
Vi deriverar för att hitta maximum

$$V'(x) = -48 + 30\,x - 3\,x^2 = -3\left(16 - 10\,x + x^2\right)$$

Derivatans nollställen ges av

$16 - 10\,x + x^2 = 0 \Rightarrow \mathbf{x = 2 \,||\, x = 8}$

Andrderivatan eller insättning ger att $x = 8$ ger maximum $V(x) = 64$

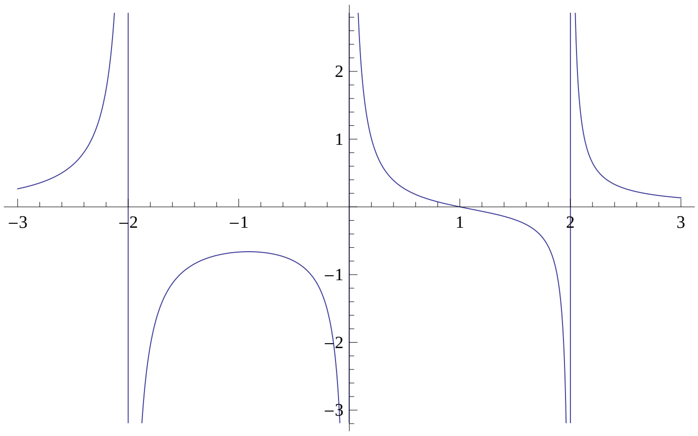


Del B

- **Uppgift 5.**

Bestäm **a**) nollställen, **b**) asymptoter, **c**) ev. max- o minima för *g(x)*, samt **d**) Skissa funktionen, om

$g(x) = \frac{x-1}{x^3-4x}$



- **Uppgift 6.**

Bestäm minsta värdet av uttrycket $2a + b^2 - c$, om $a + b = 3$ och $b - c = -1$

Uttrycket blir $2a + b^2 - c = 2(3 - b) + b^2 - c = 2(3 - (c - 1)) + (c - 1)^2 - c = 9 - 5c + c^2$
som har minimum $11/4$ för $c = 5/2$