# REGLERTEKNIK

KTH

## REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2012–06–09, kl. 8.00–13.00

**Hjälpmedel:** Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande)
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

**Observandum:** Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

**Betygsgränser:** betyg Fx: $\geq 21$
betyg E: $\geq 23$
betyg D: $\geq 28$
betyg C: $\geq 33$
betyg B: $\geq 38$
betyg A: $\geq 43$

**Ansvarig:** Henrik Sandberg, 08-790 7294

**Resultat:** Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2012-06-29.

**Utlämning:** Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

*Lycka till!*

1. Betrakta systemet

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} x(t). \end{aligned} \tag{1}$$

(a) Är tillståndsmodellen (1) styrbar och observerbar? Är tillståndsbeskrivningen minimal?

(2p)

(b) Tillståndsåterkopplingen

$$u(t) = -\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} x(t) + r(t)$$

appliceras på systemet (1). Bestäm överföringsfunktionen från $r(t)$ till $y(t)$ för det återkopplade systemet.

(3p)

(c) Konstruera en observatör på formen

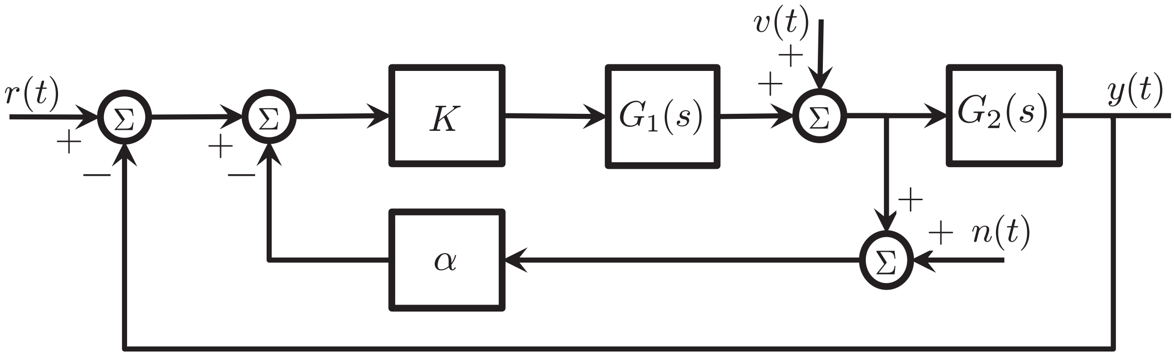
$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t))$$

för systemet (1).

(i) Bestäm $K$ så att observatörens egenvärden hamnar i $\{-5, -6\}$.

(ii) Ange ett (enkelt) uttryck för hur tillståndsskattningen $\hat{x}(t)$ konvergerar mot $x(t)$.

(5p)




Figur 1: Blockdiagram till uppgift 2.

2. Betrakta blockdiagrammet i figur 1.

   (a) Härled överföringsfunktionen från

      i. $r(t)$ till $y(t)$.

      (2p)

      ii. $v(t)$ till $y(t)$.

      (2p)

      iii. $n(t)$ till $y(t)$.

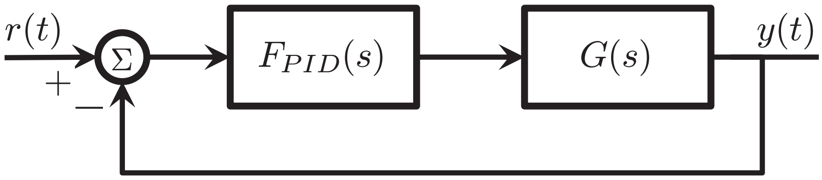
      (2p)

   (b) Rita systemets rotort med avseende på $K$ då

$$\alpha = 1, \quad G_1(s) = \frac{1}{s+1} \quad \text{och} \quad G_2(s) = \frac{1}{s}.$$

   För vilka $K$ är systemet asymptotiskt stabilt?

   (4p)




Figur 2: Blockdiagram till uppgift 3.

3. Blockdiagrammet för en robotarms positionsreglering visas i figur 2. Robotarmen har överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{4}{s^2 + 6s + 4}.$$

Bestäm parametrarna i PID-regulatorn

$$F_{\mathrm{PID}}(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

så att slutna systemets poler uppfyller följande villkor:

(i) en pol hamnar i $-10$, och

(ii) övriga poler har den relativa dämpningen $\zeta = 0.8$ och avståndet $\omega_0 = 2$ till origo.

(10p)

4. (a) Systemet

$$\dot{y}(t) = -4y(t) + \dot{u}(t) + 3u(t)$$

återkopplas med en PI-regulator

$$u(t) = \frac{1}{2}e(t) + \frac{1}{2}\int_0^t e(\tau)d\tau$$

där $e(t) = r(t) - y(t)$ är reglerfelet.

i. Vad blir statiska reglerfelet då referensen $r(t)$ är en stegfunktion?

(4p)

ii. Vad blir statiska reglerfelet då referensen $r(t)$ är en rampfunktion?

(2p)

(b) Insignalen $u(t) = 2 + \sin(2t)$ appliceras på ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = 4\frac{s+1}{s+2}.$$

Vad blir utsignalen efter att alla transienter försvunnit?

(4p)

5. Ett system $G(s)$ utan poler i höger halvplan återkopplas negativt med en fasavancerande länk $F_{\text{lead}}(s)$. Bodediagrammen för de båda överföringsfunktionerna återges i figurerna 3 och 4.

(a) Bestäm skärfrekvensen $\omega_c$, fasmarginalen $\varphi_m$, fasskärfrekvensen $\omega_p$ samt amplitudmarginalen $A_m$ för det öppna systemet $G_o(s) = G(s)F_{\text{lead}}(s)$.

Dessutom, avgör om det slutna systemet är insignal-utsignalstabilt. Motivera med max två meningar.

(5p)

(b) Om systemet istället reglerades med en proportionell regulator, d.v.s. $G_o(s) = K_P G(s)$, som gav samma skärfrekvens som i (a), skulle det slutna systemet vara insignal-utsignalstabilt?

(Om du inte hittade fasmarginalen i deluppgift (a) kan du använda $\omega_c = 13$ rad/s.)

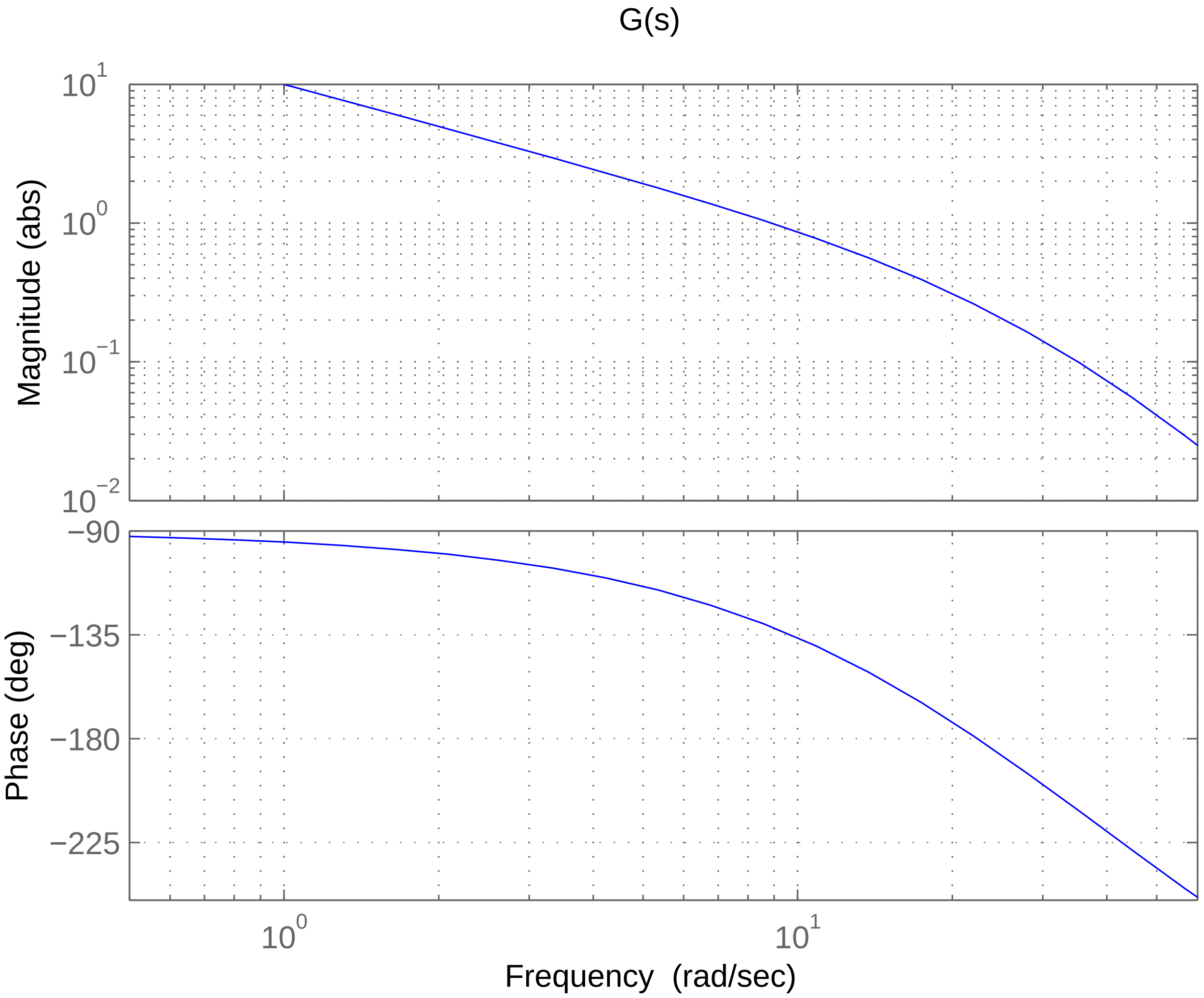
(2p)

(c) Beräkna parametrarna $K$, $\tau_D$ och $\beta$ i den fasavancerande länken

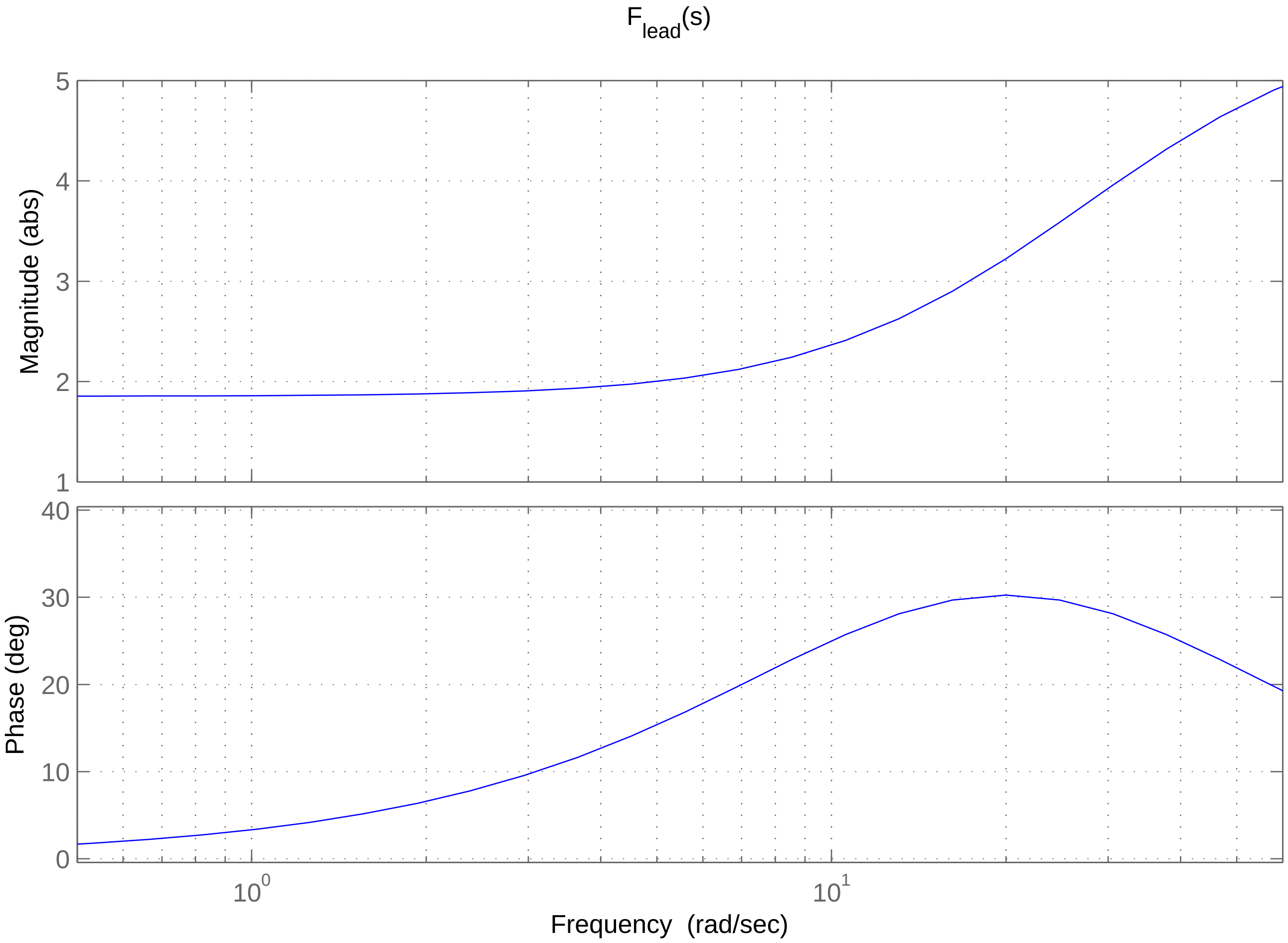
$$F_{\text{lead}}(s) = K\frac{\tau_D s + 1}{\beta\tau_D s + 1}$$

utifrån informationen i bodediagrammen i figurerna 3 och 4.

(3p)




Figur 3: Bodediagram till uppgift 5.




Figur 4: Bodediagram till uppgift 5.