



KTH Teknikvetenskap

**SF1626 Flervariabelanalys**  
**Kontrollskrivning 1**  
**Måndagen den 28 januari, 2013**

Skrivtid: 08:15 – 09:45 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mattias Dahl

Kontrollskrivningen bedöms med upp till 12 poäng. För att resultatet skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 1 på tentamen. För att få 4 poäng på uppgift 1 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Bestäm och skissera (rita) den största möjliga definitionsmängden till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2 - 1} + \sqrt{4 - x^2 - y^2}.$$

Bestäm också om definitionsmängden är en kompakt mängd. (4 p)

2. Givet funktionen  $f(x, y) = x^2 + 2xy - y^2$  och parameterkurvan

$$\mathbf{r}(t) = (\cos t, \sin t, \cos 2t + \sin 2t)$$

där  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

- a) Visa att parameterkurvan ligger på funktionsytan  $z = f(x, y)$ . (1 p)
- b) Bestäm en ekvation för det plan som tangerar funktionsytan  $z = f(x, y)$  i punkten  $(-1, 0, 1)$ . (1 p)
- c) Visa att tangenten till parameterkurvan i punkten  $(-1, 0, 1)$  är vinkelrät mot normalen till tangentplanet i deluppgift b. (2 p)

3. Yttröghetsmomentet  $I_y$  för en I-balk med tvärsnitt enligt figuren ges av

$$I_y = \frac{bh^3 - (b - b_1)h_1^3}{12}.$$

En I-balk tillverkas med dimensionerna  $b = 8$  cm,  $b_1 = 3$  cm,  $h = 10$  cm och  $h_1 = 8$  cm, vilket ger  $I_y = \frac{1360}{3}$  cm<sup>4</sup>.

- a) Bestäm en linjär approximation av  $I_y(b, b_1, h, h_1)$  kring dessa värden. **(2 p)**

- b) När balken tillverkas är noggrannheten 0,1 cm för  $b$ ,  $b_1$ ,  $h$  och  $h_1$ . Använd den linjära approximationen för att beräkna  $I_y$  med felgränser. **(2 p)**

