

17.1

sample. $h=2s$

insign. är styckets konst

$$a) G(s) = \frac{5}{s} \Rightarrow H(z) = \frac{5h}{z-1} = \frac{10}{z-1}$$

$$b) G(s) = \frac{5}{1+s} \Rightarrow H(z) = \frac{5(1-e^{-2})}{z-e^{-2}} \approx \frac{4,3}{z-0,13}$$

$$c) G(s) = e^{-8s} = e^{-4 \cdot 2s} \Rightarrow H(z) = z^{-4}$$

$$d) G(s) = \frac{3}{s^2+9} \Rightarrow H(z) = \frac{3(1-\cos(2 \cdot 3))}{9}$$

$$\cdot \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-2\cos(2 \cdot 3)z^{-1}+z^{-2}} \approx 0,013 \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-1,9z^{-1}+z^{-2}}$$

$$e) G(s) = \frac{10}{s^2} \Rightarrow H(z) = \frac{10 \cdot 2^2}{2} \cdot \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-2z^{-1}+z^{-2}} =$$

$$= 20 \frac{z^{-1}+z^{-2}}{1-2z^{-1}+z^{-2}}$$

$$f) G(s) = \frac{3e^{-2s}}{1+7s} \Rightarrow H(z) = \overset{\text{dödlid (fördröjning)}}{z^{-1}} \cdot \frac{3(1-e^{-2/7})}{ze^{-2/7}} \approx$$

$$\approx z^{-1} \frac{0,75}{z-0,75} = \frac{0,75}{z^2-0,75z}$$

g) $G(s) = \frac{5}{s+3s^2} = \frac{5}{s(1+3s)} \Rightarrow H(z)$ anl. tabell s 314

h) skriv om på formen $\frac{K}{1+Ts}$ och använd tab. s 314

(17.2) $G(s) = \frac{2}{1+5s} = \frac{K}{1+Ts} \Rightarrow \begin{cases} K=2 \\ T=5 \end{cases}$

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k) \Rightarrow zY = aY + bU$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y}{U} = \frac{b}{z-a} = [\text{tab. s. 314}] = \frac{K(1-e^{-h/T})}{z-e^{-h/T}}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = e^{-h/T} \\ b = K(1-e^{-h/T}) \end{cases}$$

a) $h=1s \Rightarrow \begin{cases} a = e^{-1/5} \\ b = 2(1-e^{-1/5}) \end{cases} ; \begin{cases} a \approx 0,82 \\ b \approx 0,36 \end{cases}$

b) ej löst

c) $h \rightarrow 0 \Rightarrow \begin{cases} a \rightarrow e^0 \\ b \rightarrow 2(1-e^0) \end{cases} ; \begin{cases} a \rightarrow 1 \\ b \rightarrow 0 \end{cases}$ ($y(k+1) = y(k)$ dvs inget händer)

d) $h \rightarrow \infty \Rightarrow \begin{cases} a \rightarrow e^{-\infty} \\ b \rightarrow 2(1-e^{-\infty}) \end{cases} ; \begin{cases} a \rightarrow 0 \\ b \rightarrow 2 \end{cases}$ ($y(k+1) = 2u(k)$ dvs $\frac{1}{5}ss$ ↑
långsamt, fast
 $G(s) = 2$)

$$(17.3) \quad H(z) = \frac{2z^{-1}}{1-0,68z^{-1}}$$

styckvis konst, $h=1s \Rightarrow e^{-\frac{1}{T}} = 0,68;$

$$-\frac{1}{T} = \ln(0,68); \quad T = -\frac{1}{\ln 0,68} \quad T \approx 2,6$$

$$h=1s \Rightarrow z = K(1 - e^{-\frac{1}{T}}) = K(1 - 0,68) = 0,32K; \quad K = \frac{z}{0,32} \approx 6,2$$

$$\Rightarrow G(s) = \frac{Y}{U} = \frac{6,2}{1+2,6s}; \quad Y(1+2,6s) = 6,2U$$

$$\Rightarrow y + 2,6y' = 6,2u$$

$$(17.4) \quad G(s) = \frac{3,6}{s+10s} = \frac{0,72}{1+2s} \Rightarrow \begin{cases} K=0,72 \\ T=2 \end{cases}$$

$$H(z) = \frac{0,2374}{z-0,67} = \frac{K(1-e^{-h/T})}{z-e^{-h/T}}$$

$$\Rightarrow e^{-h/2} = 0,67 \Rightarrow -\frac{h}{2} = \ln 0,67; \quad h = -2 \ln 0,67$$

$$\underline{h \approx 0,80s}$$

17.5

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k) \Rightarrow zY = aY + bU$$

$$\Rightarrow H(z) = \frac{Y}{U} = \frac{b}{z-a} = \frac{K(1-e^{-h/T})}{z-e^{-h/T}}$$

$$\Rightarrow a = e^{-h/T}; h' = \frac{h}{2} \Rightarrow a' = e^{-h'/T} = e^{-\frac{h}{2T}} =$$

$$= \left(e^{-\frac{h}{T}}\right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \Rightarrow a' = \sqrt{0,8465} \approx 0,92$$

$$b = K(1-e^{-h/T}) = K(1-a); K = \frac{b}{1-a} \quad (y_{ss} = H(1))$$

$$b' = K(1-a') = \frac{b}{1-a} (1-a') = \frac{0,7676}{1-0,8465} (1-\sqrt{0,8465})$$

$$\Rightarrow \underline{b' \approx 0,40}$$

$$h=1s \Rightarrow \underline{y(k+1) = 0,92y(k) + 0,40u(k)}$$

17.6

$$G(s) = \frac{4s+3}{2s^2+3s+1}$$

Partialbräksuppdeln: $2s^2+3s+1=0; s^2+\frac{3}{2}s+\frac{1}{2}=0$ div med 2

$$s = -\frac{3}{4} \pm \sqrt{\frac{9}{16} - \frac{8}{16}} = -\frac{3}{4} \pm \frac{1}{4}; s = \begin{cases} -\frac{1}{2} \\ -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{4s+3}{2s^2+3s+1} = \frac{4s+3}{2(s+1)(s+\frac{1}{2})} = [\text{handpöläggning}] =$$

$$= \frac{1}{s+1} + \frac{1}{s+\frac{1}{2}} = \frac{1}{1+s} + \frac{2}{1+2s}$$

Använd tab. 5.3.14

17.7

k	y	u
0	2	1
1	3	0,5
2	2,5	1
3	2	1,5

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 3 \\ 3a + 0,5b = 2,5 \\ 2,5a + b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2,5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0,5 \\ 2,5 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$y \quad A \quad r ; y = Ar$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2,5 \\ 1 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^T y = A^T A r ; r = (A^T A)^{-1} A^T y$$

$$A^T A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2,5 \\ 1 & 0,5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0,5 \\ 2,5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 19,25 & 6 \\ 6 & 2,25 \end{pmatrix}$$

$$(A^T A)^{-1} = \frac{1}{|A^T A|} \cdot \text{Adj}(A^T A) \approx \frac{1}{7,31} \begin{pmatrix} 2,25 & -6 \\ -6 & 19,25 \end{pmatrix} \approx$$

$$\approx \begin{pmatrix} 0,31 & -0,82 \\ -0,82 & 2,63 \end{pmatrix}$$

$$(A^T A)^{-1} A^T = \begin{pmatrix} 0,31 & -0,82 \\ -0,82 & 2,63 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2,5 \\ 1 & 0,5 & 1 \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -0,20 & 0,51 & -0,05 \\ 0,99 & -1,1 & 0,58 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow r = (A^T A)^{-1} A^T y \approx \begin{pmatrix} 0,56 \\ 1,3 \end{pmatrix}$$

Samma resultat
med $r = A^{-1} y$
i Matlab

$$\Rightarrow y(k+1) = 0,56y(k) + 1,3u(k)$$

17.8 $y(k) = b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$

k	u(k)	y(k)
0	3	0
1	1	3,1
2	-2	3
3	-4	-2,4
4	-6	-7

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ -2,4 \\ -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

$Y \quad A$

Matlab: $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = A \backslash Y \Rightarrow y(k) = 1,5u(k-1) + 0,52u(k-2)$

17.9-17.10 Löses pss som 17.7-17.8

- 17.11
- Insignalen är styckvis konstant (zero order hold)
 - Om störningar förekommer eller den linjära differenskv. är en approximation blir resultatet (sannolikt) olika beroende på vilka ekv. som används. Därför vill vi låta alla ekv. påverka lösningen.
 - något 100-tal till något 1000-tal beroende på störningarnas storlek och/eller approx. giltighet.
 - För lågt ordningsstal ger onödigt stort fel, för högt ordn. tal ger överanpassning. (overfitting)
 - maximum-likelihood
- prediktionsfel