

Startpistol – F 2008-08-18 uppgift A1**Tema:** Resultatmätning vid idrottsevenemang

Startpistol i krut-utförande är numera ett museiföremål, men användes ju länge. Vilken akustisk effekt avger en sådan om den hörs med 64 dB på 100 m avstånd.

Kameraklick – IMT 2002-01-09 uppgift 5**Tema:** High-end-kameror

En elektronisk kamera är ju egentligen ljudlös (i varje fall när man tar bilden). Det har dock visat sig att många fotografer vill höra ett tydligt klickljud när bilden tas, och man har därför lagt in en liten sådan funktion (precis som på kassaapparater). Klickljudet åstadkommes av ett litet högtalarmembran som är cirkulärt med radien 1 mm. Klickljudet ska höras med 40 dB på 1 m avstånd. Vilken hastighet måste membranet röra sig med?

Snödämpning – I 2003-01-13 uppgift 3**Tema:** Vinterkyla

När det snöar upplever man det ofta som att det blir tyst runt omkring. Detta kan delvis bero på att trafik mm minskar men också på att ljud absorberas i de fallande snöflingorna. Detta gör att det vanliga avståndsberoendet ändras så att en extra exponentialfaktor tillkommer. Uttrycket för ljudets avståndsberoende blir

$$I = \frac{\text{Effekt från källan}}{4\pi r^2} e^{-ar}$$

Den vanliga regeln att ljudet minskar 6 dB då man fördubblar avståndet gäller inte längre nu. Hur många dB minskar ljudet om man går från 10 m till 20 m avstånd, respektive om man går från 20 m till 40 m avstånd?

$$a = 0.12/\text{m}$$

Högtalarkraft – BDMTI 2010-06-03 uppgift B2**Tema:** Robotdammsugare

Högtalaren ska avge 65 dB på 2 m avstånd. Vilken kraft utövar membranet maximalt på luften om membranytan är 10 cm²? Antag att hela membranet rör sig lika mycket.

ÖVN 1

Övningsanteckningar - Mathias Ohlin (mathias.ohlin@biox.kth.se)

Formelblad 1

Intensitet

$$I = \frac{P}{A} \text{ [W/m}^2\text{]}, P\text{-effekt [W]}, A\text{-area [m}^2\text{]}$$

Ljudintensitetsnivå

$$\beta = \log_{10} (I/I_0) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$I_0 - \text{referensintensitet} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

↑ gräns för vad en människa kan höra vid 100 Hz.

Specialfall (s. 5/9)

För sinusformig ljudvåg $I = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z$ [W/m²]

samt $I = \frac{p_{\text{max}}^2}{2 \cdot Z}$

a - förskjutningsamplituden hos ljudvågen [m]

ω - vinkelhuvns ($\omega = 2\pi f$) [s⁻¹]

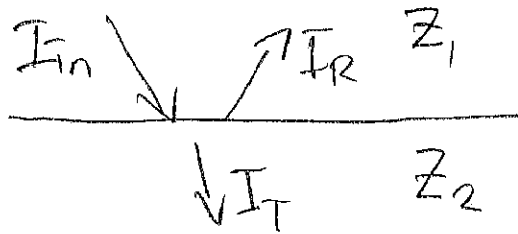
Z - akustiska impedansen hos det medium ljudvågen (karakteristisk) utbreder sig i.

$$Z = \rho c, \rho - \text{densitet}, c - \text{ljudhastighet}$$

ex) $Z_{\text{vatten}} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ kg/(cm}^2\text{s)}, Z_{\text{luft}} = 420 \text{ kg/(cm}^2\text{s)}$

← *mutualkonstant*

Reflektanz, $R = \frac{I_R}{I_{in}}$



I_{in} - einfallende Intensität
 I_R - reflektierende Intensität

Spezialfall: Winkelrecht einfallend

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2, \quad T = 1 - R$$

Starthjälp F 2008-08-18 A1

11

Givet: 64 dB @ 100 m

Sök: Akustisk effekt?

Lösning

Givet ljudintensitetsnivå, $\beta = \log_{10} (I/I_0) \cdot 10 \text{ dB}$
vid 100 m,

$$\text{Intensiteten } I = \frac{P}{A} = \frac{\text{effekt}}{\text{area}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{akustisk} \\ \text{effekt} \end{array}$$

area hos vad? Den totala
för med vilken ljudet
utbreder sig. Gräs mjukt, absorberar
ljudet, annars kullern
av effekten.

Idé: Lös ut I sedan beräkna P

$$I = I_0 \cdot 10^{\beta/10} \text{ W/m}^2$$

$$\Rightarrow P = A \cdot I_0 \cdot 10^{\beta/10} \text{ W}$$

$$A = 4\pi \cdot 100^2 \text{ m}^2$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 64 \text{ dB @ 100 m}$$

$$\underline{\underline{P = 0,32 \text{ W}}}$$

SVAR: Den akustiska effekten är 0,32 W

I020109 -5

Kamera

^{1/2}
Kameraklubb

givet: 40 dB @ 1 m, $r_m = 1 \text{ mm}$
ljudintensitetsnivån

Sökt: v_{max} för membranet

Lösning:

Tanke: Beräkna Intensiteten vid membranet
för att sedan med hjälp av beräkna v_{max} .
förhållningssambanden

Intensiteten @ 1 m $\left(\begin{array}{l} \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y) \\ \log_a(x/y) = \log_a(x) - \log_a(y) \end{array} \right) \left(\begin{array}{l} \log_a(x^y) = y \cdot \log_a(x) \\ \log_a(x) = x \text{ enl. def.} \end{array} \right)$

$$\beta = \log_{10}(I/I_0) \cdot 10 \text{ dB} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\beta/10 \text{ dB}} \quad [\text{W/m}^2]$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta = 40 \text{ dB} \\ I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2 \end{array} \right\} \Rightarrow I \approx 10^{-12} \text{ W/m}^2 \cdot 10^{40/10} = 10^{-8} \text{ W/m}^2 @ 1 \text{ m}$$

Vad är då effekten hos membranet?

$$I = P/A \Rightarrow P = I \cdot A$$

I = intensiteten @ 1 m

A = arean hos den v intråkta strå med vilken
ljudet utbreder sig med $(4\pi R^2)$
 $R = 1 \text{ m}$

$$\Rightarrow P = 10^{-8} \text{ W/m}^2 \cdot 4\pi \cdot 1^2 \text{ m}^2 = 4\pi \cdot 10^{-8} \text{ W}$$

Låt oss anta att membranet svänger sinusformart.

$$y = a \sin(\omega t)$$

förskjutning \uparrow förskjutningsamplituden

Minns att $v = \frac{dy}{dt} = \dot{y} = \omega a \cos(\omega t)$

Aha! Känn nu igen från $I = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z$

V_{\max} fås då $\cos(\omega t) = 1 \Rightarrow V_{\max} = a\omega$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2} V_{\max}^2 Z$ där nu I är intensiteten vid membranet.

$I = P/A$ intensiteten vid membranet:

$$P = 4\pi \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2$$

$A =$ arean hos membranet (tänke högtalare) $= \pi r_m^2 = \{r_m = 1 \text{ mm}\}$

$$= \pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow I = \frac{4\pi \cdot 10^{-8} \text{ W}}{\pi \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 4 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2$$

Vilket ger ~~kraften~~ partikelns farten:

$$I = \frac{1}{2} V_{\max}^2 Z \Rightarrow \frac{2I}{Z} = V_{\max}^2 \Rightarrow V_{\max} = \sqrt{\frac{2I}{Z}}$$

$$\approx \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} \text{ W/m}^2}{420 \text{ kg/m}^2 \cdot \text{s}}}$$

$$\approx 0,014 \sqrt{\frac{\text{Ws}}{\text{kg}}}$$

$$\sqrt{\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s} \cdot \text{s}}{\text{kg}}} = \sqrt{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} = \text{m/s}$$

SVAR: $0,014 \text{ m/s}$

I030113-3

Tystnad

Snödampling

1/2

Givet : $I = \frac{\text{Effekt från källan} \cdot e^{-ar}}{4\pi r^2}$, $a = 0,12/\text{m}$

Sökt : $\Delta\beta$ 10-20 m
 $\Delta\beta$ 20-40 m

Lösning :

Effekt från källan = P

$$\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1 = \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_0}\right) \cdot 10 \text{ dB} - \log_{10}\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} e^{-ar_1}$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} e^{-ar_2}$$

Minus nu logaritmlagarna

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y), \log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y), \log_a(x^p) = p \log_a(x)$$

$$\Rightarrow \Delta\beta = \log_{10}\left(\frac{I_2/I_0}{I_1/I_0}\right) \cdot 10 \text{ dB} = \log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$

insättning ger

$$\Delta\beta = \log_{10}\left(\frac{\frac{P}{4\pi r_2^2} \cdot e^{-ar_2}}{\frac{P}{4\pi r_1^2} \cdot e^{-ar_1}}\right) \cdot 10 \text{ dB} = \log_{10}\left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{e^{-ar_2}}{e^{-ar_1}}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$
$$= \log_{10}\left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot e^{-ar_2 + ar_1}\right) \cdot 10 \text{ dB} = \log_{10}\left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot e^{-a(r_2 - r_1)}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$\Delta B = \log_{10} \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot e^{-a(r_2-r_1)} \right) \cdot 10 \text{ dB} = \left(\log_{10} \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \right) + \log_{10} \left(e^{-a(r_2-r_1)} \right) \right) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$= \left(2 \cdot \log_{10} (r_1/r_2) + -a(r_2-r_1) \log_{10} (e) \right) \cdot 10 \text{ dB} =$$

$$= \left(2 \cdot \log_{10} (r_1/r_2) - \underbrace{a(r_2-r_1) \log_{10} (e)} \right) \cdot 10 \text{ dB}$$

(det vanliga
avståndsbereendet
 $\frac{1}{r^2}$, $\log_{10}(10) = 1$
 $\frac{1}{r^2} \cdot 2 \cdot \log_{10}(10) \cdot 10 \text{ dB} \approx 6 \text{ dB}$)

dämpningen
från den extra
exponential faktorn

10 m - 20 m

$$\Delta B = \left(2 \cdot \log_{10} (10/20) - 0,12 \cdot (20-10) \log_{10} (e) \right) \cdot 10 \text{ dB} \approx -11,2 \text{ dB}$$

20 m - 40 m

$$\Delta B = \dots \approx -16,4 \text{ dB}$$

minsken
(negativt)

SVAR: $\Delta B_{10-20} \approx -11,2 \text{ dB}$

$$\Delta B_{20-40} \approx -16,4 \text{ dB}$$

Jämför med
- 6 dB
- 6 dB

Givet: $\beta = 65 \text{ dB @ } 2 \text{ m}$

10 cm^2 membranarea

Sökt: F_{max} på luften

Lösning:

Ide: Bestäm effekten hos membranet.

Beräkna sedan intensiteten vid membranet. Ur detta beräkna maximala trycket för att till slut beräkna maximala kraften. För att trycke = $\frac{\text{kraft}}{\text{yta}}$

Effekten:

$$P = A \cdot I_0 \cdot 10^{\beta/10} \quad \text{W}$$

$$A = \text{sför med radie } 2 \text{ m}$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\beta = 65 \text{ dB @ } 2 \text{ m}$$

$$P \approx 160 \mu\text{W} \quad \text{Effekten hos membranet}$$

Intensiteten vid membranet:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{160 \mu\text{W}}{10 \text{ cm}^2} = 0,160 \text{ W/m}^2$$

Maximala trycket:

$$I = \frac{P_{\text{max}}^2}{2 \cdot Z}$$

$Z = \text{akustisk impedans}$

$P_{\text{max}} = \text{maximala trycket}$

$$P_{\text{max}} = \sqrt{I \cdot 2 \cdot Z} = \sqrt{0,160 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 2 \cdot 420 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}}} \approx 12 \sqrt{\frac{\text{W kg}}{\text{m}^4 \text{s}}} \left\{ \sqrt{\frac{\text{N m kg}}{\text{m}^4 \text{s}}} \right\} \left\{ \sqrt{\frac{\text{N}^2}{\text{m}^4}} \right\} \left\{ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right\} \left\{ \frac{\text{N}}{\text{Pa}} \right\}$$

Maximala trycket är alltså 12 Pa

Vet att tryck = $\frac{\text{kraft}}{\text{yta}}$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{F_{\max}}{A_{\text{membran}}} \Leftrightarrow F_{\max} = P_{\max} \cdot A_{\text{membran}} =$$

$$= 12 \text{ Pa} \cdot 10 \text{ cm}^2 = 12 \text{ Pa} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 =$$

$$= 12 \text{ mN}$$

SVAR: Maximala kraften från membranet på luften är 12 mN

[lufttrycket
~101 kPa (1 atm)]

Garnfragment – MTI 2001-04-27 uppgift 2

Tema: Garnfornässörer

Den snabba mekaniska hanteringen av garn gör att en hel del trådfragment slits loss och virvlar runt i lokalen (=det dammar). Detta består ofta av trådar med längd runt en cm, diameter runt 20 μm , densitet ca 500 kg/m^3 och får en statisk laddning till beloppet motsvarande ca en miljon elektronladdningar per tråd. En idé vore kanske att attrahera dem elektriskt. Vilken storleksordning på elektrisk fältstyrka behövs för att dessa ska styras av ett elektriskt fält med 100 ggr större kraft än tyngdkraften på dem? Går detta tror Du?

Dipolsmuts – I 2001-10-26 uppgift 1

Tema: Skarvning av optiska fibrer

Före skarvning måste de bägge ändytorna behandlas så att de är helt rena. Detta kan ske genom kvarvarande lösa partiklar på ändytorna avlägsnas elektrostatiskt. Man utnyttjar då att de flesta tänkbara föroreningar är elektriska dipoler, med dipolmoment 10^{-29} Cm (storleksordning). Den kraft de sitter fast med är ca 10^{-20} N . Man vill inte använda fält starkare än 10^5 V/m . Fältet kommer från en trådladdning som i sammanhanget kan betraktas som lång. Hur nära måste man komma med trådladdningen (enbart storleksordning efterfrågas)?

Lysdiod – MT 1999-06-02 uppgift 2

Tema: Cyklism

Ett sätt att klara belysningen med lägre spänningskrav är att använda lysdioder. I en sådan allstras ljuset i ett mycket litet område där det statiska elektriska fältet varierar som $E_x(x) = E_0 \frac{1}{(x^2/x_0^2)+1}$ där $x_0 = 3.0 \mu\text{m}$ ($x = 0$ ligger precis i det mest lysande området). Hur stort blir det maximala värdet på E om spänningsfallet över området ska vara 1.2 V?

Åskmoln – F 2011-?

I åskmoln uppstår laddningsseparation, som i sin tur kan orsaka blix-
tar. I ett försök att ta reda på hur laddningsfördelningen uppstår
mättes det elektriska fältet på två olika höjder vid botten i molnet. På
2150 m höjd var det 47.1 kV/m och på 2210 m höjd 36.4 kV/m. Fältet
var i båda fallen riktade rakt uppåt. Hur stor är laddningstätheten i
denna del av molnet?

Formelblad 2

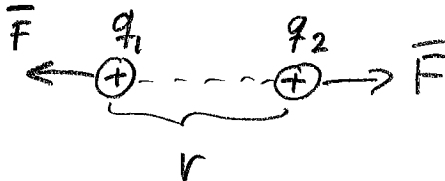
Laddningsfördelningar

Volymsladdning $\rho = Q/V$ [C/m³]

Ytladdning $\sigma = Q/A$ [C/m²]

Linjeladdning $\lambda = Q/L$ [C/m]

Coulombs lag


$$|\vec{F}| = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$



ϵ_0 - elektrisk
vakuumkonstant
 $8,85 \cdot 10^{-12}$ F/m

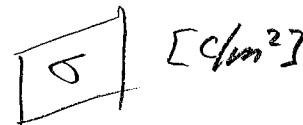
Kraft på laddning

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

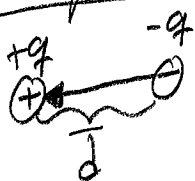
Elektriska fält (E-fält)

punkt laddning  [C] $|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ [$\frac{N}{C} = \frac{V}{m}$]

oändlig linje  [C/m] $|\vec{E}| = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$ [V/m]

oändligt plan  [C/m²] $|\vec{E}| = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$ [V/m]

Dipol



Dipolmoment $\vec{p} = q\vec{d}$ [Cm]

riktad från minus till plus

Gauss lag

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

Φ_E = elektriskt flöde
 ϵ_0 - elektriska konstanten

\vec{E} - elektriska fältet

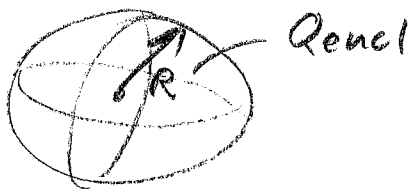
$d\vec{A}$ - area element ($d\vec{A} = \hat{n} dA$)

Q_{encl} - inneslutna laddningen

"Det totala elektriska flödet genom en sluten yta är lika med en konstant gånger den totala inneslutna laddningen."

Gauss lag och sfärisk symmetri

Gaussytan är en sfär $\Rightarrow E_r = \frac{Q_{\text{encl}}}{4\pi\epsilon_0 R^2}$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E \cdot dA = E \underbrace{\oint dA}_{\text{arean av sfären}} =$$

$$= E \cdot 4\pi R^2 = \frac{Q_{\text{encl}}}{\epsilon_0} \Rightarrow E_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$$

Elektrisk potential

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l} \quad [V = J/C]$$

MT010427-2

Damm Garnfragment

Givet: Trådar : $L = 1 \text{ cm}$, $d = 20 \mu\text{m}$, $\rho = 500 \text{ kg/m}^3$

Trådladdning $Q = 1 \cdot 10^6 \cdot e \text{ [C]}$

Kraften från E-fältet $F_E = 100 \cdot F_G = 100 \cdot mg$

Sikt: Storleksordningen på E-fältet ?

Lösning:

- Trådfragmenten är små.
- Rullarna med starketer, inga relikter

Använd att

$$E = F_E / Q = \{ \text{insättning av det som är givet} \} = \\ = 100 mg / 10^6 \cdot e \text{ [N/C]} = \text{[V/m]}$$

Massan hos ett trådfragment?

$$m = \rho \cdot V$$

$$\rho = 500 \text{ kg/m}^3$$

$$V = \pi r^2 \cdot L = \pi \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot L = \pi \left(\frac{20 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m} = \\ = \pi \cdot 1 \cdot 10^{-10} \cdot 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3 = \pi \cdot 10^{-12} \text{ m}^3$$

$$\Rightarrow m = \rho V = 500 \text{ kg/m}^3 \cdot \pi \cdot 10^{-12} \text{ m}^3 = \underline{\underline{\pi \cdot 5 \cdot 10^{-10} \text{ kg}}}$$

E-fältet

$$E = 100 mg / 10^6 \cdot e = \left\{ \begin{array}{l} g = 9,82 \text{ m/s}^2 \\ m = \pi \cdot 5 \cdot 10^{-10} \text{ kg} \\ e \approx 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \end{array} \right\} \approx 100 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 9,82 / 10^6 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \\ \text{[kg} \cdot \text{m/s}^2 / \text{C}]$$

MT010427-2

Gravitations

$$E \approx 9,6 \cdot 10^6 \left[\frac{\text{kg m/s}^2}{\text{C}} = \frac{\text{N}}{\text{C}} \right]$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{Vill ha} \rightarrow \frac{\text{V/m} ?}{V = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C}} \Rightarrow \text{C} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{V}}} \\ \text{Insättning} \quad \frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{N}}{\frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{V}}} = \frac{\text{V}}{\text{m}} \end{array} \right)$$

E-fältet måste vara ca 10 MV/m

DBS! Överslagstället i luft är ca 2 MV/m
dus 10 MV/m gör ej att uppnå.

SVAR: Nej det gör ej

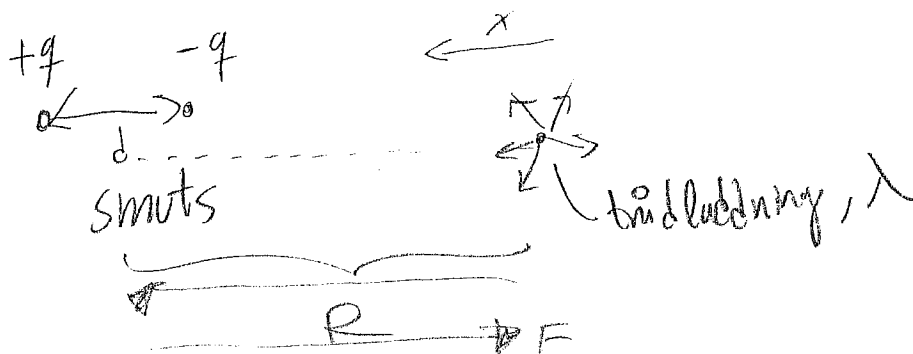
I011026-1

Dipolsmuts

Givet: $\frac{\text{Dipolmoment}}{p = qd = 10^{-29} \text{ Cm}}$

$F = 10^{-20} \text{ N}$ Kraften

$E = 10^5 \text{ V/m}$ Elektriska fältet



Sökt: R

Elektriskt fält för en ^{laddning} linjeladdning λ

är $E(r) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$ där r är avståndet från linjeladdningen.

Vad är nu kraften ^{$F = qE$} på dipolen?

$$\begin{aligned}
 F &= F_- + F_+ = -qE(R-d/2) + qE(R+d/2) = \\
 &= \left\{ \text{insättning av } E(r) \right\} = q \left(-\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(R-d/2)} + \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0(R+d/2)} \right) = \\
 &= \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{(R-d/2)} + \frac{1}{(R+d/2)} \right) = \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{-(R+d/2) + (R-d/2)}{(R-d/2)(R+d/2)} \right) = \\
 &= \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{-d}{(R-d/2)(R+d/2)} \right) = \left\{ \text{approx. } d \ll R \right\} = \\
 &= \frac{q\lambda}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{-d}{R^2} = -\frac{q\lambda d}{2\pi\epsilon_0 R^2} = -\frac{qd}{R} \cdot \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R} = -\frac{qd}{R} \cdot \underbrace{\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 R}}_{E(R)} = \frac{qd}{R} \cdot 10^5 \text{ V/m}
 \end{aligned}$$

$p = qd = 10^{-29} \text{ Cm}$

10/1026-1

↙ riktas mot tröskan

Dipolsmuts

$$F = \frac{(-) 10^{-29} \text{ Cm} \cdot 10^5 \text{ V/m}}{R} = 10^{-20} \text{ N}$$

$$\Rightarrow |R| = \frac{10^{-29} \text{ Cm} \cdot 10^5 \text{ V/m}}{10^{-20} \text{ N}} \approx 10^{-4} \text{ m} = 0,1 \text{ mm}$$

Dim. Kontroll

$$\frac{\text{Cm} \cdot \text{V/m}}{\text{N}} = \frac{(\text{C} \cdot \text{V})}{\text{N}} = \frac{\text{J}}{\text{N}} = \frac{\text{Nm}}{\text{N}} = [\text{m}] \text{ ok!}$$

SVAR: 0,1mm så nära måste man komma för att anläggna smuts elektrostatisch.

Givet: $E_x(x) = E_0 \frac{1}{x^2/x_0^2 + 1}$

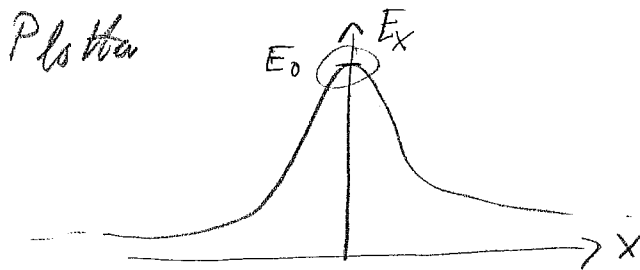
$x_0 = 3,0 \mu\text{m}$

$V = 1,2 \text{ V}$ Spänningskullet

Sökt: E_{max}

Lösning:

Hur ser $E_x(x)$ ut?



$\Rightarrow E_{\text{max}} = E_0$

Spänningskullet (potential-ställnad)

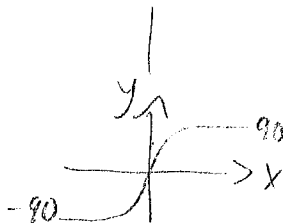
$V = 1,2 \text{ V} = \int_{x_1}^{x_2} E_x(x) dx$ (s. ~~kurv~~ kurvskilnad)

Vad ser det ut som $\frac{d}{dx} \frac{1}{x^2+1} = \frac{-2x}{x^2+1}$

$= \int_{x_1}^{x_2} E_0 \cdot x_0 \cdot \frac{x_0}{x^2+x_0^2} dx = E_0 \cdot x_0 \int_{x_1}^{x_2} \frac{x_0}{x^2+x_0^2} dx = \left. \begin{matrix} x_2 = \infty \\ x_1 = -\infty \end{matrix} \right\} =$

$= E_0 \cdot x_0 \cdot \left[\arctan\left(\frac{x}{x_0}\right) \right]_{-\infty}^{\infty} = E_0 \cdot x_0 \cdot \left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) \right] =$

$\frac{d}{dx} \arctan\left(\frac{x}{x_0}\right) = \frac{x_0}{x^2+x_0^2}$



$= E_0 \cdot x_0 \cdot \pi \Rightarrow E_0 = \frac{V}{x_0 \cdot \pi} = \frac{1,2}{3 \cdot 10^{-6} \cdot \pi} \left[\frac{\text{V}}{\text{m}} \right] \approx 127 \text{ kV/m}$

F2011 Åskmoln

Givet: $E_1 = 47,1 \text{ kV/m}$
 $E_2 = 36,4 \text{ kV/m}$ } riktat uppåt
 $h_1 = 2150 \text{ m}$ och $h_2 = 2210 \text{ m}$
Sökt: Hur stor är laddningsstätheten?

Lösning:

Laddningsstäthet: $\rho = Q/V$ [C/m^3]

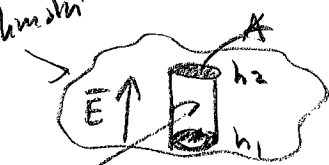
Behöver Q , laddningen.

Använd Gauss sats:

Gaussytta: En cylinder S med ändytan på de två höjderna, $h_1 = 2150 \text{ m}$ o $h_2 = 2210 \text{ m}$

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \leftarrow \begin{array}{l} \text{instängda laddningen} \\ \text{inuti cylindern / gaussytan} \end{array}$$

Åskmoln



Mantelytan är parallell med \vec{E} -fältet ger noll elektriskt flöde

Alltså enda bidraget är från ändytorna

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E_2 A - E_1 A = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

minus för flödet är riktat in i cylindern

$$\Rightarrow \rho = \frac{Q}{V} = \frac{Q_{\text{enc}}}{V} = \frac{\epsilon_0 A (E_2 - E_1)}{A (h_2 - h_1)} = \epsilon_0 \frac{E_2 - E_1}{h_2 - h_1} \approx$$

SVAR: $\approx -1,6 \cdot 10^{-9} \text{ C/m}^3$

Oljenivåmätare – I 2002-03-05 uppgift 1

Tema: Teknologiska hjälpmedel för tankrederier

När man vill mäta hur full en oljetank är gör man det ofta genom att i tanken montera ett par parallella plattor och sedan mäta hur kapacitansen mellan dem förändras när utrymmet mellan dem är mer eller mindre fyllt av olja. Antag att plattavståndet är 10 mm, plattbredden 120 mm och plattornas höjd är 8.0 m. Oljans $\epsilon_r = 5.6$. Hur beror kapacitansen mellan plattorna av oljenivån?

Plotta C som funktion av oljans höjd (dvs 0 till 8 m) i ett stort diagram med graderade axlar.

Gnista – I 2003-01-13 uppgift 1

Tema: Vinterkyla

Vid kallt väder ökar problemen med statisk elektricitet i vardagslivet. Man brukar säga att det beror på att inomhusluften är torrare.

Detta gör att mycket av vår elektroniska utrustning lever farligt. Uppskatta (storleksordning räcker) hur stor energi en gnista som slår mellan en fingertopp och en vattenkran innehåller. Gnistan kommer då fingret är 9 mm från kranen.

Kondensatormikrofon – MT 2005-06-01 uppgift 2

Tema: Rockfestivaler

En typ av mikrofon bygger på att man har en kondensator där ljudet får den ena av plattorna att vibrera. Spänningen mellan plattorna hålls konstant till 12 V, och kondensatorns kapacitans i vila är 11 μF . Vilken ström ger den upphov till om plattavståndet varierar mellan 0.495 mm och 0.505 mm?

Antag att frekvensen är 500 Hz.

Givarsignal – I 2005-01-11 uppgift 2

Tema: Industriell positionering

Signalerna från givare av olika slag är ofta mycket svaga och snabba. För att minska störningsrisken leds de ofta genom koaxialkablar. Hur lång får en sådan vara om den har kapacitansen 80 pF/m och resistansen 0.04 ohm/m och man vill överföra störningar som varierar på 100 ns ?

(OBS enheterna)

Pixelkondensator – I 2002-01-09 uppgift 2

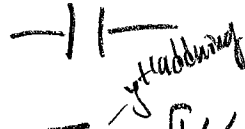
Tema: Digitala high-end-kameror

Varje bildpunkt i bildchipet är en liten kondensator, där man vill maximera energi per volym. Hur inverkar plattavstånd, plattstorlek och isoleringsmaterial på detta? Vilka parametrar på isoleringsmaterialet är avgörande? (2 st)

ÖVN 3

- Formler -

Platt kondensator



Elektriska fältet $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad [V/m = \frac{N}{C}]$

Kapacitans $C = \frac{Q}{V_{ab}} \quad [F] = [C/V]$

$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$ } för platt kondensator
(mätt på förhållanden mellan elektriska ledningar)
 A - platt area
 d - plattavstånd

Seriellkopplade: $\frac{1}{C_{tot}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Parallellkopplade: $C_{tot} = \sum_i C_i$

laddar upp till samma
spänning oberoende
av gränser

III
III
C₁ C₂ C₃

ϵ_0 - elektriska konstanten $8,85 \cdot 10^{-12} [F/m]$
 permittivitet för vakuum

ϵ_r - relativ permittivitet (tabell s. 829)

Potentuell energi lagrad i en kondensator

$$U = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} QV \quad [J]$$

Elektrisk energi-densitet

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 \quad \left(\begin{array}{l} \frac{F}{m} \cdot \frac{V^2}{m^2} = \frac{FV^2}{m^3} = \frac{CV^2}{m^3} = \frac{C \cdot V}{m^3} = \frac{As \cdot V}{m^3} = \frac{W}{m^3} \\ = \frac{As \cdot W}{A \cdot m^3} = \frac{Ws}{m^3} = \frac{J \cdot s}{s \cdot m^3} = \frac{J}{m^3} \quad \text{Ok} \end{array} \right)$$

Elektrisk potential

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

- oberoende av vägen från a → b (homogent fält $V_a - V_b = E d$)
- $V = 0$ @ ∞

Ström

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad [A]$$

Resistans

$$R = U/I \quad [\Omega]$$

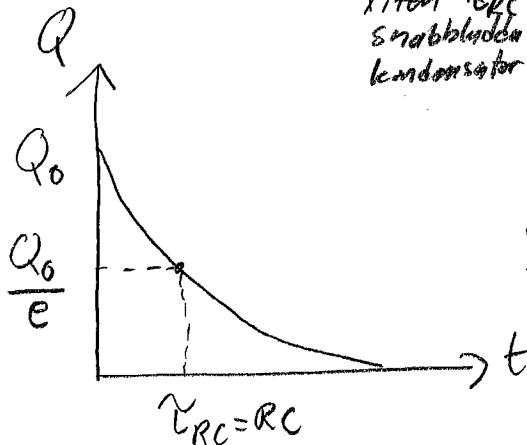
Effekt

$$P = U \cdot I \quad [W]$$

Resistans i ledning

$$R = \frac{\rho L}{A}, \quad \begin{array}{l} \rho - \text{resistivitet} \quad [\Omega m] \\ L - \text{längd} \quad [m] \\ A = \text{tvärsnittsarean} \quad [m^2] \end{array}$$

RC-krets



Tidskonstanten

$\tau_{RC} = RC \quad [s]$ "Den tid det tar för laddningen att minska till Q_0/e "
liten ρ_{sc} snabbledande kondensator
 $\tau \approx 6,7\% (e^{-1})$ av originalvärdet Q_0

Ureladdning

$$\begin{aligned} Q(t) &= Q_0 e^{-t/\tau_{RC}} \\ I(t) &= I_0 e^{-t/\tau_{RC}} \\ V(t) &= V_0 e^{-t/\tau_{RC}} \end{aligned}$$

Uppladdning

$$\begin{aligned} Q(t) &= Q_0 (1 - e^{-t/\tau_{RC}}) \\ I(t) &= I_0 e^{-t/\tau_{RC}} \\ V(t) &= V_0 (1 - e^{-t/\tau_{RC}}) \end{aligned}$$

$\tau_{RC} \approx 63,2\%$ av full laddat
 $(1 - e^{-1}) = 0,632$

~~XXXXXXXXXX~~
I 020305-1

Givet: Platts kondensator Öppenrämmare

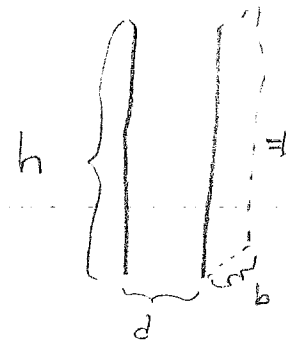
$d = 10 \text{ mm}$
 $b = 120 \text{ mm}$
 $h = 8 \text{ m}$
 $\epsilon_r^{\text{olja}} = 5,6$

Sök: $C = C(h)$. Platta $h: 0 \rightarrow 8 \text{ m}$
 ↑ höjden

Lösning:

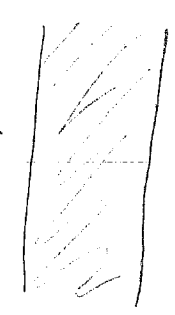
$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

Ingen olja



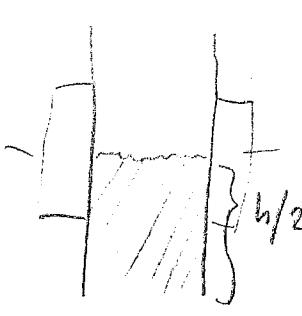
$\epsilon_r^{\text{luft}} \approx 1$
 $\Rightarrow C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \epsilon_0 \frac{hb}{d}$
 $A = hb$

Bara olja



$\Rightarrow C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{hb}{d}$
 $A = h \cdot b$

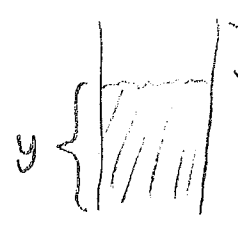
Hälften



Hur ska man se detta?
 \rightarrow parallellkopplade
 parallell-kopplade kondensatorer $C_{\text{tot}} = C_1 + C_2$

$\Rightarrow C = C_{1/2 \text{ luft}} + C_{1/2 \text{ olja}} = \epsilon_0 \frac{h/2 \cdot b}{d} + \epsilon_0 \epsilon_r \frac{h/2 \cdot b}{d}$

Godtycklig höjd olja?



$C = C(y)_{\text{olja}} + C(h-y)_{\text{luft}} = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{y \cdot b}{d} + \epsilon_0 \frac{(h-y) \cdot b}{d}$

~~XXXXXXXXXXXX~~
I 02 0305-1

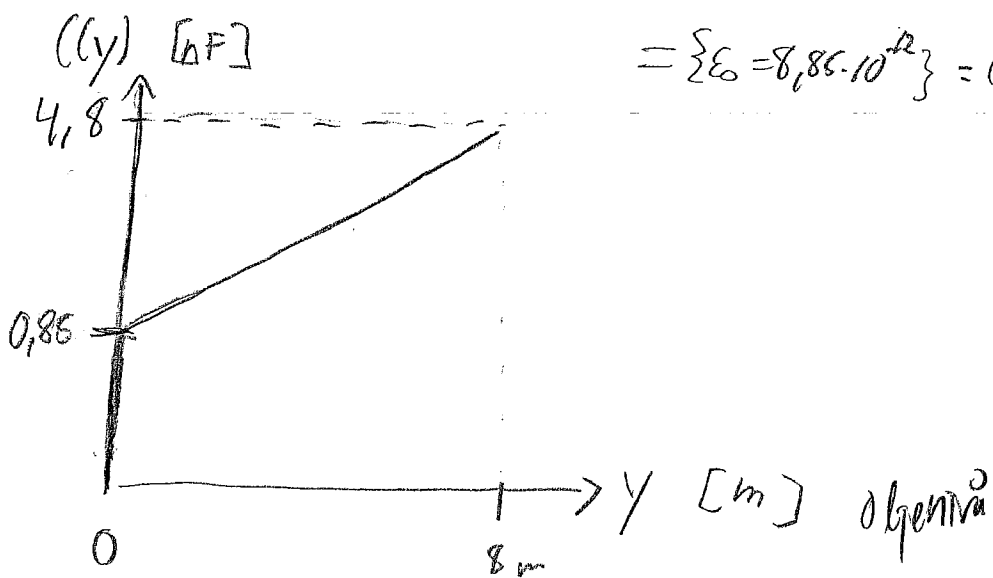
$$C(y) = \frac{\epsilon_0 \cdot b}{d} (\epsilon_r \cdot y + (h-y)) =$$
$$= \frac{\epsilon_0 \cdot b}{d} (h + y(\epsilon_r - 1))$$

Insättning av värden

$$C(y) = \frac{\epsilon_0 \cdot 120 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{70 \cdot 10^{-3} \text{ m}} (8 \text{ m} + y(5,6 - 1)) =$$

$$= 96 \overset{\text{F/m}}{\epsilon_0} + 55,2 \epsilon_0 y \left[\frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot \text{m} \right] = 55,2 \epsilon_0 y + 96 \epsilon_0 [\text{F}]$$

$$= \{ \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \} = 0,49 y + 0,85 [\text{nF}]$$



I030113-1

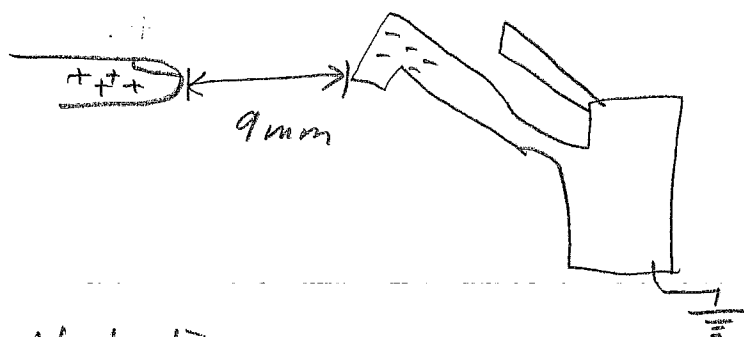
Gnista

Givet: $d = 9 \text{ mm}$ (finger - keran)

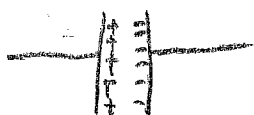
Sökt: Energin i gnistan. (Storleksordning)

Lösning

- Överslagstället i luft antas vara $E_{\text{överslag}} = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$
- Kan man approx. finger och keran med nyt lämpligt?



Vad liknar detta?



Plattkondensator!

Energi lagrad i kondensatorn (potential U)

(24,9): $U = \frac{1}{2} CV^2$

Potential skillnad (spänningen)

homogent fält antar

$V = E d$

A ↑
E-fält avstånd mellan plattorna

Kapacitansen

$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}$

↑
permittitansen av vakuum

← plattarea

relativa permittiviteten

I030113-1

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} (Ed)^2 = \left\{ E = E_{\text{överslag}} \right\} = \\ = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} (E_{\text{överslag}} \cdot d)^2$$

ϵ_r i luft = { (se lista sid 829) } ≈ 1 (relativa permittiviteten)

$$\Rightarrow U = \frac{1}{2} \epsilon_0 A E_{\text{överslag}}^2 \cdot d$$

$$d = 0,009 \text{ m} = 9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A = \text{area finger topp? antag } 1 \text{ cm}^2 = \underbrace{(0,01 \text{ m})^2}_{= 10^{-2} \text{ m}} = 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$E_{\text{överslag}} = 2 \cdot 10^6 \text{ V/m}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (\text{Farad/meter})$$

\Rightarrow Energin i gnistan

$$U = \frac{1}{2} \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4} \cdot (2 \cdot 10^6)^2 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \frac{\text{F}}{\text{m}} \cdot \text{m}^2 \cdot \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2} \cdot \text{m}$$

$$\approx 16 \cdot 10^{-6} \text{ FV}^2 = 16 \mu\text{FV}^2$$

$$[\text{FV}^2] = \left[\frac{\text{C}}{\text{V}} \cdot \text{V}^2 \right] = [\text{C} \cdot \text{V}] = \left[\frac{\text{As}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{W}}{\text{A}} \right] = [\text{Ws}] =$$

$$= \left[\frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot \text{s} \right] = \text{J}$$

$$\left(\frac{\text{storleksordning}}{\log(16 \cdot 10^{-6})} \approx -4,8, \text{ avrundat till } -5 \right)$$

SVAR: Energin i gnistan är av storleksordningen 10^{-5} J .

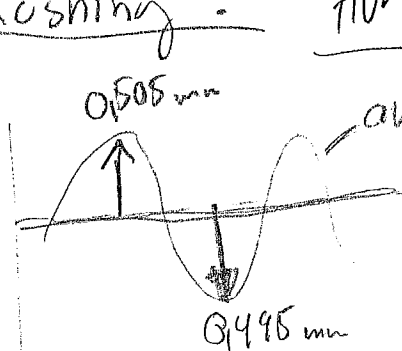
MT050601-2

Kondensatormikroskop

Givet: $V = 12V$, $C_{vila} = 11 \mu F$, $d_{min} = 0,495 mm$, $d_{max} = 0,505 mm$
 $f = 500 Hz$

Sök: I ?

Lösning: Hur varierar laddningen? För $I = \frac{dQ}{dt}$!



antag sinusformad vibration hos plattkondensatorns ena platta.

Från vårt antagande:

$$d_{vila} = \frac{0,505 + 0,495}{2} = \underline{\underline{0,500 mm}}$$

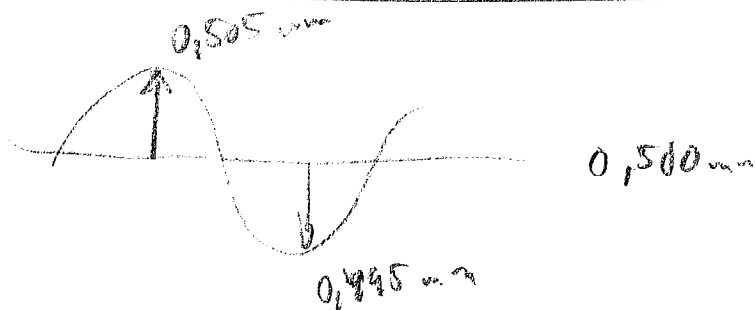
Laddningen på kondensatorn?

$$(24.1) \quad C = \frac{Q}{V} \Rightarrow Q = C \cdot V \quad @ \underline{\underline{vila}}$$

$$Q = 11 \mu F \cdot 12 V = 0,132 mC = Q_{vila}$$

$$[F = C/V]$$

Avståndet mellan plattorna



$$\Rightarrow \underline{\underline{d = 0,500 mm \pm 1\%}}$$

110060-2

Kapacitansen varierar med avståndet, $Q = C \cdot U$ de gör även laddningen def.

$$1\% \text{ av } Q_{\text{total}} = 0,01 \cdot Q_{\text{total}} = \underline{\underline{1,32 \mu\text{C}}}$$

$$\Rightarrow Q = Q_{\text{total}} + 1,32 \mu\text{C} \cdot \sin(\underbrace{2\pi \cdot f \cdot t}_{\omega \cdot t})$$

$$Q = 132 \mu\text{C} + 1,32 \mu\text{C} \cdot \sin(2\pi 500 \cdot t)$$

Strömmen I

$$(25,2): I = \frac{dQ}{dt} = 2\pi \cdot 500 \cdot \text{s}^{-1} \cdot 1,32 \mu\text{C} \cos(2\pi 500 \cdot t) =$$

$$\approx 4,15 \text{ m A} \cos(2\pi 500 \cdot t)$$

↑
C/s

SVAR: strömmen som utströms i rikten
är $I = 4,15 \text{ m A} \cdot \cos(2\pi 500 \cdot t)$

IO50111-1

givet: Koaxialkabel Givarsignal

$$C = \frac{C}{l} = 80 \text{ pF/m}, r = \frac{R}{l} = 0,04 \text{ } \Omega/\text{m}$$

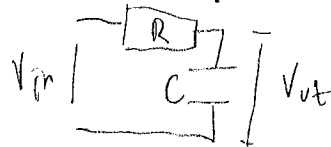
$$t = 100 \text{ ns}$$

Sök: Längden l

Lösning:

Koaxialkabel kan approximeras med en

RC-krets



Resistor - kondensator

Tidskonstanten för en RC-krets

$$\tau_{RC} = RC \quad (\text{sid 898}) \quad - 63,2\% \text{ av slutvärdet}$$

$$\Rightarrow \tau_{RC} = l \cdot C \cdot l \cdot r = l^2 r C$$

$$\text{Sätt nu } \tau_{RC} = t = 100 \text{ ns} \quad (10 \text{ MHz})$$

om $t < \tau$ då kan vi inte upplösa stömsvängning

$$\Rightarrow l^2 r C = t \Rightarrow l = \sqrt{\frac{t}{r C}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-9} \text{ s}}{0,04 \text{ } \Omega/\text{m} \cdot 80 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}}} \approx 177 \text{ m} \quad \text{SVAR}$$

Bit-rate?

$$\sqrt{\frac{\text{S}}{\frac{\Omega}{\text{m}} \cdot \frac{\text{F}}{\text{m}}}}$$

$$\sqrt{\frac{\text{S m}^2}{\frac{\text{V}}{\text{A}} \cdot \frac{\text{C}}{\text{V}}}}$$

$$\sqrt{\frac{\text{S m}^2}{\frac{\text{A s}}{\text{A}}}} = \underline{\underline{\text{m}}}$$

$$\left[\begin{array}{l} \Omega = \frac{\text{V}}{\text{A}} \\ \text{F} = \frac{\text{C}}{\text{V}} \\ \text{C} = \text{As} \end{array} \right]$$

I 2002-01-09-2

Pixelkondensator

Givet: plattkondensator

Sök: Vad beror energi/volym på?

- Plattavstånd, d

- Plattstorlek (area), A

- Isoleringsmaterial, ϵ_r

ϵ relativ permittivitet

Lösning:

Vad är nu energi/volym för en plattkondensator?

Energien (potentiell energi lagrad i en plattkondensator)

$$U = \frac{1}{2} CV^2 \text{ för en plattkondensator}$$

C - kapacitans

V - potential skillnad

$$\Rightarrow \text{Energi/volym} = u = \frac{U}{\text{volym}} = \frac{U}{A \cdot d}$$

$$\text{använd att } C = \frac{Q}{V} = \left\{ V = E \cdot d \right\} = \frac{Q}{Ed} =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} E\text{-fältet för en plattkondensator} \\ \text{mer Isoleringsmaterial är } E = \frac{Q}{\epsilon_r \epsilon_0 A} \end{array} \right\} =$$

$$= \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} (*)$$

$$\Rightarrow u = \frac{\frac{1}{2} CV^2}{A \cdot d} = \left\{ \text{insättning av } (*) \right\} = \frac{\frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d} \cdot (Ed)^2}{A \cdot d}$$

I 2002-01-09-2

$$u = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon_r E^2 \quad (24,20)$$

Energi/volym för en plattkondensator bear q
 p^2 :

- plattans tjocklek
- plattarean

Vill man maximera u skall man:

- Maximera E , E_{\max} ges av överlagshållfastheten
- Maximera ϵ_r (Isoleringsmaterialitet)

OBS: Isoleringsmaterialitet bestämmer både överlagshållfastheten och ϵ_r (relativa permittiviteten)

SVAR: Välj isoleringsmaterial med stort ϵ_r och stor överlagshållfasthet för att maximera u , energi/volym.

Magnetseparation – BD 2009-05-27 uppgift A2

Tema: Mineralogiska undersökningsinstrument

Vid separation av magnetiskt och ickemagnetiskt material används ofta fält från korta spolar runt det löpande band där man matar fram materialet. Hur stort blir fältet från två plana, korta spolar placerade så att deras axlar sammanfaller? Radien är 2.0 dm och de är placerade 2.2 dm från varandra. Antalet varv per spole är 200 och strömmen är 2.4 A. Beräkna fältet i den punkt som ligger mitt emellan spolarna. Fältbidragen från bägge spolar är riktade åt samma håll.

Startmotor – MPTIL 2004-04-21 uppgift 5

Tema: Sensorer och instrument i bilar

Ett av de större amerikanskägda "svenska" bilmärkena fick för några år sedan problem med en mediadiskussion runt huruvuda magnetfältet från kablaget var farligt.

Uppskatta magnetfältet från en ledare som strömförsörjer startmotorn. (Returledning sker genom karossen så den behöver vi inte bekymra oss om)

Volvo har 12 V system och startmotorn kan utveckla bråkdelar av 1 kW.

Faradayrotator – MTI 2000-06-06 uppgift 2

Tema: Altitun

När man använder halvledartasar i telesammanhang används ofta faradayrotatorer för att hindra reflexer från att komma tillbaka in i lasern. Dessa består av en spole lindad runt en optisk fiber. Fältet inuti spolen (dvs där fibern är) måste vara av storleksordning 0.5 T, dvs ganska starkt. Föreslå en spoltyp (lång, kort, toroid...?) om man vill att så lite som möjligt av fältet ska läcka ut. Hur många varv per meter ska den ha om tvärsnittsarean ska vara 8.0 mm^2 ? $I = 1 \text{ A}$.

Fibern omöjliggör järnkärna.

Bildrör 2 – MT 1998-05-28 uppgift 2

Tema: Head up TV

[I problemet innan beräknades elektronernas hastighet till $5.6 \cdot 10^6$ m/s.]

Antag att man vill böja av dem $\pm 30^\circ$ genom ett magnetfält vinkelrätt mot deras rörelseriktning. Detta alstras mellan två plattor som har längden 8 mm (utefter elektronernas ursprungliga rörelseriktning). Hur starkt behöver magnetfältet vara?

Hastighetsmätare – I 2000-01-11 uppgift 2

Tema: Instrumentpaneler till tyngre fordon

Föregångaren till dagens hastighetsmätare (som ju är en del av instrumentpanelen) var ett vridspoleinstrument, där en liten fjäderbelastad elektromagnet får vrida sig i fältet från en hästskoformad permanentmagnet. Hur stort blir det maximala vridmomentet på en elektromagnet med tvärsnittsytan 1.6 cm^2 , 100 varv, järnkärna med μ_r (fältförstärkning) = 500, om strömmen genom den är 78 mA och permanentmagnetens fält är 0.17 T?

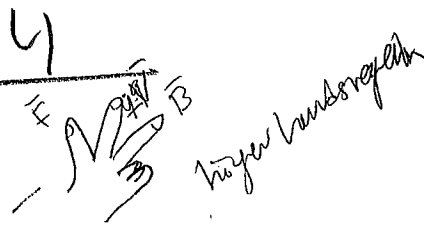
Magnetaccelerator – MT 1999-04-15 uppgift 1

Tema: Industriell biofysik

Följande är klippt ur en dagstidning (som vi av uppenbara skäl inte ska avslöja namnet på). När man läser texten begriper man omedelbart att reportern måste ha missuppfattat någonting. Vad?

”...i denna typ av instrument accelereras elektronerna från ca 10 m/s till mer än 1000 m/s mha ett konstant magnetfält på ca 2 T. ...”

Formler övn 4



Magnetfält

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}, \quad \vec{B} \text{ magnetfält} \quad [T = \frac{Wb}{m^2}]$$

• $\vec{F} \perp \vec{v} \Rightarrow$ en magnetisk kraft utför inget arbete, minns $W = \int \vec{F} \cdot \vec{v} dt$

• En laddad partikel i ett magnetfält rör sig i en cirkelbana

(F kan inte ändra farten = konstant
bana vidhåller konstant hastighet)

$$\Rightarrow F = |q|vB = m\frac{v^2}{R} \quad (\text{Centripetalkraften})$$

$$F \cdot v = Fv \cdot \cos\theta$$

↑
vinkel mellan F & v

$\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos 90^\circ = 0$
 $\vec{F} \perp \vec{v}$

Magnetiskt vridmoment (strömring) $\tau = |\vec{\mu}|B \sin\theta$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \text{max när } \vec{\mu} \perp \vec{B} \quad \text{max då } \vec{\mu} \perp \vec{B}$$

max när \vec{B} ligger i planet hos strömlinjen
I \vec{A} $\vec{\mu} = IA$

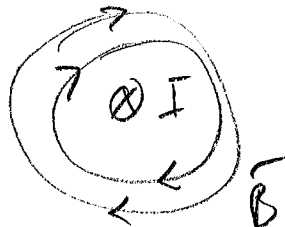
Magnetisk dipolmoment (sådant som känner av ett mag. vridmoment)

$$\vec{\mu} = NIA \vec{\mu}_r \quad \text{relativ permeabilitet}$$

för spole med järnkärna $[Am^2]$
l slingarna (tjumsnitt spole)

- Källor till \vec{B} : strömmar, $\vec{B} = \frac{\mu_0 k}{4\pi} \cdot \frac{q\vec{v} \times \vec{r}}{r^2}$

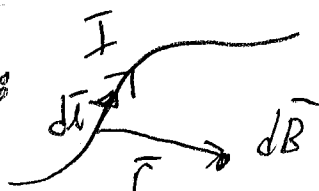
- Lång rak ledare



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

Biot-Savarts lag

Biot-Savarts lag:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{Id\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$$

Spolarr

N - antal varv

n - antal varv/længde

Kort spole på axel - $B = \frac{N \mu_0 I a^2}{2(a^2 + x^2)^{3/2}}$

x - pos. på axel

a - radius for spolen

I - strøm

N - antal varv

μ_0 - magnetiske konstanter

Langt spole (solenoid) $B = \mu_0 n I$

Toroid $B = \frac{\mu_0 N I}{2 \pi r}$, $B = 0$ udenfor + indet
lækfelt.

BD 2009-05-27 A 2

Magnetseparation

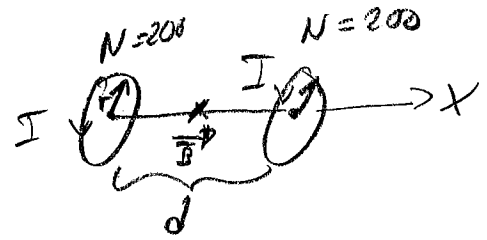
Given: plana korta spolar

$$r = 20 \text{ dm}$$

$$d = 2,2 \text{ dm}$$

$$N = 200$$

$$I = 2,4 \text{ A}$$



Sökt: B-fältet ^{mitt} mellan spolarna?

Lösning:

Magnetfältet för en kort spole?

$$B_x = \frac{N \cdot \mu_0 I \cdot r^2}{2(x^2 + r^2)^{3/2}}$$

Symmetri! 2 spolar ger ett magnetfält som är 2 • en spoles bidrag.

$$x = \text{avstånd till mitten dvs } \frac{d}{2} = \frac{2,2 \text{ dm}}{2} = 1,1 \text{ dm}$$

$$r = 2 \text{ dm}$$

$$I = 2,4 \text{ A}$$

$$N = 200$$

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb/(A}\cdot\text{m)}$$

$$B = 2 \cdot B_x = 2 \cdot \frac{200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Wb}}{\text{A}\cdot\text{m}} \cdot 2,4 \text{ A} \cdot (2,0 \text{ dm})^2}{2 \cdot ((1,1 \text{ dm})^2 + (2 \text{ dm})^2)^{3/2}} =$$

$$= \frac{200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 2,4 \cdot (2,0 \cdot 10^{-1})^2 \cdot \text{Wb}\cdot\text{m}}{((1,1 \cdot 10^{-1})^2 + (2 \cdot 10^{-1})^2)^{3/2} \cdot \text{m}^3} \approx$$

$$\approx 2,0 \text{ mT}$$

$$\frac{\text{Wb}}{\text{m}^2} = \text{T}$$

↑
tesla

MT040421 -5

Stärkometer

Givet: $U = 12 \text{ V}$

$$P = \frac{1 \text{ kW}}{2}$$

Lösning: Sökt: B-fältet
strömmen?

$$P = UI \Rightarrow I = \frac{P}{U} = \frac{0,5 \text{ kW}}{12} \approx 42 \text{ A}$$

Gör det enkelt

lång rak ledare: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ (28,9)

r? avstånd från ledaren, antag 1m

$$\Rightarrow B = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 42 \text{ A}}{2\pi \cdot 1 \text{ m}} \approx \underline{\underline{8 \cdot 10^{-6} \text{ T}}}$$

Jordens magnetfält $\approx 3 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ (elektronen)

MT000606-2

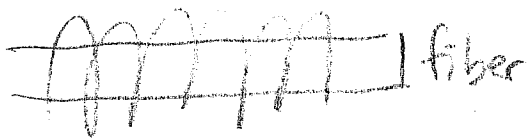
Faradayrotator

Givet: $B = 0,5 \text{ T}$, laget lückfritt
 $A = 8,0 \text{ mm}^2$
 $I = 1 \text{ A}$

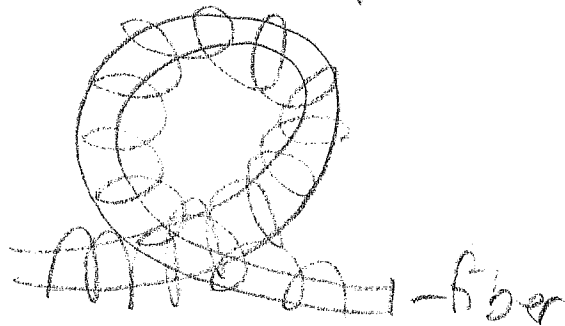
Søkt: $\frac{N}{L}$ - antall kurr / meter
 Toroid - koryllert spole?

Løsning:

Koryllert spole



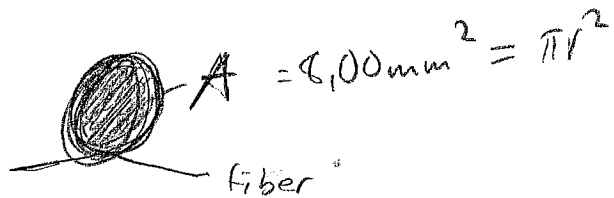
Toroid-spole



Teoretisk så har en toroidspole inget lückfritt.
 Vi velger en sådan!

B-felt toroidspole

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \quad (28,24)$$



$$\Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{2\pi r \cdot B}{\mu_0 I L} = \left\{ \begin{array}{l} L = 2\pi r \\ \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \end{array} \right\} = \frac{B}{\mu_0 I} \approx \frac{0,5 \text{ T}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 1 \text{ A}} \approx$$

$$\approx 400\,000 \frac{\text{T}}{\text{N A}^{-1}} \quad T = \text{N A}^{-1} \text{ m}^{-1} \rightarrow \frac{\text{N A}^{-1} \text{ m}^{-1}}{\text{N A}^{-1}} = \text{m}^{-1}$$

SVAR: 400 000 v.orr / m

OK

Givet: $\theta = \pm 30^\circ$

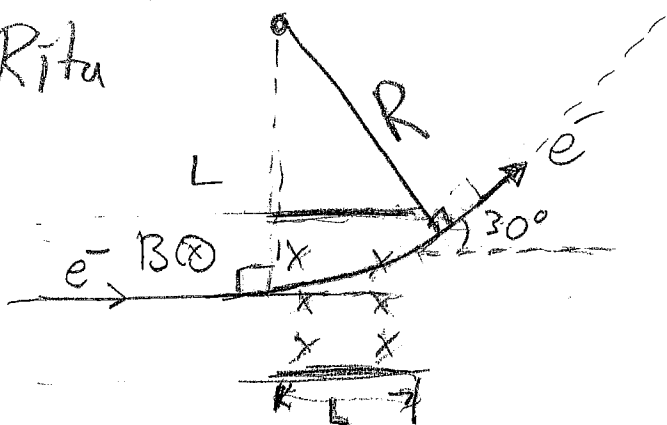
$L = 8 \text{ mm}$

$\vec{B} = B_{\perp}$, $v = 5,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ (uppg. 1)

Sökt: B_{\perp}

Lösning

Rita



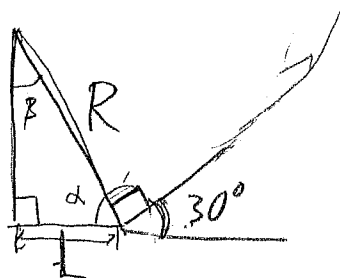
9,11 · 10⁻³¹ kg

(27.10): $F = e^{-} v B_{\perp} = m_e \frac{v^2}{R}$

$\Rightarrow B_{\perp} = \frac{m_e v^2}{R \cdot e^{-} \cdot v} = \frac{m_e v}{R \cdot e^{-}}$

\uparrow
 $-1,602 \cdot 10^{-19}$

\downarrow
vad är R ?



$\alpha + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\beta = 180^\circ - 90^\circ - \alpha = 180^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$

$\Rightarrow \sin(\underbrace{30^\circ}_{\beta}) = \frac{L}{R} \Rightarrow R = L / \sin(30^\circ)$

$\Rightarrow B = B_{\perp} = \frac{m_e \cdot v}{L / \sin(30^\circ) \cdot e^{-}} \approx 210 \text{ mT}$

I00011-2

Hastighetsmätare

Givet: Elektromagnet (spole med järnkärna)

$$A = 1,6 \text{ cm}^2$$

$$N = 100$$

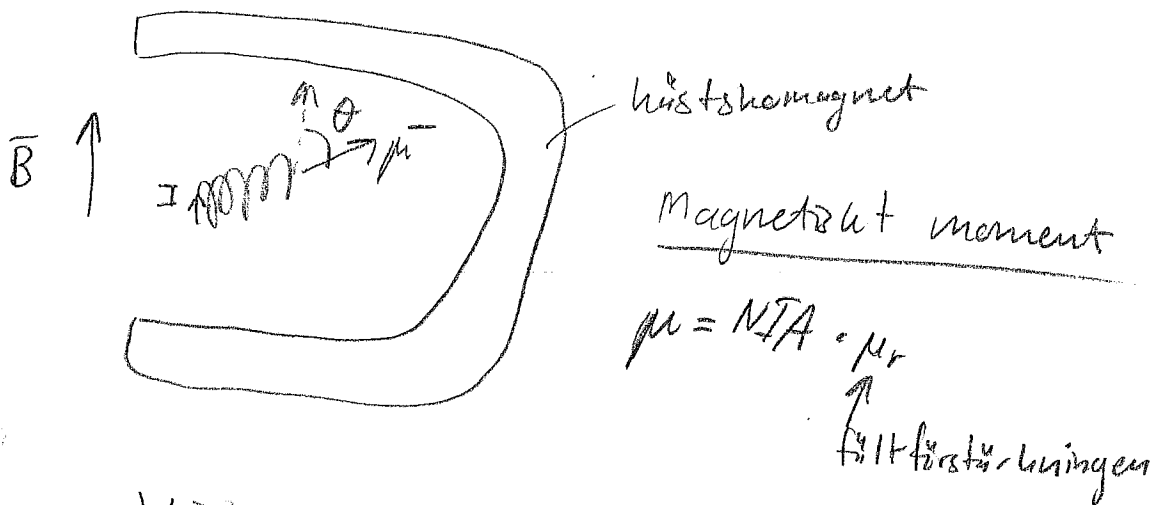
$$\mu_r = 500 \text{ (fältförstärkning)}$$

$$I = 78 \text{ mA}$$

$$B = 0,17 \text{ T} \text{ hastikomagnet}$$

Sökt: Maximala vridmomentet

Lösning



Vridmomentet ($\tau = \vec{\mu} \times \vec{B}$, $|\tau| = |\vec{\mu} \times \vec{B}| = |\mu| |\vec{B}| \sin \theta$)

$$\tau = \mu \cdot B \cdot \sin \theta = NIA \mu_r B \sin \theta \text{ vinkeln mellan } \vec{B} \text{ o } \vec{\mu}$$

$$\tau_{\max} = \{ \sin \theta = 1 \} = NIA B \mu_r = 100 \cdot 78 \text{ mA} \cdot \frac{1,6 \text{ cm}^2}{16 (0,01)^2 \text{ m}^2} \cdot 0,177 \text{ T} \cdot 500$$

$$\approx 0,11 \text{ A m}^2 \text{ T} = 0,11 \text{ Nm}$$

$$\underbrace{\text{A m}^2 \cdot \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}}_{\text{A m}^2 \frac{\text{J/s} \cdot \text{s}}{\text{A m}^2}} \} \text{ J} = \text{Nm}$$

SVAR: $\tau_{\max} = 0,11 \text{ Nm}$

MT990415-1

Magnetaccelerator

Givet: 10 m/s \rightarrow 1000 m/s

$B = 2\text{ T}$

Sökt: Vad är fel?

Lösning:

(27,2) $\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$

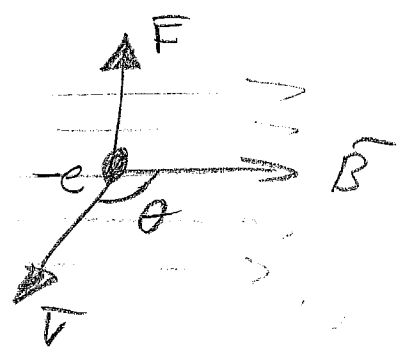
B - magnetfält

q - laddning (värdet elektron)

v - hastighet

F - kraften

Magnetisk kraft på en laddad partikel i ett magnetfält med hastigheten \vec{v} .



När elektronen accelereras så ökar den sin kinetiska energi. Med andra ord utförs ett arbete ($W = \Delta E_{kin}$) för att ändra farten hos elektronen.

$W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ (skalär)

\vec{d} och \vec{v} har samma riktning

men \vec{F} och \vec{v} är vinkelräta

\Rightarrow $W = 0$ Kraften \vec{F} från magnetfältet på elektronen kan ej ändra elektronens fart!

(Dock hastighetens riktning)

Induktion – FCL 2009-06-04 uppgift A3

Tema: Proaktiv säkerhet i bilar

All utrustning i en bil måste dimensioneras för att tåla de magnetfält som uppkommer runt generator, tändsystem mm. Vilken spänning alstras maximalt i en kvadratisk strömkrets med sidan 5 cm om den påverkas av ett magnetfält med frekvensen 200 Hz?

$$B = B_0 \sin(\Omega t + \phi) \quad B_0 = 0.17 \text{ T}$$

Magnetpuls – MTI 2001-06-07 uppgift 1

Tema: Företaget Innolite

Den laser man använder för att belysa plasmat så att det ska kunna avge EUV-strålningen är en gaslaser där gasen finns i ett glasrör som i startögonblicket kräver en magnetisk puls av längd enstaka mikrosekunder längsmed röret. Denna skulle kanske kunna åstadkommas genom en 2.2 cm lång spole runt röret lindad med 2000 varv kopparråd. Spolen har tvärsnittsdiаметern 8.1 cm. Lindningstråden har tvärsnittsytan 0.2 mm^2 .

Går detta? (Motivering...)

Cykellyse – MTI 1999-06-02 uppgift 1

Tema: Cyklism

Cykel-lysen är ett ständigt bekymmer. Batteridrivna mattas fort och dynamos av olika slag slirar i blött väder och låter mycket. Ett förslag till lösning bygger på att man monterar små, platta permanentmagneter runt hela fälgen och låter dem löpa mellan ett ok som leder det magnetiska flödet genom en lindning med ett antal varv. Antag att cykelhjulet har 50 st magneter orienterade växelvis åt var sitt håll och att hjulet snurrar 1.5 varv per sekund. Hur många varv behövs det då i lindningen för att ge en spänning på 3 V om varje magnet har tvärsnittsytan 2.0 cm^2 och ger $B = 0.40 \text{ T}$? (Du behöver inte ta hänsyn till inverkan av några luftspalter e.d., även om den riktige konstruktören nog måste det)

Tröghetsnavigering – IMT 2002-03-05 uppgift 2

Tema: Teknologiska hjälpmedel för tankrederier

Vid så kallad tröghetsnavigering mäter man ut en kurs (=färdriktning) som båten ska ha och ställer sedan in denna med ett gyro som alltså inte vrider sig i förhållande till jorden. Kopplat till detta gyro finns en kort spole (som alltså är fixt i förhållande till gyrot/jorden) Runt denna spole finns en annan kort spole som är fix i förhållande till båten. Man mäter sedan ömsesidiga induktansen mellan dem. Hur stor vridning motsvarar en ändring av M med $1/10000$ om vinkeln mellan spolarnas axlar från början är 45° resp om den är 0° ?

Magnetbromsar – IMT 2003-01-13 uppgift 2

Tema: Vinterkyla

Bussarna har svårigheter med slirning när det blir kallt (Vem har inte det?). Därför uppmanas förarna att använda de magnetbromsar som finns på en del bussar. Dessa anses vara helt låsningsfria eftersom de bygger på att en spole som är fast förbunden med hjulaxeln får rotera i ett magnetfält. Ur spolen fås då en ström som används för att skapa magnetfältet.

Vill man sluta bromsa stänger man av strömmen som tas ut ur spolen.

Förklara varför dessa bromsar är låsningsfria.

Induktion

- ström ur B-fält (tidsvarierande)

- Magnetisk flöde: $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$ genom arean A

- Inducerad spänning i en krets ges av

$$U = N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad [V]$$
 Faradays: ändring av B ger U

Om kretsen är en spole så är N = antal varv

- Självinduktans hos krets (oftast spole) (strömmen I i kretsen orsakar ett B-fält och därmed Φ_B)

$$L = N \frac{d\Phi_B}{dI} \quad [H]$$
↑ Henry
↑ kallas ibland egen induktans
 $1 H = 1 \frac{Wb}{A} = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1 \cdot \Omega \cdot s = \frac{J}{A^2}$
(inducerad V i kretsen enligt Lenzky)

- Ömsesidig Induktans mellan två kretsar (oftast spolar)

$$M_{12} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}$$
(magnetiskt flöde och ström mäts i olika kretsar.)

"strömmen i krets 2 ger ett magnetiskt flöde i krets 1 och vice versa"

ström \rightarrow B \rightarrow U \rightarrow i sly spänning och närbelägna

"en ändring av strömmen inducerar en spänning i ledaren själv och i närbelägna ledare"
 ömsesidig självinduktans

FCL-2009-06-04 A3

Induktion

Givet: Kvadratisk stömlinets (sida 5 cm)

Magnetfält: $B = B_0 \sin(\omega t + \phi)$, $B_0 = 0,17 \text{ T}$

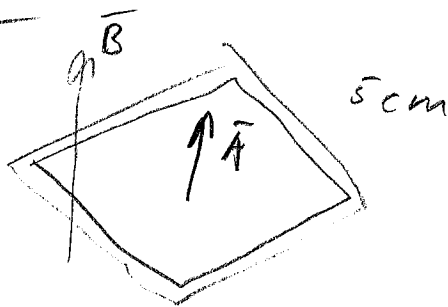
$$f = 200 \text{ Hz}$$

Sök: Maximala alstrade spänningen i stömlinets?

Lösning:

Antag att \vec{A} och \vec{B} ej är vinkelräta, $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$
($\Phi_B \neq 0$) annars ingen alstrad spänning
↑
magnetiskt flöde

SLB3



Antag \vec{B} är linjärt

$$\Rightarrow \Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} \text{ och}$$

\vec{B} och \vec{A} parallella (maximala)

$$\Phi_B = BA$$

$$A = \text{arean} = 0,05 \cdot 0,05 = 0,0025 \text{ m}^2$$

Maximala alstrade spänningen:

$$U = N \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (N = 1)$$

↑
spole med ett varv

2009-06-04 A3

$$\text{Vad är } \frac{d\Phi_B}{dt} ?$$

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = \frac{dB}{dt} \cdot A = A \cdot B_0 \frac{d(\sin(\omega t + \phi))}{dt} =$$

$$= AB_0 \omega \cos(\omega t + \phi)$$

$$\left. \begin{aligned} U_{\max} &= AB_0 \omega \\ \omega &= 2\pi f \end{aligned} \right\}$$

$$U_{\max} = 0,0125 \text{ m}^2 \cdot 0,17 \text{ T} \cdot 2\pi \cdot 200 \text{ Hz} \\ \approx \underline{\underline{0,5 \text{ V}}}$$

MT010607-1

givet: Spole: Magnetpuls

- $N = 2000$ varv, koppartråd
- spolens längd 2,2 cm
- tvärsnittsarea hos tråden: $0,2 \text{ mm}^2$
- spoldiameter, $d = 8,1 \text{ cm}$

Sökt: Kan man östärk komma magnetiska pulser på enstaka p.s.?

Lösning

Tanke: En ^{verksam} spole kan tillägas vid en RL-krets, spolen är tög: dvs tar tid på sig att östärk dessa magnetiska pulser. Hur tög en spole är beror på tidskonstanten $\tau_{RL} = L/R$.

Beräkna nu $\tau_{RL} = L/R$:

L - spulinduktansen hos spolen $= N \frac{\Phi}{I}$ ← magnetiska flödet

$\Phi = BA$
↑
magnetfältet
↑
arean innesluten av en slinga



$B = \frac{N \mu_0 I}{2 \cdot r_{spole}}$ (28,17) sida 933
 $A = \pi r_{spole}^2$
 1000 spole på axel 20 mm är centralt, $x=0$ frekvens 60 Hz

MT010607-1

$$R = \frac{\rho L}{A}$$

ρ - resistiviteten för koppar

A - tvärsnitt hos koppar tråden $\approx 0,2 \text{ mm}^2$
arean

L - längden av koppar tråden: $N \cdot 2\pi r_{spole}$

$$\Rightarrow \tau_{RL} = \frac{L}{R} = \frac{N\Phi}{I} = \frac{N \cdot N\mu_0 I \cdot \pi r_{spole}^2}{2\pi r_{spole} I} = \frac{\mu_0 N^2 \pi r_{spole}^2}{A}$$

$$= \frac{N\mu_0 A}{4\pi} = \left\{ \text{insättning} \right\} = \frac{2000 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \cdot 0,2 \cdot (10^{-3})^2 \text{ m}^2}{4 \cdot 17 \cdot 10^{-9} \text{ } \Omega \text{ m}}$$

\uparrow
 $17 \text{ n}\Omega \text{ m}$
 tabellvärde

$$\approx \underline{\underline{7,4 \text{ ms}}} \gg 1 \mu\text{s}$$

SVAR: Man kan ej åstadkomma dessa pulser \sim

MT990602-1

Cykelljyse

Givet: 50 st magnet

1,5 varv per sekund

$$U = 3V$$

$$A = 2,0 \text{ cm}^2$$

$$B = 0,40 \text{ T}$$

Sökt: antal varv N

Lösning

$$\Phi_B = B \cdot A$$

Magnetiskt flöde

~~$\Phi_{\text{max}} = B \cdot A$~~

Nu så är varannan magnet vänd åt andra hållet.
d Φ varierar det magnetiska flödet och ger
upphov till en spänning $U = N \frac{d\Phi}{dt}$

Hur varierar Φ ?

Antag sinus-format: $\Phi = \Phi_0 \sin(\omega t)$

f - frekvensen, $1,5 \text{ varv/s} \cdot \frac{50}{2} \Rightarrow f = 37,5 \text{ Hz}$

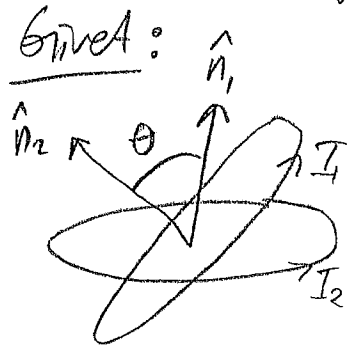
$$\Rightarrow \Phi = \text{~~Max } \Phi_B \sin(2\pi f \cdot t)~~ \Rightarrow \text{Max } \Phi_B = B A \sin(2\pi f \cdot t)$$

$$U = N \frac{d\Phi}{dt} = N A B \cdot 2\pi f \cos(2\pi f t) \Rightarrow U_{\text{max}} = N A B 2\pi f = 3V$$

$$\Rightarrow N = \frac{3V}{A B 2\pi f} \approx 159 \text{ varv SVAR}$$

I0203 05-2

Tröghetsnavigering



Ändring av M med $\frac{1}{10000}$

$$\theta_{före} = \{45^\circ, 0^\circ\}$$

Sökt: Vridningen ($\theta_{efter} - \theta_{före}$) om $\theta_{före} = \{45^\circ, 0^\circ\}$
då M ändras med $\frac{1}{10000}$

Lösning

M - ömsesidig induktans: $M = \frac{N_1 \Phi_{12}}{I_2} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1}$

kan ihåg Φ magnetiska flödet

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos \theta$$

$$\Rightarrow \frac{M_{före}}{M_{efter}} = \frac{\cos(\theta_{före})}{\cos(\theta_{efter})}$$

Om M ändras med $\frac{1}{10000} \Rightarrow M_{efter} = \left(1 - \frac{1}{10000}\right) M_{före}$
antag minskar

$$\frac{M_{före}}{M_{efter}} = \frac{M_{före}}{\frac{9999}{10000} M_{före}} = \frac{\cos(\theta_{före})}{\cos(\theta_{efter})}$$

$$\Rightarrow \frac{10000}{9999} = \frac{\cos(\theta_{före})}{\cos(\theta_{efter})} \Rightarrow \theta_{efter} = \cos^{-1} \left(\frac{\cos(\theta_{före})}{\frac{10000}{9999}} \right)$$

$$\frac{10000}{9999} \approx 45^\circ$$

$$\theta_{\text{after}} = \cos^{-1}\left(\frac{\cos(45^\circ)}{\frac{10000}{9999}}\right) \approx 45,006^\circ$$

Veränderungen $\Delta\theta = \theta_{\text{after}} - \theta_{\text{before}} = 0,006^\circ$

$$\frac{0^\circ}{9999}$$

$$\theta_{\text{after}} = \cos^{-1}\left(\frac{\cos 0^\circ}{\frac{10000}{9999}}\right) \approx 0,81^\circ$$

Veränderungen $\Delta\theta = 0,81^\circ$

1030113

Magnet bromsar

Slut: Varför är dessa bromsar lösningarna?

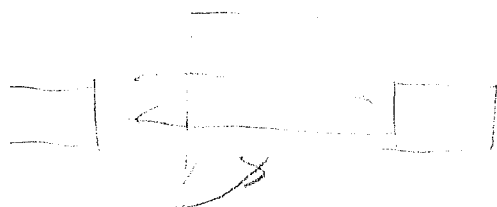
Lösning

Hjulet slutar att rulla:

- spolen står stilla

↳ ingen ström (magnetiska flödet ändrar sig ej)

↓
inget magnet fält
sån kan bromsa
hjulet



lösning
är motorbroms
magnet fält

Ljusledare – IMT 2000-01-11 uppgift 5**Tema:** Instrumentpaneler till tyngre fordon

I bland använder man små plastdetaljer för att leda ljus från ljuskälla till det ställe som ska belysas. Hur högt måste brytningsindex vara för att ljuset ska ledas utan förluster i en cylindrisk ljusledare, med diameter 1.8mm som belyses i ena kortändan av en lysdiod som sänder ut halv konvinkel 20° . Ändytan på cylinder är sfäriskt konkav med krökningscentrum i ljuspunkten.

**Ögonmodell – F 2003-03-06 uppgift 4****Tema:** Kirurghjälpmedel

I en enkel ögonmodell (som är förvånansvärt korrekt) modellerar man ögat som en kula av vatten med brytningsindex 1.3306. Pupillen ligger på ena sidan av kulan och där buktar den ut så att krökningsradien blir 5.1 mm och näthinnan ligger på den motsatta sidan 22 mm därifrån. Vilket objektsavstånd avbildas skarpt på näthinnan?

(Patienten är lite felsynt)

Växthusbelysning – MBDTI 2010-05-29 uppgift A1**Tema:** Växthus

Belysningen utformas för att så mycket som möjligt likna solljus. Ofta används gasurladdningslampor vars lysande yta är (ser ut som) en kvadrat med sidan 12 mm. Denna yta avbildas sedan mot marken med en lins. Antag att lamporna sitter på 2.20 m höjd (= avstånd lins-mark) och ska sitta i rader och kolumner med 1.8 m mellanrum. Vilken fokallängd ska linsen ha för att de belysta fläckarna inte ska överlappa och inte ha några mörka avsnitt mellan sig?

Triangulering – IMT 2002-03-05 uppgift 4

Tema: Teknologiska hjälpmedel för tankrederier

Vid angöring i hamn (dvs när fartyget lägger till) använder man laseravståndsmätare för att mäta avståndet till kajkant under de sista metrarna. Därvid belyser man en fläck på kajkanten, med en stråle som går rakt (=vinkelrätt) ut från skrovets sida. Den belysta fläcken betraktas sedan av en sorts TV-kamera belägen 10 cm vid sidan av laserstrålen. Denna har en lins med $f = 10$ mm. TV-kameran tittarrakt ut från skrovet, dvs dess symmetriaxel är parallell med laserstrålen.

Plotta (=graderade axlar) hur bilden av laserpunkten flyttar sig på TV-kamerans ljuskänsliga yta som funktion skrovets avstånd till kajkanten för avstånd från 3 m ner till 3 dm

Dispersion – FCL 2008-06-02 uppgift B2

Tema: Alhazen

Han lägger också grunden till färgläran genom att dela upp vitt ljus i sina våglängdskomponenter. För att göra detta använder han prismor där glaset har olika brytningsindex för olika våglängder. Detta fenomen kallas dispersion och beskrivs numera ofta av den relativa dispersionen

$$RD \equiv \frac{n_{\text{blå}} - n_{\text{röd}}}{n_{\text{grön}} - 1}.$$

Visa att för en planokvex lins med styrkan P gäller att

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{\text{blå}} - P_{\text{röd}}}{P_{\text{grön}}} = RD.$$

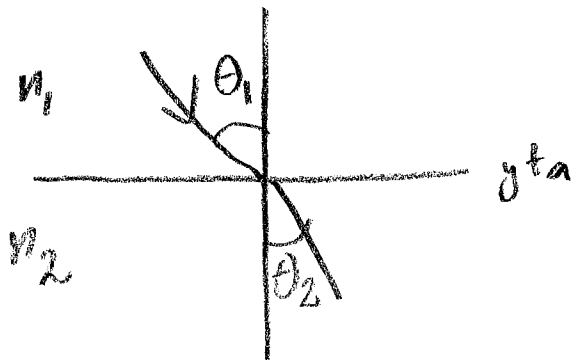
Formelblad 6

• Brytningsindex $n = \frac{c}{v} = \frac{\text{ljushastighet i vakuum}}{\text{ljushastighet i material}}$

• Våglängd $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$, λ_0 våglängd i vakuum.

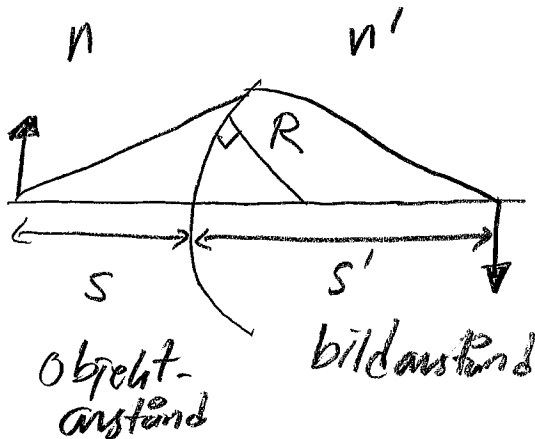
• frekvens $f = \frac{c}{\lambda_0}$ oberoende av medium

• Snells lag: $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$



Totalreflektion då
 $\sin \theta_1 \geq \frac{n_2}{n_1}$ 100%

• Linsmakerformeln (avbildning i starka gta)



$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} = P$$

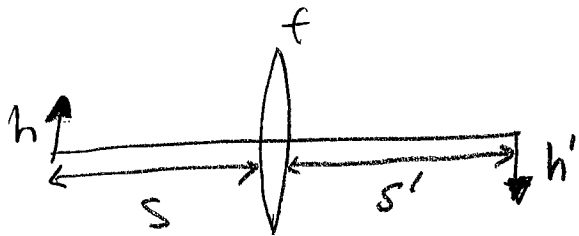
↑
Styrka

(Reella bilder/objekt +)
 (Virtuella bilder/objekt -)

$R > 0$ om KC i BR
 Teckenkonvention

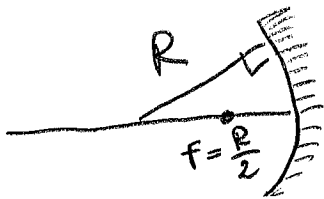
[Faint handwritten notes and diagrams at the bottom right of the page, including a lens diagram and some equations.]

• Linsformeln (avbildning i tunn lins)



($s' > 0$ Bild i BR)
($s' \leq 0$ Bild i OR)

• Stjärnsk spegel



fokl till stjärnsk spegel är
 $f = \frac{R}{2}$ halva krökningsradien.

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

f-fokallängd

$$\text{Förlöring } M = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$$

(- förlvänd bild)
(+ rättvänd bild)

Givet: cylindriska ljusledare

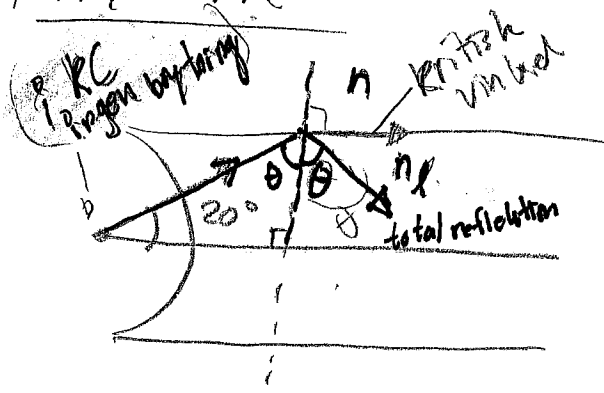
- diameter 1,8 mm
- lysdiöd halv konvinkel 20°
- största konkanv strålkä

Sökt: Beräkna brytningsindex

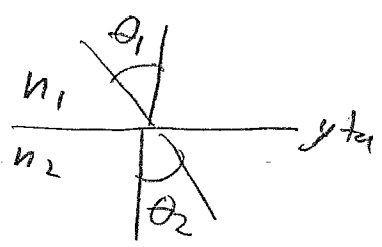
Lösning:

Finn kritiska vinkeln för TIR och därmed lägsta brytningsindex för ledaren.

Rita bild



Snells lag



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Totalreflektion: $\sin \theta_1 \geq \frac{n_2}{n_1}$

$$\theta = 180^\circ - 20^\circ - 90^\circ = 70^\circ$$

$$n_1 \sin 70^\circ = n \sin 90^\circ \Rightarrow n_l = \frac{n}{\sin 70^\circ} \approx 1,06$$

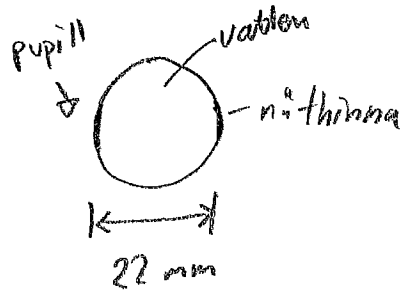
↑
kritisk vinkel

↑
precis TIR

SVAR: lägsta värdet på brytningsindex är 1,06 för $\theta_{infallande} = 70^\circ = \theta_1$

Givet: $n = 1,3306$

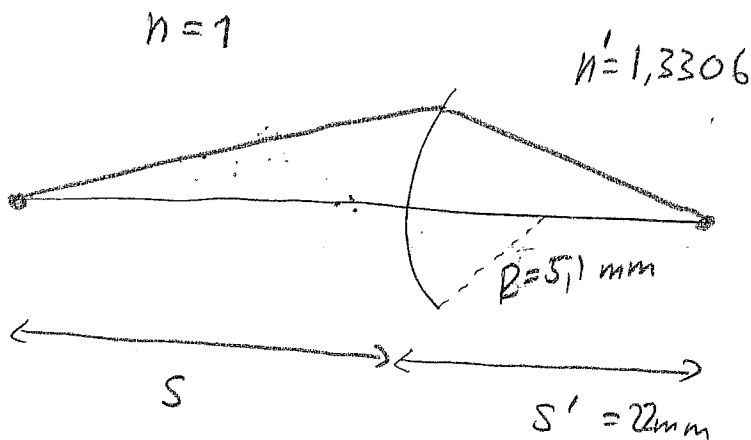
Krökningsradion $5,1 \text{ mm}$



$\left. \begin{matrix} \text{öga} = \text{hornhinna} + \text{lins} \end{matrix} \right\}$

Sökt: objektavstånd ?

Lösning



LinsMaker formeln

"av bildning i sfäriska ytor"

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R}$$

$$s' = 22 \text{ mm}$$

$$R = 5,1 \text{ mm}$$

$$n' = 1,3306$$

$$n = 1$$

$$\left. \begin{matrix} s' = 22 \text{ mm} \\ R = 5,1 \text{ mm} \\ n' = 1,3306 \\ n = 1 \end{matrix} \right\} \frac{1}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{R} \Rightarrow s = \frac{1}{\frac{n' - n}{R} - \frac{n'}{s'}} =$$

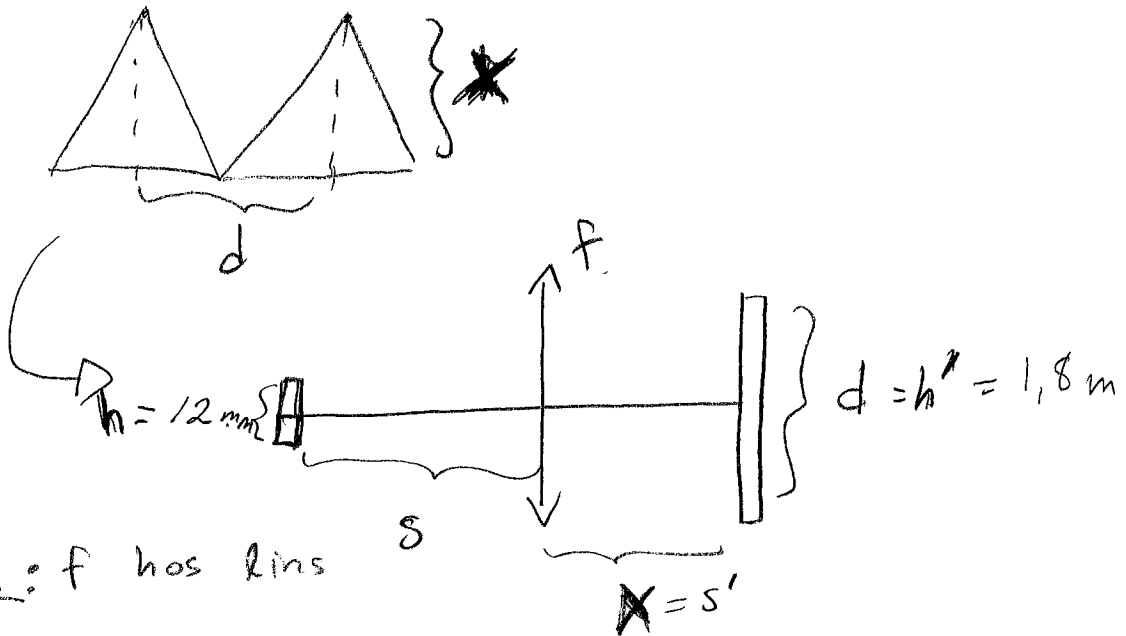
$$= \frac{1}{\frac{1,3306 - 1}{5,1 \text{ mm}} - \frac{1,3306}{22 \text{ mm}}} \approx 230 \text{ mm}$$

objektavstånd

Givet: Lysande yta $12 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$

~~$x = 2,20 \text{ m}$~~

$d = 1,8 \text{ m}$



Sökes: f hos lens

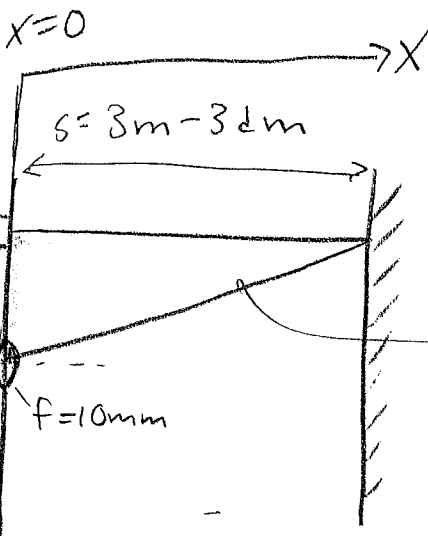
Lösning: $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

$M = \frac{h'}{h} = \frac{s'}{s} = \frac{1,8 \text{ m}}{12 \text{ mm}} = 150 \Rightarrow s = \frac{s'}{150}$

$\Rightarrow \frac{150}{s'} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{151}{s'} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow f = \frac{s'}{151} = \frac{220 \text{ mm}}{151}$

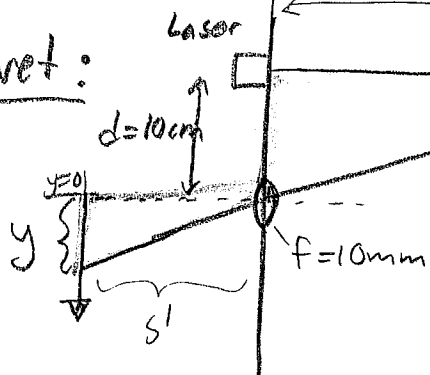
$\Rightarrow f \approx \frac{12,16 \text{ mm}}{151} \approx 15 \text{ mm}$

I020305-4



Triangelning

Givet:



Triangelning

Sökt: Plotta hur bilden rör sig

Bildavståndet (1) Rita upp triangelarna, $\left(\frac{y}{s'} = \frac{d}{s}\right)$

3 m

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3\text{m}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,01} \Rightarrow s' \approx 0,01003\text{ m}$$

$\Rightarrow s' = ?$
 (2) Vad skall s' vara?

3 dm

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{3\text{dm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{0,01} \Rightarrow s' \approx 0,0103\text{ m}$$

s' är väldigt lika i de två fallen / gränsvärderna

så H $s' = f$ (antag)

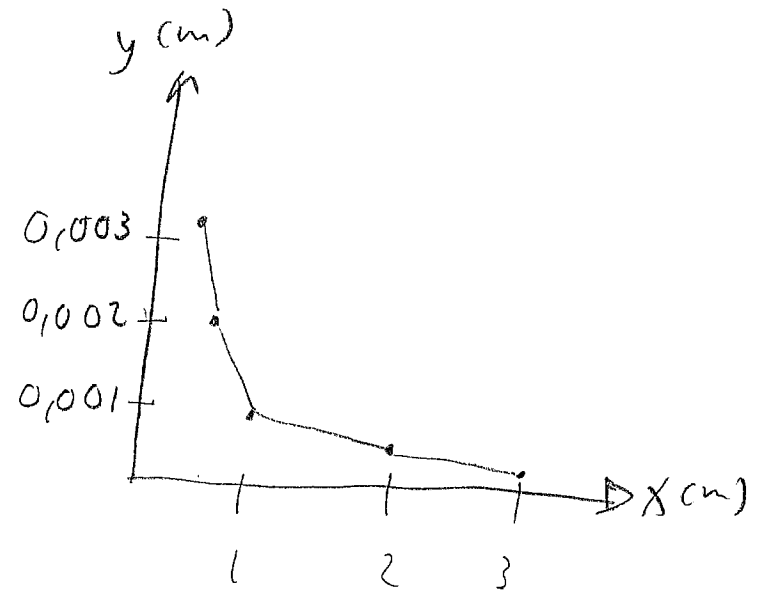
Hur förhåller sig y -bildpositionen?

$$\text{Likformiga triangler: } \frac{y}{s'} = \frac{y}{f} = \frac{d}{s} \Rightarrow y = \frac{d \cdot f}{s} = \frac{0,1 \cdot 0,01}{s}$$

\uparrow
 enligt antagande

1020305-7

$Y (m)$	$X (m)$
0,0033	0,3
0,002	0,5
0,001	1
$5 \cdot 10^{-4}$	2
$3,3 \cdot 10^{-4}$	3



Formel: $RD = \frac{n_{\text{blå}} - n_{\text{röd}}}{n_{\text{grön}} - 1}$

Sökt: Visa att för en planokonvex lins med styrkan P gäller att

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{P_{\text{blå}} - P_{\text{röd}}}{P_{\text{grön}}} = RD$$

Lösning:

blå 450 — grön 550 — röd 700

Styrkan $P = \frac{1}{f}$ för en planokonvex lins

är (planokonvex - en radie är ∞)

$$P = (n-1) \left(\frac{1}{R} \right) = \frac{n-1}{R} \quad (\text{från linsmakerformeln})$$

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{\frac{n_{\text{blå}} - 1}{R} - \frac{n_{\text{röd}} - 1}{R}}{\frac{n_{\text{grön}} - 1}{R}} = \frac{n_{\text{blå}} - n_{\text{röd}} - \cancel{1+1}}{n_{\text{grön}} - 1} = \frac{n_{\text{blå}} - n_{\text{röd}} - RD}{n_{\text{grön}} - 1} = RD$$

V. S. V.

Mikroskop – BD 2009-05-27 uppgift A4

Tema: Mineralogiska undersökningsinstrument

Ett mikroskop är ju standard som metod att optiskt inspektera ett mineral. Antag att man vill att objektivförstoringen ska vara 8 ggr, och att både objektivet och okularet har en fokallängd på 20 mm. Hur stort blir avståndet mellan objekt (inte objektiv) och okular?

Ugnskikare – IMT 2002-04-12 uppgift 1

Tema: Restauranter och restaurantkök

I restauranter med gammaldags stenugn behöver man ofta kunna se en bra bit in i ugnen, med förstoring. Därför finns ugnskikare att köpa. Dessa är avsedda för objektsavstånd på ca 1 m, har ett objektiv med fokallängd 100 mm och ett okular med fokallängd 25 mm. Avståndet mellan är valt så att slutbilden hamnar i oändligheten. Vilken blir vinkelförstoringen?

(OBS att den färdiga formeln i boken gäller oändligt objektsavstånd)

Ljusbom 2 – FCL 2009-05-18 uppgift B2

Tema: Arbetsplatssäkerhet

För att förhindra klämolyckor vid maskiner med många rörliga delar har man ofta ljusbommar bestående av en laserstråle med ställbar diameter. Laserstrålen är från början parallell (kollimerad) och ska vara det efter passage av systemet också.

Systemet består av 2 st $f = 20$ mm linser som kan placeras allt från $d = 20$ mm ifrån varandra till tätt intill varandra, $d = 0$ mm, följt av en lins med $f = 200$ mm. Avståndet till sista linsen ($f = 200$ mm) ändras så att systemet hela tiden är afokalt. Plotta linssystemets förstoring av laserstrålen som funktion av d (graderade axlar).

Kirurgmikroskop – F 2003-03-06 uppgift 1**Tema:** Kirurghjälpmedel

Vid detaljkirurgi har kirurgen numera alltid ett slags kikarmikroskop på sig, bestående av en 50 mm-lins närmast offret (patienten) och en -15 mm omedelbart framför doktorsögat.

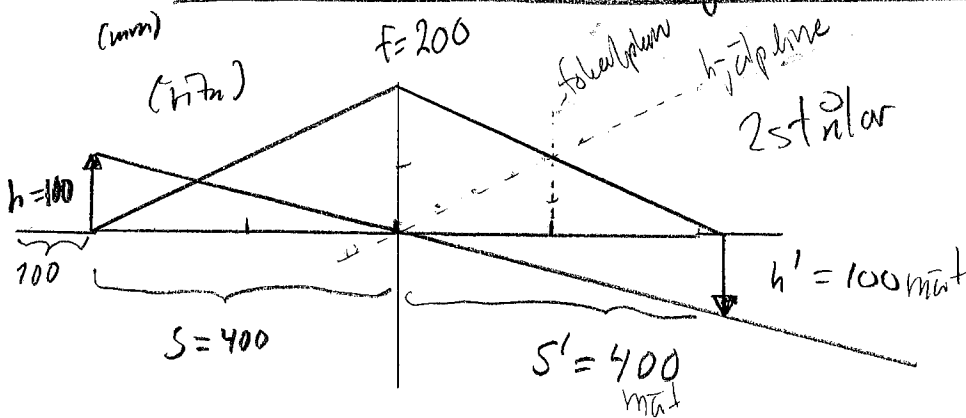
Avståndet patient till 50 mm-lins kan sättas till 400 mm (fixt) och den negativa linsen placeras så att bilden hamnar på samma ställe som objektet (för att doktors avståndskänsla ska bli rätt).

Hur långt ska det vara mellan linserna?

(Detta är delvis en övning i minustecken, tänk på det!)

Formelblad 7

Linsformeln, avbildning i tunn lins



linjal mät
optisk axel 1 m
lins 40 cm hög

Ordning: 1) OX 2) ~~lins~~ 3) ~~objekt~~ 4) ~~avstånd s~~ 5) ställgönger 6) avstånd s'

mät
avstånd s'
mät och
höjd h

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

2 linsar d avstånd mellan dem

$$\frac{1}{f_{sys}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

Förstoring

$$M = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$$

(= betyder bild uppkom med jämfört med objekt)
(+ betyder samma riktning som objekt)

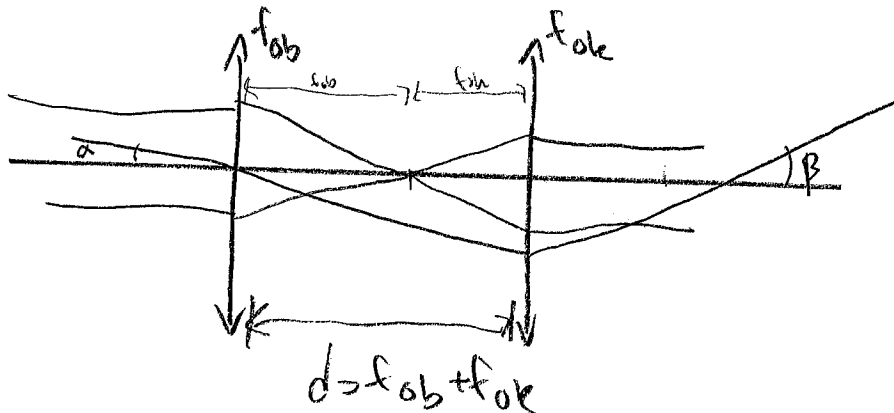
Teckenkonvention

$s' > 0 \Leftrightarrow$ reell bild (bildan i bildrymden)

$s' \leq 0 \Leftrightarrow$ virtuell bild (bildan i objektrymden)

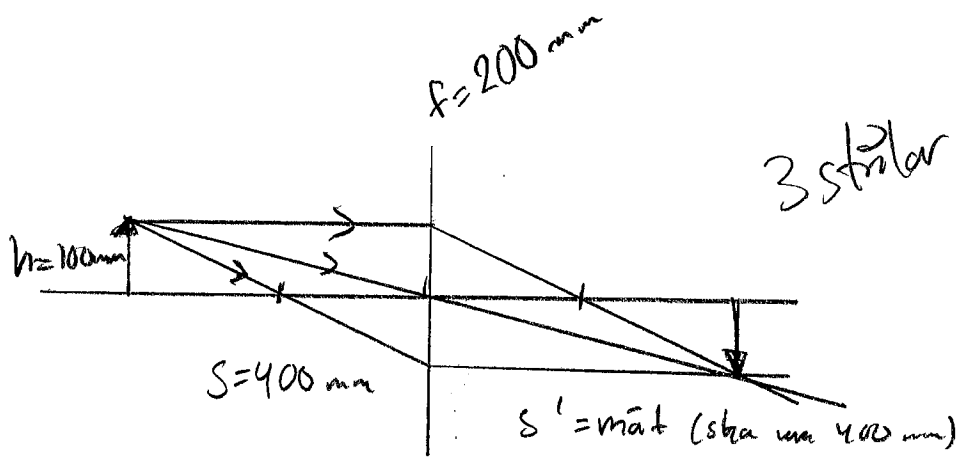
Teleskop

"objekt i ∞ ger bild i ∞ "



Vinkelförstoring

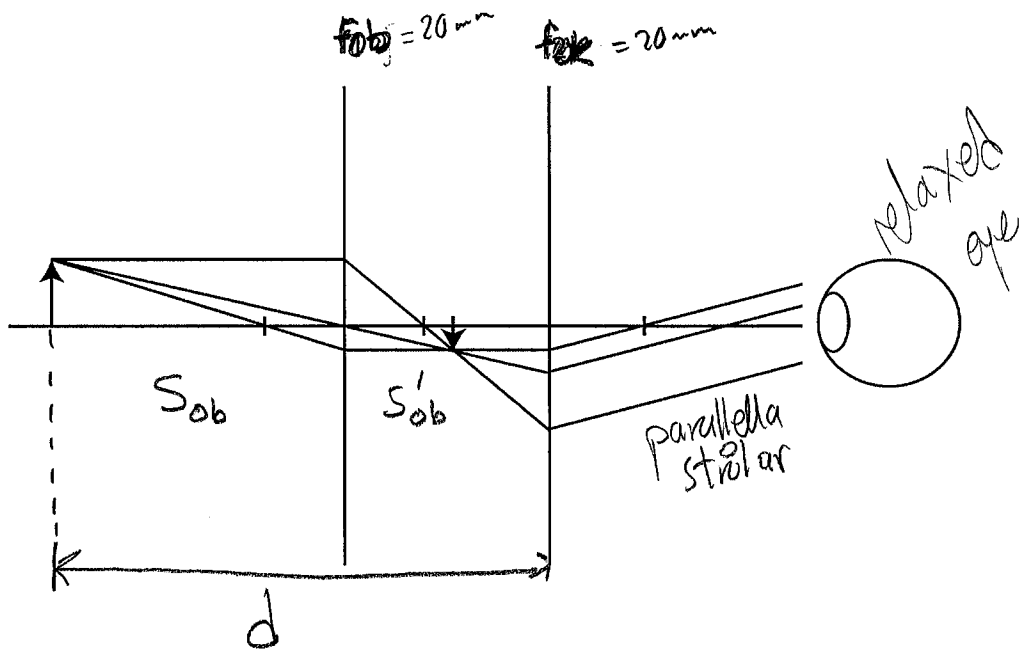
$$M = \frac{-\beta}{\alpha} = -\frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$



Mikroskop

Givet: objektivförstärning 8ggr, $f_{ob} = f_{ok} = 20 \text{ mm}$

Sökt: Avstånd mellan objekt och okulär?
 d



Vår hamnar mellanbilden om vi vill ha parallella strålar ut?

Mellanbilden ska vara i fokus till okuläret.
nekl

$$d = f_{ok} + s'_{ob} + s_{ob}$$

Förstärningen objektiv:

$$|M| = 8 = \frac{s'_{ob}}{s_{ob}} \Rightarrow s'_{ob} = 8 s_{ob}$$

Linstformel:

$$\frac{1}{s_{ob}} + \frac{1}{8s_{ob}} = \frac{1}{f_{ob}} \Rightarrow s_{ob} = \frac{9}{8} f_{ob}$$

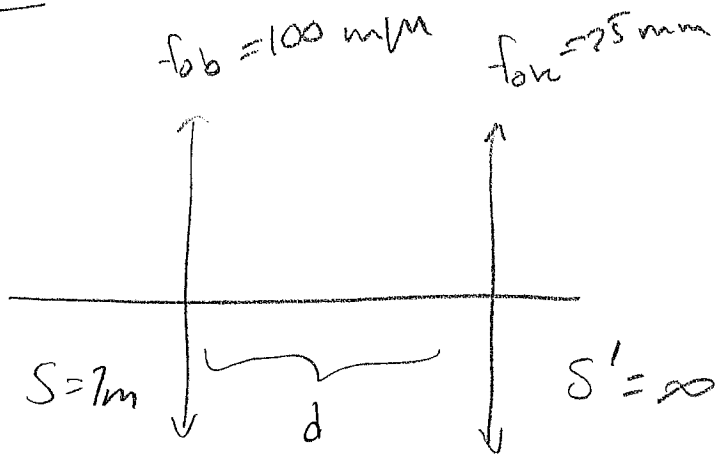
$$d = f_{ok} + \frac{9}{8} f_{ob} + 9 f_{ob} \approx 223 \text{ mm}$$

SVAR

I02014/2-1

Ungskilare

Givet:



Sök: Vinkel förstärken

Lösning:

Var kommer bilden till objektivet?

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{100 \text{ mm}} = \frac{1}{1 \text{ m}} + \frac{1}{s'} \Rightarrow s' = \frac{1}{9} \text{ m}$$

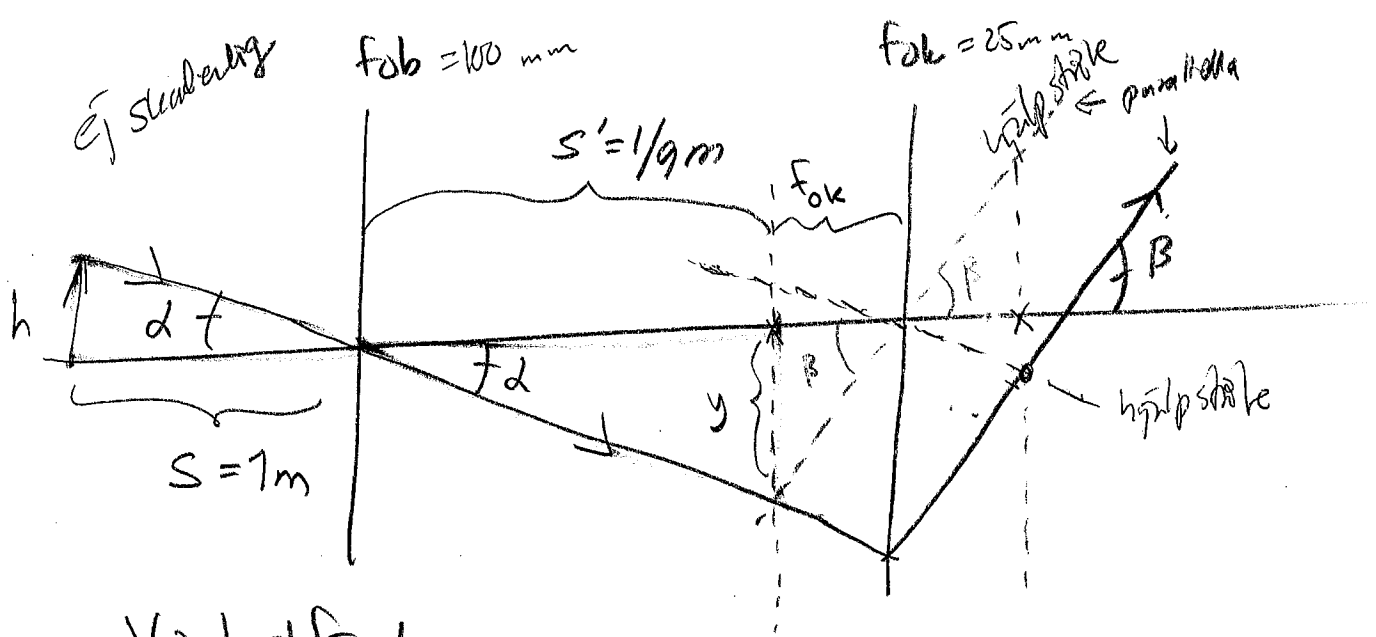
Var ska objektavståndet vara till okularet om $s' = \infty$?

$$\frac{1}{25 \text{ mm}} = \frac{1}{s} + \frac{1}{\infty} \Rightarrow s = 25 \text{ mm}$$

Avståndet mellan linserna blir d

$$d = 25 \text{ mm} + \frac{1}{9} \text{ m} \approx 136,1 \text{ mm}$$

✓
mår du bra
→



Vinkelförstärkung

$$|M| = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$\alpha = \frac{h}{S}, \quad \beta = \frac{y}{f_{ok}}$$

Likförmiga bärande

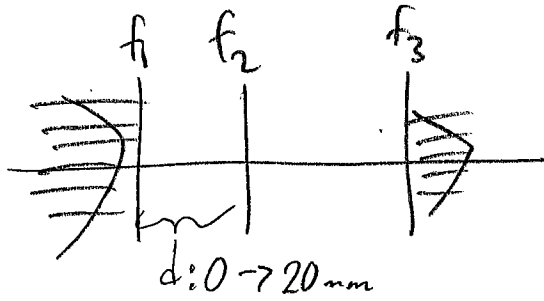
$$\frac{h}{S} = \frac{y}{s'} \Rightarrow y = \frac{h \cdot s'}{S}$$

$$\Rightarrow |M| = \frac{\frac{y}{f_{ok}}}{\frac{h}{S}} = \frac{y \cdot S}{f_{ok} \cdot h} = \frac{h \cdot s' \cdot S}{f_{ok} \cdot h \cdot S} = \frac{s'}{f_{ok}}$$

$$= \frac{1/9 \text{ m}}{25 \text{ mm}} \approx 4,4 \text{ ggr}$$

Ljusbarn

linjet



$$f_1 = 20 \text{ mm} = f_2$$

$$f_3 = 200 \text{ mm}$$

atolekelt!

Sökt: Plotta linssystemets förstoring som funktion av d

Lösning:

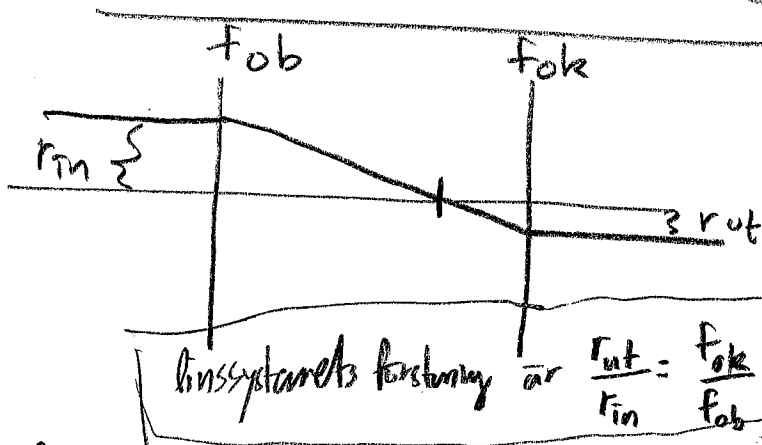
Linssystemets förstoring = radion på kuserstrålen
(argumentera)

Arg. ang definierat det så

För atolekta system gäller

$$|M| = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{f_{ob}}{f_{ok}}$$

⇒ För oss blir det så:



radie hos kuserstrålen

likformiga triangel

~~linssystemets förstoring~~

~~$|M| = \frac{r_{out}}{r_{in}} = \frac{f_{ok}}{f_{ob}}$~~

Vad är f_{ob} och f_{ok} i vårt syst.

Har man två linser separerade
med avståndet d så får vi systembäcklängden

$$\frac{1}{f_{\text{sys}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

I vårt fall är $f_{ob} = f_{\text{sys}}$

$$\Rightarrow \frac{1}{f_{ob}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

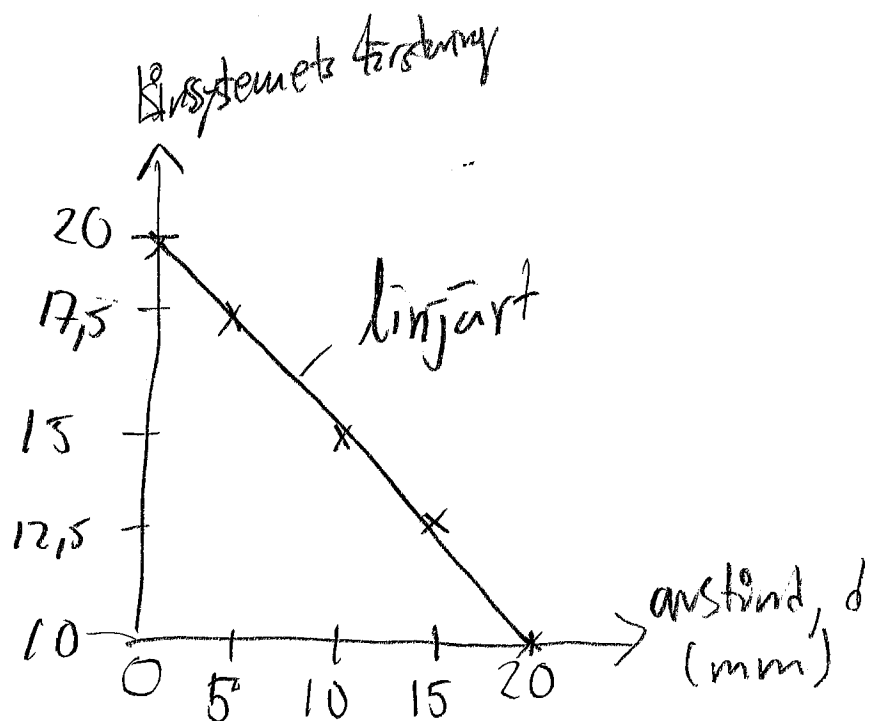
$$\Leftrightarrow f_{ob} = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}$$

Insättning ~~ger~~ ger:

Linssystemets förstoring $\frac{f_{ut}}{f_{in}} = \frac{f_{ok}}{f_{ob}} = \frac{f_3}{\frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - d}} = \left\{ \begin{matrix} \text{givet} \\ \text{in} \\ f_1 = f_2 \end{matrix} \right\} = \frac{f_3 (2f_1 - d)}{f_1^2}$ linjärt!

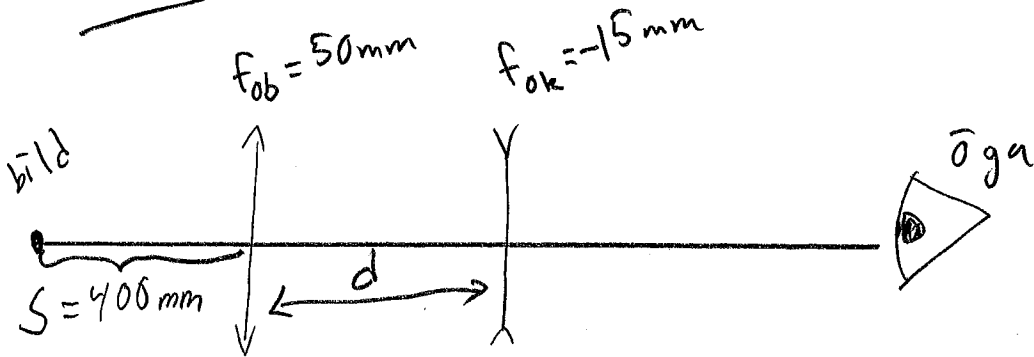
Plotta

Linssystemets förstoring $\frac{f_{ut}}{f_{in}}$	d (mm)
20 ggr	0
17,5	5
15	10
12,5	15
10	20



Kirurgmikroskop

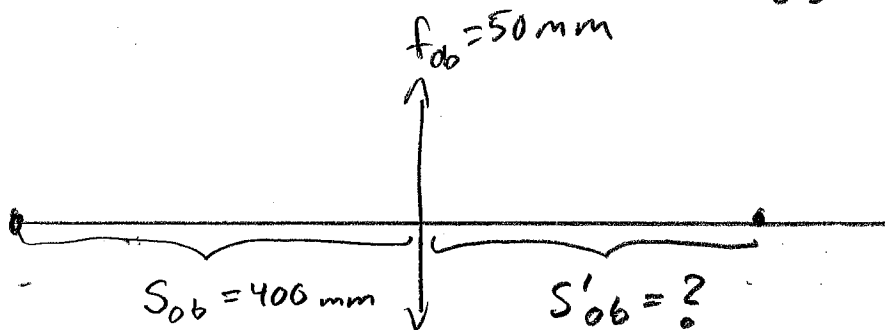
Givet:



Sökt: d

Lösning:

Var hamnar bilden till objektivet?
 f_{ob}

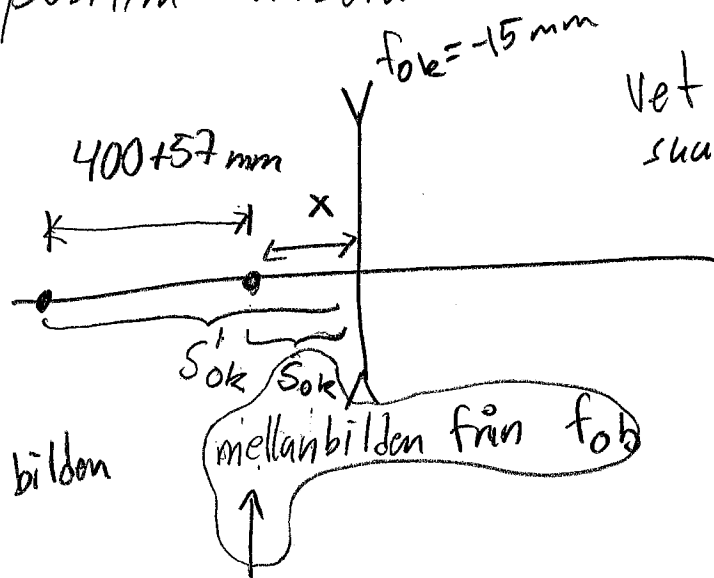


Linsformeln

$$\frac{1}{s_{ob}} + \frac{1}{s'_{ob}} = \frac{1}{f_{ob}} \Rightarrow \frac{1}{400 \text{ mm}} + \frac{1}{s'_{ob}} = \frac{1}{50 \text{ mm}} \Rightarrow \underline{\underline{s'_{ob} \approx 57 \text{ mm}}}$$

Bildavstånd till objektivet är 57 mm

Vill att bilden till den negativa linsen
sammansfaller med objektet till den
positiva linsen.

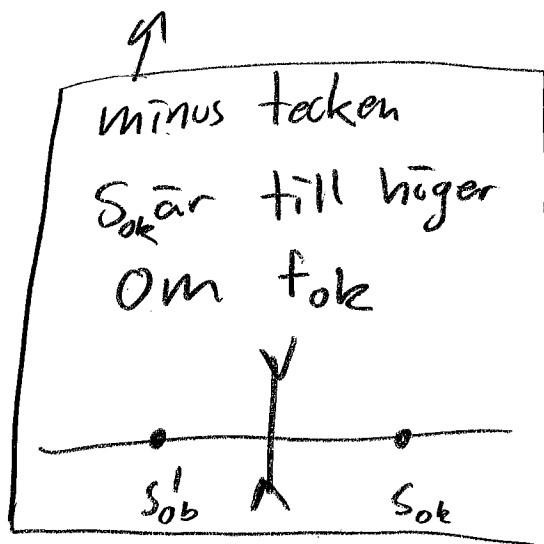


Vet inte hur f_{ok}
skall placeras ut?
men det kommer
vi räkna ut.

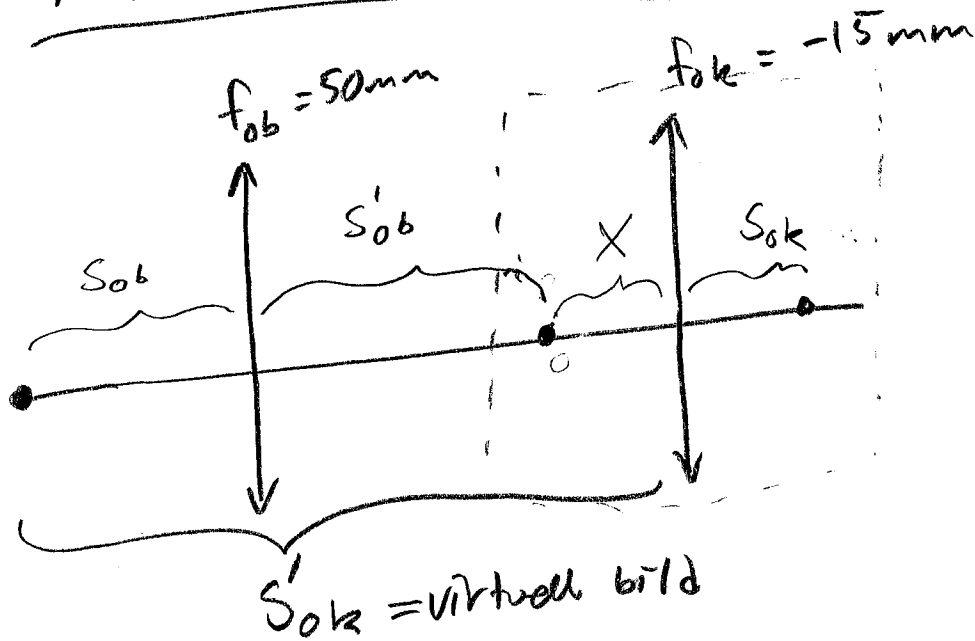
$$\frac{1}{S_{ok}} + \frac{1}{S'_{ok}} = \frac{1}{f_{ok}} \Rightarrow \frac{1}{X} - \frac{1}{457+X} = \frac{1}{-15}$$

$$\Rightarrow X^2 + 457X = -15 \cdot 457 = -6855$$

$$\Rightarrow X = \begin{cases} X_1 \approx -15,5 \text{ mm} \\ X_2 \approx -441,5 \text{ mm} \end{cases}$$



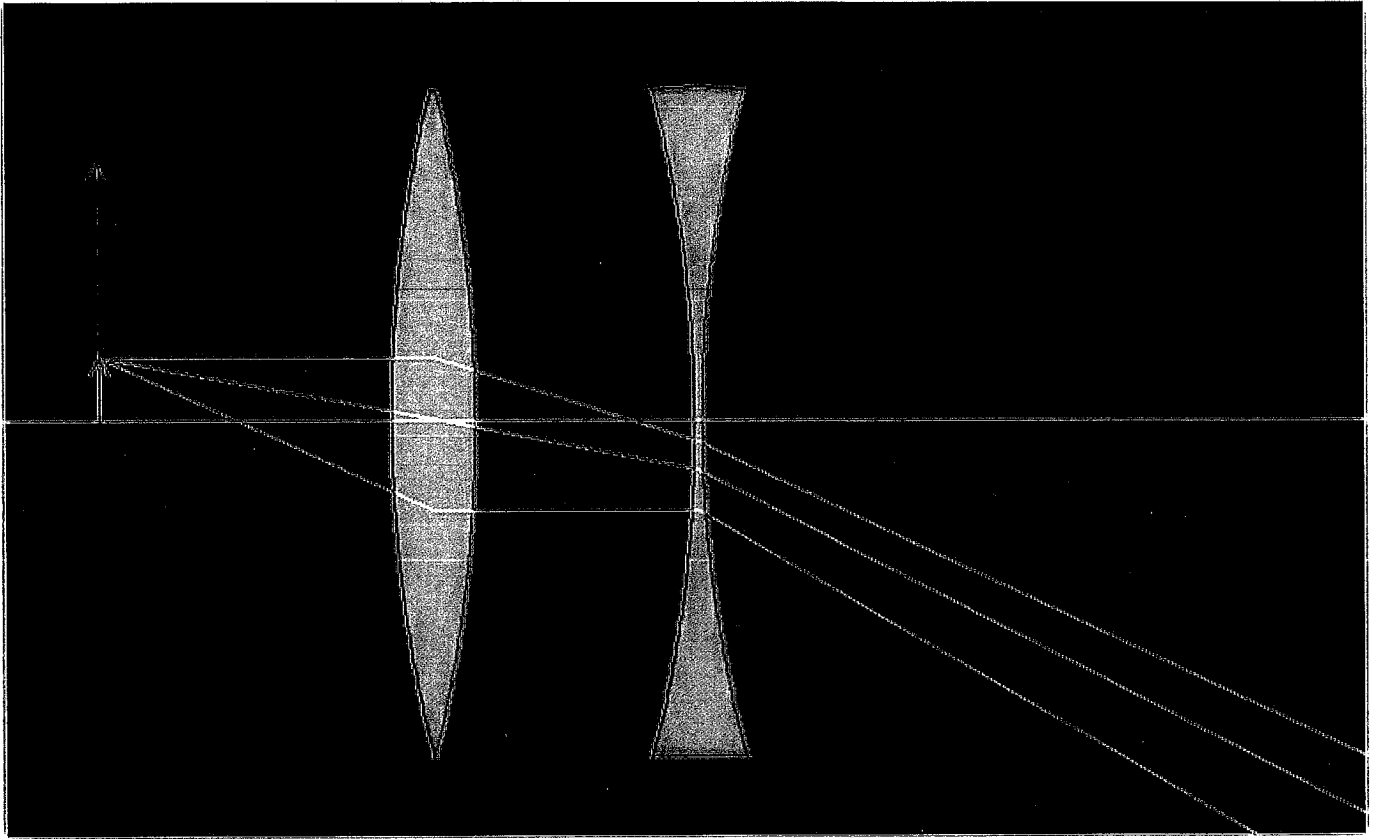
Avstandet ↓ mellem linserna?



$$\Rightarrow d = s'_{ob} + X_1 = 57 \text{ mm} - 15,5 \text{ mm} = \underline{\underline{41,5 \text{ mm}}}$$

SVAR

X_2 kan det
ej vara ty
de negativt d !



Luftspalt – IMT 2001-10-26 uppgift 4**Tema:** Skarvning av optiska fibrer

En liten luftspalt inne i svetsfogen är katastrofal eftersom den fungerar som en spegel. Vilka våglängder reflekteras starkast om luftspaltens tjocklek är 400 nm. Fiberns brytningsindex är 1.52.

Rälssmörjning – IMTP 2006-10-26 uppgift 5**Tema:** Tåg och säkerhet

För att minska slitaget på räls och hjul smörjer man bådadera. Blir det för lite olja "skriker" hjulen. (Vem har inte hört det i tunnelbanan?) och blir det för mycket slirar hjulen. Den är alltså viktigt att kunna hålla kontroll på filmen av smörjmedel. Detta skulle man kunna göra genom att använda tunnskiktsinterferens i filmen. Underlaget är metall, med en reflektans på 60% och filmens ovansida har en reflektans på 10%. Vilken modulation definierad som

$$m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

får man i interferensmönstret? Bortse från multipelreflexer.

Vinkel-AR – MTI 2003-08-29 uppgift 4**Tema:** Plasma-TV

I synnerhet för åskådare som sitter snett i förhållande till bildytan kan reflexer vara ett problem. Av denna anledning gör man ofta en AR-behandling som är optimerad för exempelvis 45 graders betraktningvinkel i stället för 0 grader.

Vilken reflektans får man i noll grader för 550 nm våglängd med ett skikt som har brytningsindex 1.35 på ett substrat som har $n = 1.72$.

Reflektansen för en (1) ensam gränsyta ges av

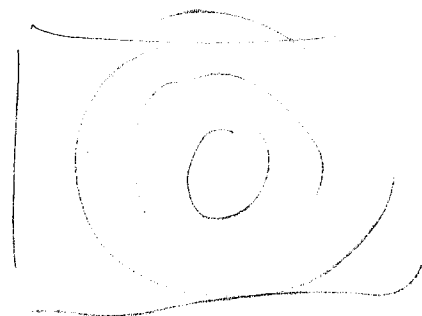
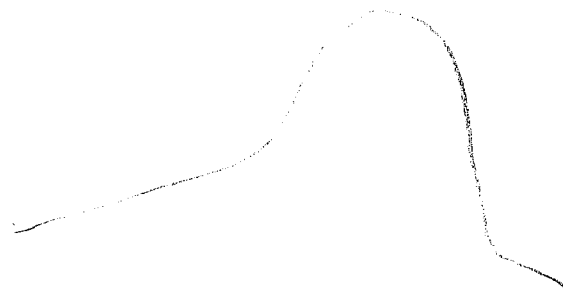
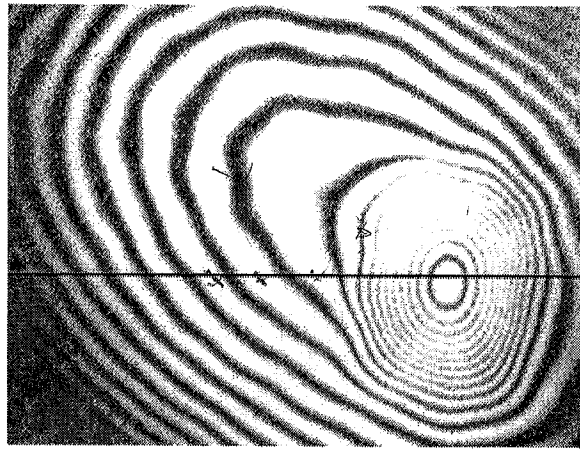
$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Börja med att räkna ut hur tjock skiktet ska vara.

Deformation – ILMP 2005-01-11 uppgift 5

Tema: Industriell positionering

Till höger ser du ett mönster från en Michelsoninterferometer med våglängd 633 nm. Mönstret kommer sig av att ena spegeln är deformerad. Rita ett diagram med graderade axlar över höjdvariationerna i spegeln utefter den svarta linjen.



H
I

Formler övn 8

Interferens

• Optisk väg (optical path length)

$$OPL = nX$$

↑ ↑ sträckan ljuset
fördas

brytningsindex för mediet
i vilket ljuset färdas

• Faskillnad

— Ett mått på den relativa faskilningen
för ljus med samma ursprung.

$$\Delta \phi = \frac{2\pi \Delta OPL}{\lambda}$$

↑
phr

↑ (i kursboken bara ϕ)

optisk vägskillnad

• Maximal konstruktiv interferens inträffar då

$$\Delta OPL = m\lambda \quad \text{eller} \quad d \sin \theta = m\lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$(i \text{ kursboken } \Delta OPL = d \sin \theta)$$

maxim
= OPD

• Maximal destruktiv interferens inträffar då

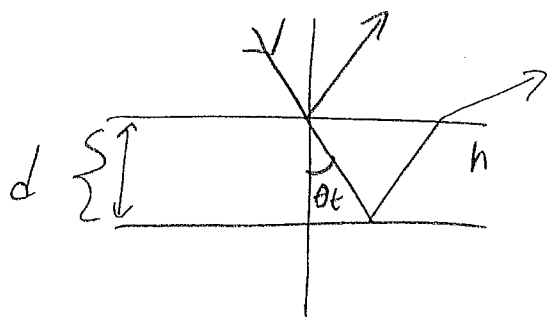
$$\Delta OPL = (m + \frac{1}{2})\lambda \quad \text{eller} \quad d \sin \theta = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

• Tunat skikt, tjocklek d och brytningsindex n
ger optisk vägskillnad

$$\Delta OPL = 2nd \cos(\theta_t) + \begin{cases} \lambda/2 & \text{om en av reflektionerna} \\ & \text{är mot tätare medium} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

mellem ljus som reflekteras från den första och
andra ytan, θ_t transmissionsvinkeln



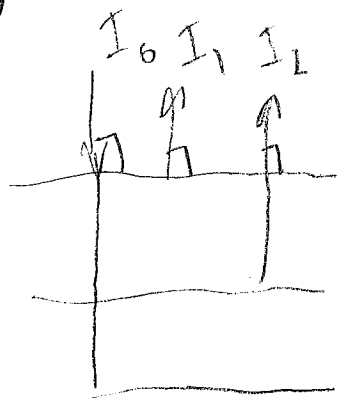
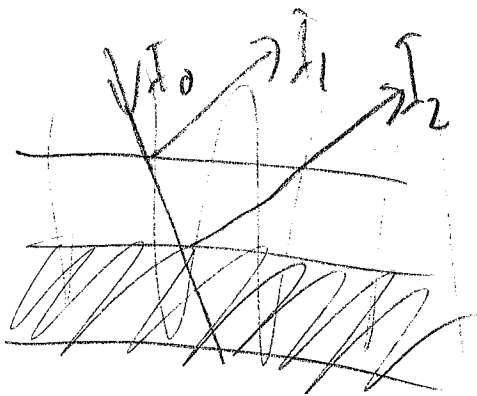
• Vinkelrett reflektion i gränssyta ger en reflektivitet

$$R = \frac{I_R}{I_i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

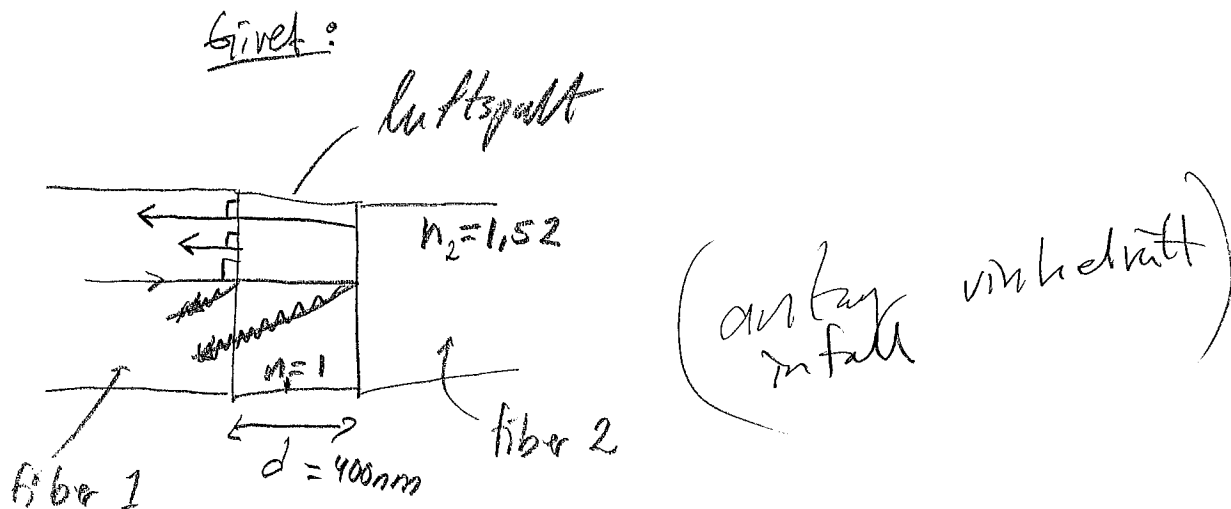
n_2, n_1 brytningsindex för de två medl.

Intensiteten hos två interfererande strålar

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$$



I 011026-4



Sökt: Vilka våglängder reflekteras starkast?

Lösning:

$\vec{E} \perp n$
mot tätare medium ($n < 1,52$)

$$\Delta OPL = 2nd \cos(\theta_t) + \lambda/2$$

ΔOPL är det optiska vägskillnaden vid reflektion i tunt skikt.

Maximal konstruktiv interferens vill vi ha för att få den starkaste reflektionen.

$$\Rightarrow \Delta OPL = m\lambda$$

$$\Rightarrow m\lambda = 2nd \cos(\theta_t) + \lambda/2$$

1 för vrt antagande var vinkelrätt

~~...~~

$$m\lambda = 2nd + \lambda/2$$

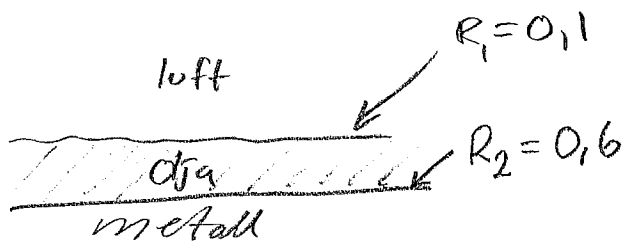
$$\Leftrightarrow \lambda(m - \frac{1}{2}) = 2nd$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{2nd}{m - 1/2} = \left\{ \text{insättning} \right\} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 400 \text{ nm}}{m - 1/2}$$

- $\lambda_1 = 1600 \text{ nm}$
- $\lambda_2 = 533 \text{ nm}$
- $\lambda_3 = 320 \text{ nm}$
- λ_4
- \vdots
- $\uparrow \uparrow$

I061026-5

Givet:

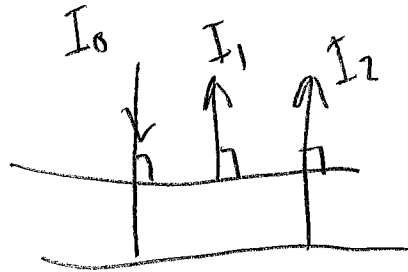
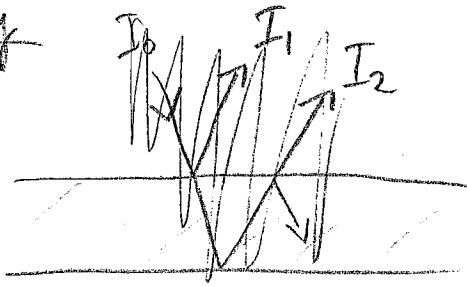


Sökt: $m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$ ← kontrast

1 = bra
0 = dåligt

Beräkna I_{\max} & I_{\min}

Lösning



Vad är I_1 & I_2 ?

Vi vill veta I_1 & I_2 så vi kan använda

"Intensiteten hos två interfererande strålar"

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$$

där I_{\max} är I för konstruktiv interferens

I_{\min} är I för destruktiv interferens

1061060

$$I_1 = R_1 \cdot I_0$$

$$I_2 = \underbrace{(I_0 - I_1)}_{\text{transmitteras genom öföa}} \cdot R_2 \cdot \underbrace{(1 - R_1)}_{\text{reflekteras tillbaka}} = (I_0 R_2 - R_1 \cdot I_0 R_2) \cdot (1 - R_1) =$$

$$= (1 - R_1) \cdot R_2 \cdot (1 - R_1) I_0 = R_2' \cdot I_0$$

$$\text{där } R_2' = (1 - R_1) R_2 (1 - R_1) = (1 - R_1)^2 \cdot R_2$$

Vi har nu

$$R_1 = 0,1, \quad R_2 = 0,6, \quad R_2' = (1 - 0,1)^2 \cdot 0,6 \approx 0,49$$

Använd nu interferens hos strålarna

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$$

$$\text{där } \Delta\phi = \begin{cases} \Delta\phi = 2\pi m & \text{för konstruktiv interferens} \\ \Delta\phi = 2\pi m + \pi & \text{för destruktiv interferens} \end{cases}$$

I_{\max} (konstruktiv interferens)

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi m) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} =$$

$$= R_1 \cdot I_0 + R_2' \cdot I_0 + 2\sqrt{R_1 \cdot I_0 \cdot R_2' \cdot I_0} = I_0 \cdot (R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 \cdot R_2'})$$

$$I_{\min} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(2\pi m + \pi) = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} =$$

$$= R_1 \cdot I_0 + R_2' \cdot I_0 - 2\sqrt{R_1 \cdot I_0 \cdot R_2' \cdot I_0} = I_0 \cdot (R_1 + R_2' - 2\sqrt{R_1 \cdot R_2'})$$

$$\Rightarrow m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{2\sqrt{R_1 \cdot R_2'} \cdot I_0 - (-2\sqrt{R_1 \cdot R_2'} \cdot I_0)}{R_1 I_0 + R_2' I_0 + R_1 I_0 + R_2' I_0} = \frac{4\sqrt{R_1 \cdot R_2'}}{2(R_1 + R_2')} \approx 0,75$$

M7030829-4

Plasma-TV

Givet: AR optimerat för 45°

$$\lambda = 550 \text{ nm}$$

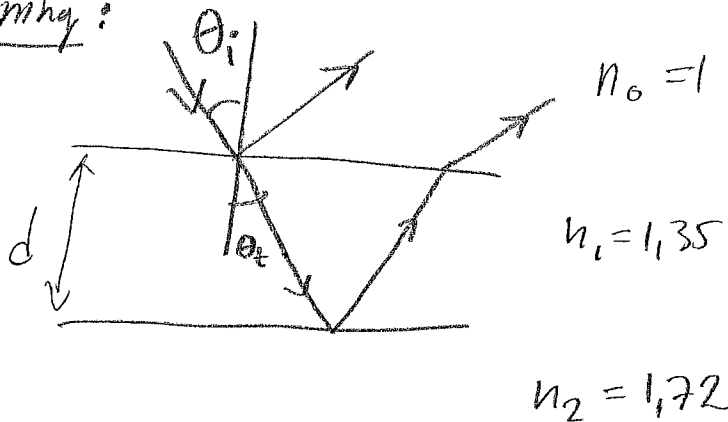
$$\text{skikt: } n_1 = 1,35$$

$$\text{Substrat: } n_2 = 1,72$$

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Sökt: Reflektansen $\tau = 0\%$

Lösning:



använd
tyngt
skikt

Börja med att beräkna tjockleken av skiktet, d

Vet att AR optimerat för 45°

$\theta_i = 45^\circ$
 $\lambda = 550 \text{ nm}$ } Beräkna n θ_t : Snells lag

$$n_1 \sin \theta_t = n_0 \sin \theta_i$$

\Downarrow

$$n_1 \sin \theta_t = \sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \theta_t = \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2} \cdot n_1} \right) \approx 31,6^\circ$$

MT035829-4

Nu kan vi använda reflektion i tunt skikt med destruktiv interferens!

$$\Delta OPL = 2n_d \cos(\theta_t) + 0 = (m + \frac{1}{2})\lambda$$

↑
två reflektioner
mot tätare
medium

Antag $m=0$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\lambda = 2n_d \cos(\theta_t)$$

\Leftrightarrow

$$d = \frac{\lambda}{4n_d \cos(\theta_t)} = \frac{550 \text{ nm}}{4 \cdot 1,35 \cdot \cos(31,6^\circ)} \approx 120 \text{ nm}$$

Ok, nu vet vi tjockleken av skiktet!

Nu kan vi beräkna Reflektiviteten för vinkelrät infall dvs $\theta_i = 0^\circ$

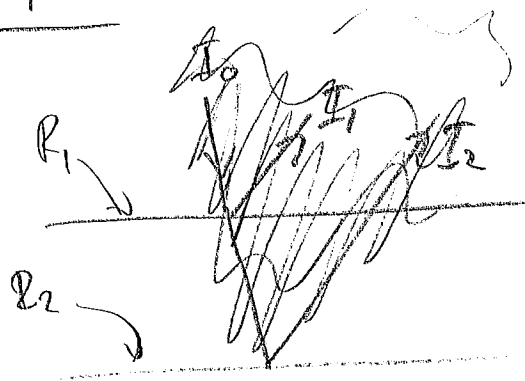
För en ensam gränssyta för

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2$$

Men vi har 2 gränssytor!

MT030829-4

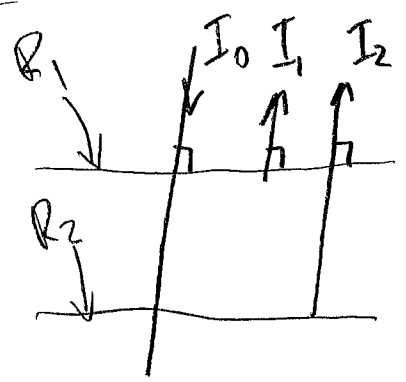
reflekterad
intensitet



$$n_0 = 1$$

$$n_1 = 1,35$$

$$n_2 = 1,72$$



$$R_1 = \left(\frac{n_1 - n_0}{n_1 + n_0} \right)^2 \approx 0,022$$

$$R_2 = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \approx 0,015$$

$$I_1 = R_1 \cdot I_0 \quad , \quad I_2 = \left\{ \text{från föregående pp.} \right\} = \underbrace{(1 - R_1)^2}_{\approx 1} \cdot R_2 \cdot I_0$$

$$\Rightarrow I_2 \approx R_2 \cdot I_0$$

No kommer I_1 & I_2 inteferera med varandra

Den reflekterade intensiteten är nu:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$$

dar $\Delta\phi$ är från fasskillnaden mellan I_1 & I_2 strålarna:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi \Delta OPL}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 2n_1 d \cos(\theta)}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot 2n_1 d}{\lambda}$$

$$= \frac{4\pi \cdot 1,35 \cdot 120 \text{ nm}}{550 \text{ nm}} \approx 3,7 \text{ (radianer)}$$

MT030829-4

^{total} Reflekterende intensiteten

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\phi) =$$

$$\approx R_1 I_0 + R_2 I_0 + 2\sqrt{R_1 I_0 \cdot R_2 I_0} \cdot \cos(\Delta\phi) \approx$$

$$= I_0 (R_1 + R_2 + 2\sqrt{R_1 R_2} \cos(\Delta\phi)) \approx$$

$$\approx 0,006 I_0$$

Till slut reflektansen

$$R = \frac{I}{I_0} = 0,006$$

SVAR

ILMP 2005-01-11 Upp 5 Deformation

Givet: Michelson interferometer

$\lambda = 633 \text{ nm}$. Mönster för
en deformerad spegel

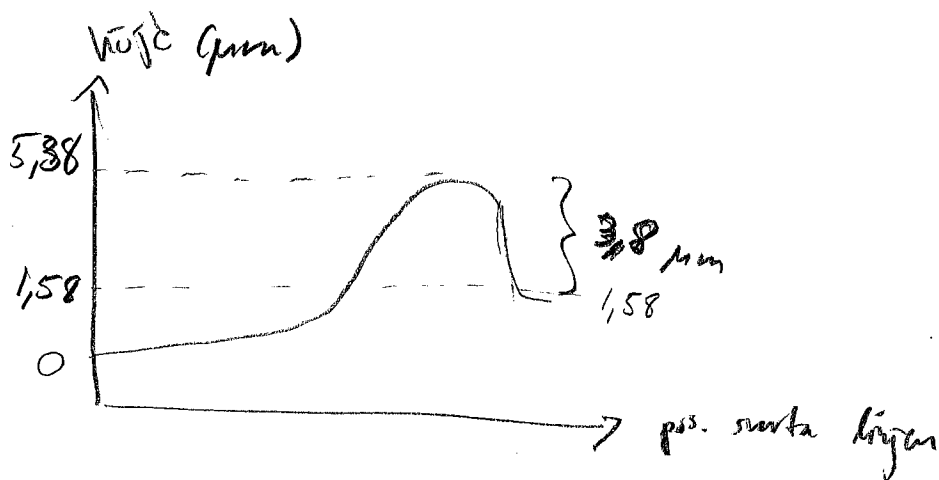
Sök: Diagram över höjdvariationerna
ut med svarta linjen.

Lösning:

Vet att det är en halv våglängd mellan (höjdskillnad)
Varje svart "ring" ^{från}, destruktiv interferens.

Räkna ringar från mitten - vänster: 17 st $\Rightarrow 5,38 \mu\text{m}$
mitten - höger: 12 st $\Rightarrow 3,8 \mu\text{m}$

Plotta



DPI – Media 2003-03-07 uppgift 2

Tema: Flatbäddsscanners

Skälet till att man inte gör så är att man inte kan få tillräckligt med DPI (dots per inch). Man vill idag ofta ha minst 1200 DPI. Hur många finns det anledning att ha om resultatet ska skrivas ut i skala 1:1 och betraktas av en person med 10 D ackomodation och pupilldiameter 2 mm.

(Han använder inte lupp när han tittar på pappret)
1 inch = 1" = 25.4 mm

Jättemegafon – F 2005-06-01 uppgift 3

Tema: Rockfestivaler

För att undvika ekon gör man ibland scenerna i form av en jättemegafon som alltså riktar ljudet genom att skapa en tratt med mynning mycket större än våglängden. Antag att vi har en sådan tratt med diameter 12 m och vi spelar 115 Hz "musik" (tysk industrisynt) i den. Hur många dB vinner man i framåtriktningen pga tratten?

Laserkvast – IMTP 2006-01-13 uppgift 5

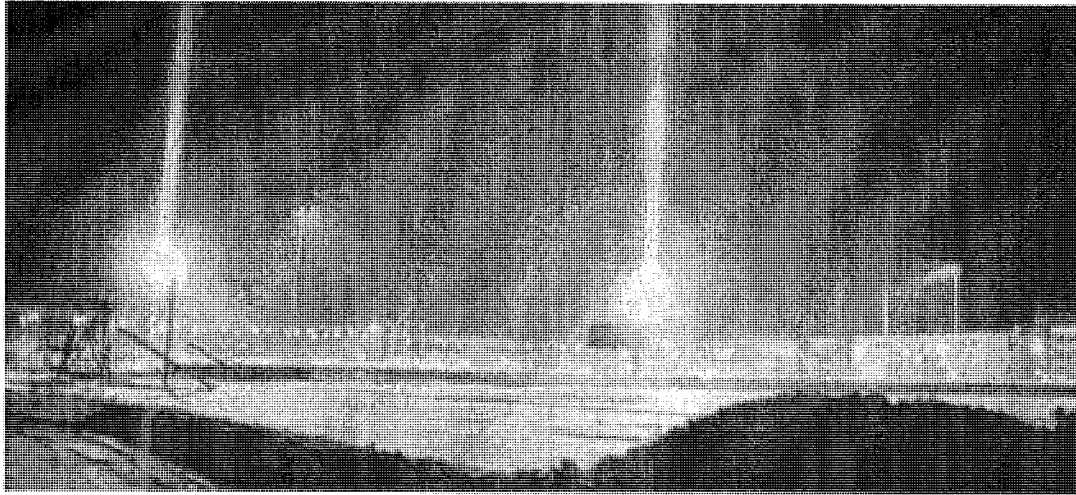
Tema: seende och kännande robotar

Man vill dessutom göra en "kvast" av laserstrålar, dvs 25 laserstrålar med våglängd 633 nm som sprids i en vinkel $\pm 20^\circ$. Någon föreslår ett gitter för detta ändamål. Vilken ungefärlig linjetäthet och spaltbredd bör man i så fall ha? Vad blir nackdelen med denna konstruktion?

Ljusstreck – MT ? uppgift 5

Tema: Meteorologiska instrument

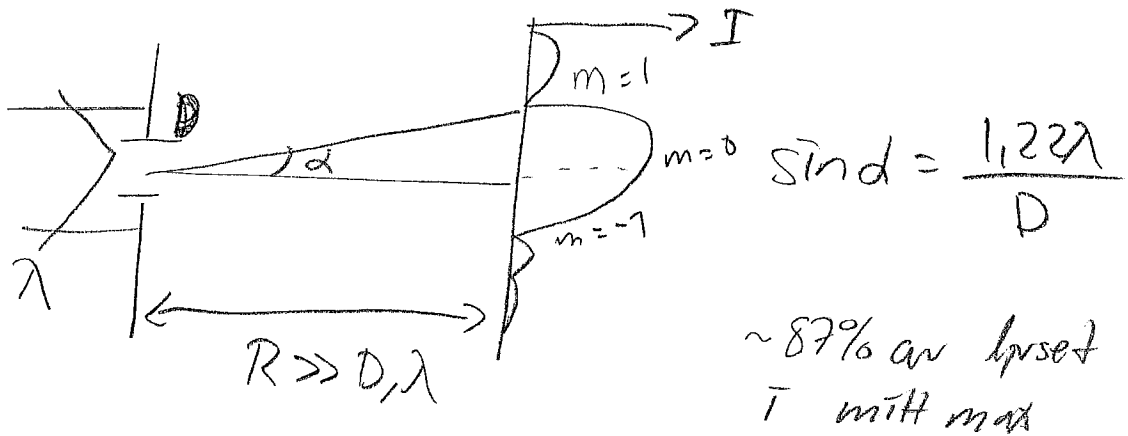
I mycket kallt väder kan man ofta se att det bildas ljusstreck över en gatulampa. (Se bild). Dessa beror på reflektion i små svävande isplattor. Ljuset är kraftigt polariserat. I vilken riktning? Motivera.



Formler ÖVN 9

Diffraction

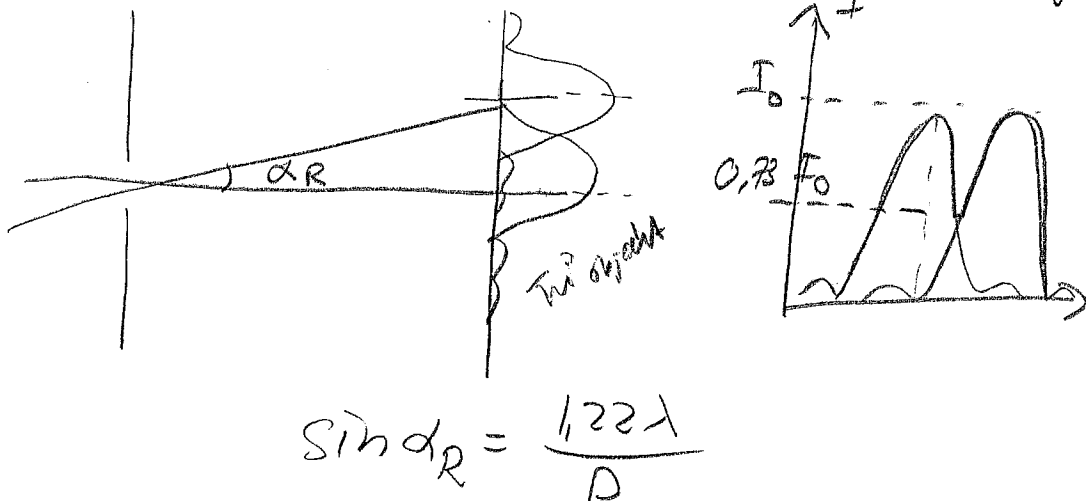
- cirkulär öppning (tex. lins)



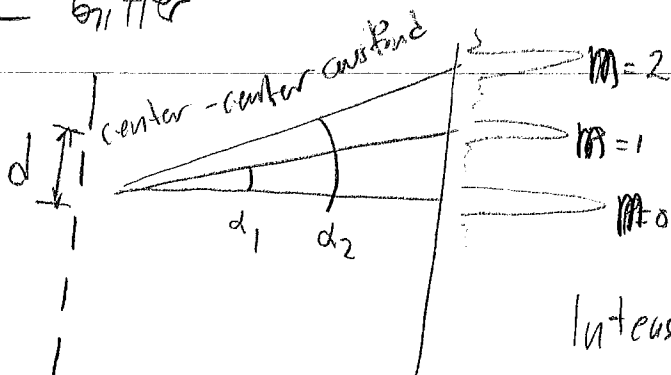
- Enkeltspalt

$$\sin \alpha = \frac{\lambda}{a} \leftarrow \text{spaltbredd}$$

- Upplösning enligt Rayleigh kriteriet (diffractions begränsad)



- Gitter



Gitterrelationen

$$m\lambda = d \sin \alpha_p$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

$$d = \text{gitterkonstanten}$$

- Två parametrar
- Gitterkonstant
 - spaltbredd

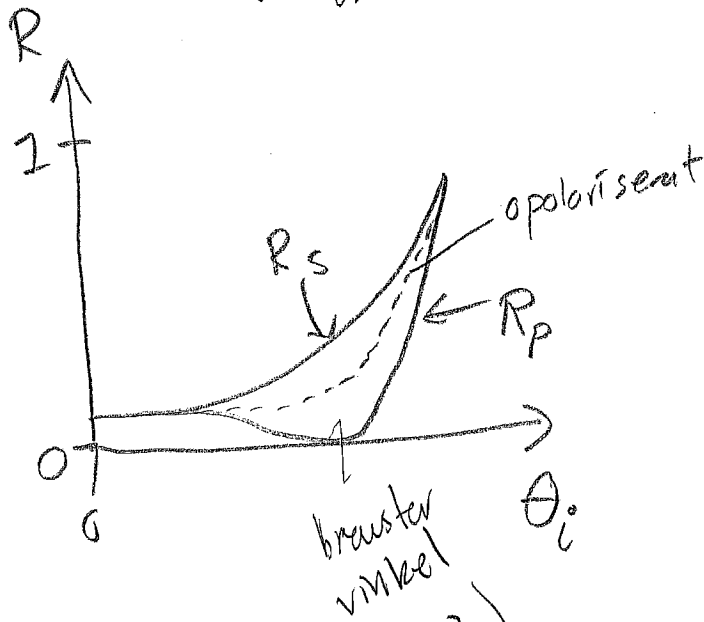
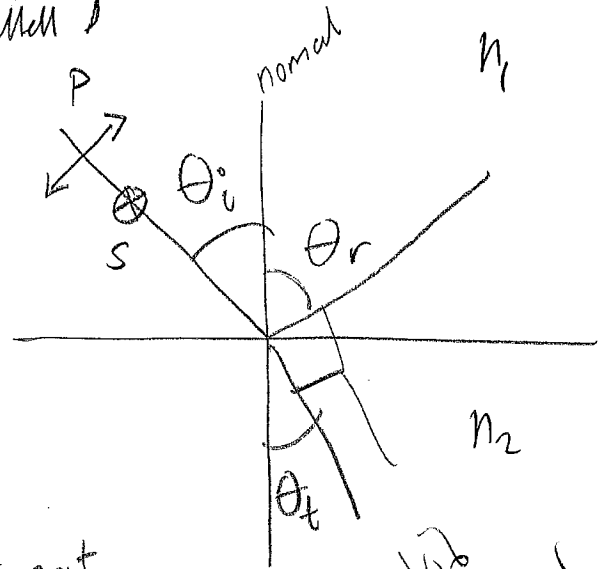
Intensiteterna i varje max ges av diffractions i den riktningen för varje spalt

- Polarisation

Reflektivitet er beror på polarisation

$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)} \quad (\text{parallel})$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)} \quad (\text{sankværett})$$

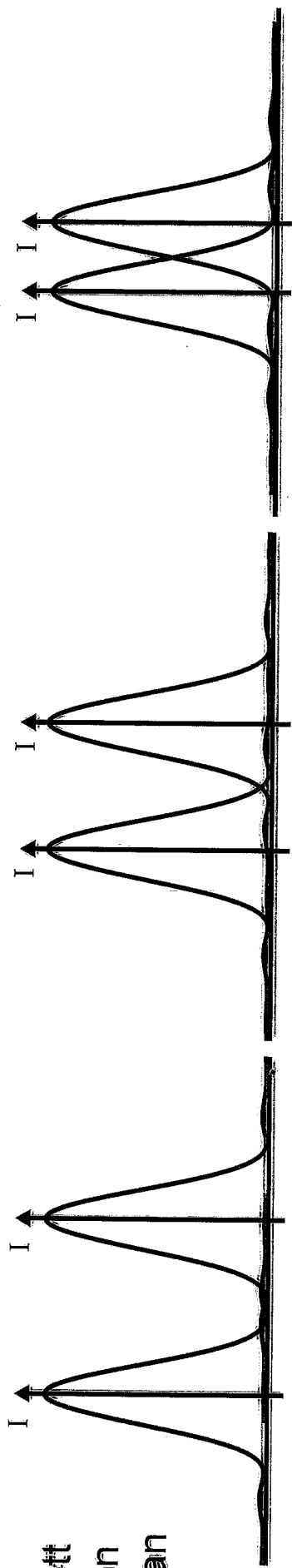


$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\right)$$

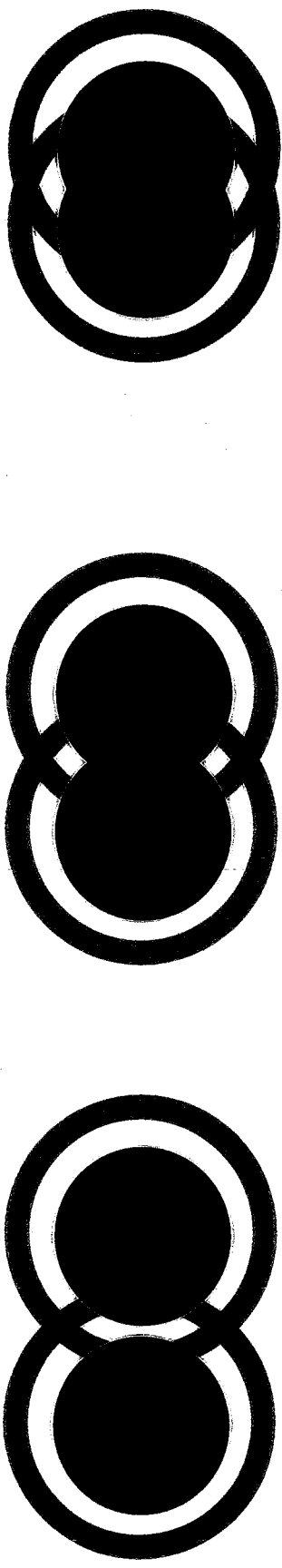
(Brewster vinkel)

Ved Brewster (kan spjætte)

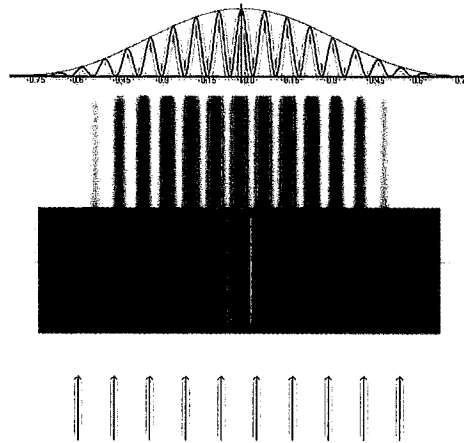
Sett
från
sidan



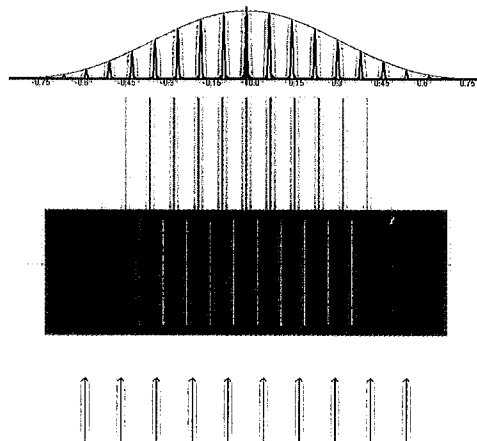
Sett
från
ovan



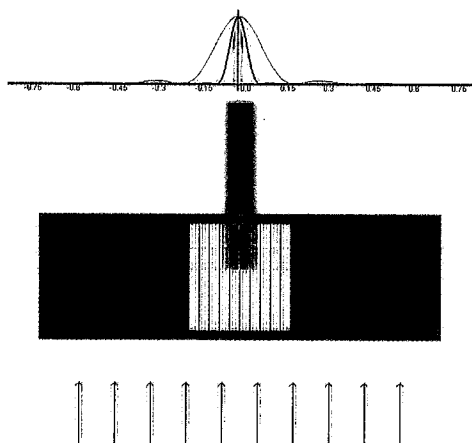
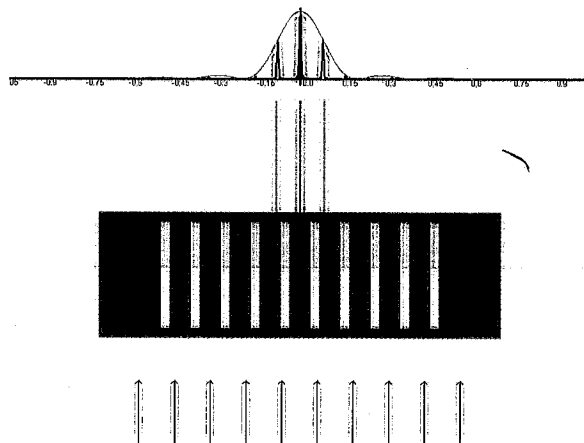
Vad händer om vi lägger till fler spalter i vårt gitter?



Vad händer om vi gör spaltterna tjockare?



Vad händer om vi minskar spaltseparationen?



-Vad gör spaltbredden?

-Vad gör spaltseparationen (gitterkonstanten) ?

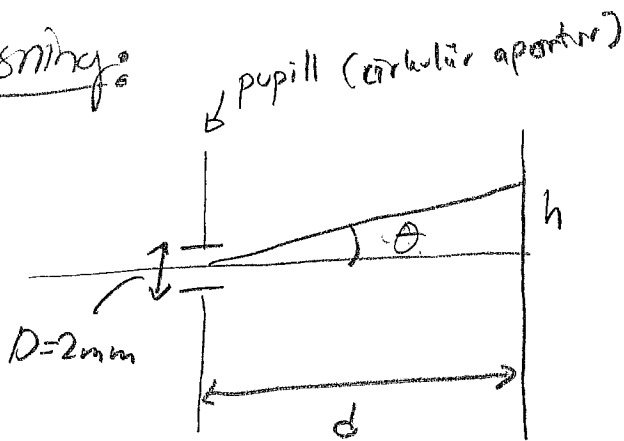
-Vad gör antalet spalter?

030307-2

- Givet:
- 10 D akomodation
 - pupilldiameter 2mm
 - 1 inch = 25,4 mm

Sökt: Hur många DPI ska man ha?

Lösning:



Vad är d ?

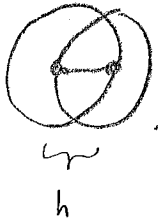
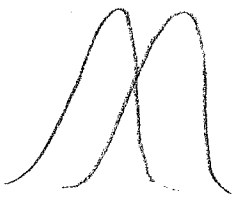
10 D akomodation

↑

dioptri (1/m)

$$\Rightarrow d = \frac{1}{10} \text{ m}$$

Använd nu rayleigh kriteriet:



$$h = \{ \text{Fig. ovan} \} \approx d \cdot \theta = \frac{1,22 \lambda \cdot d}{D}$$

små vinklar
 $\tan \theta \approx \theta$

$$d = \frac{1}{10} \text{ m}$$

$\lambda =$ antag 550 nm (känsligt för ögat)

$$D = 2 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow h \approx \frac{1,22 \cdot 550 \text{ nm} \cdot \frac{1}{10} \text{ m}}{2 \text{ mm}} \approx 34 \mu\text{m}$$

Vad motsvarar detta i DPI?

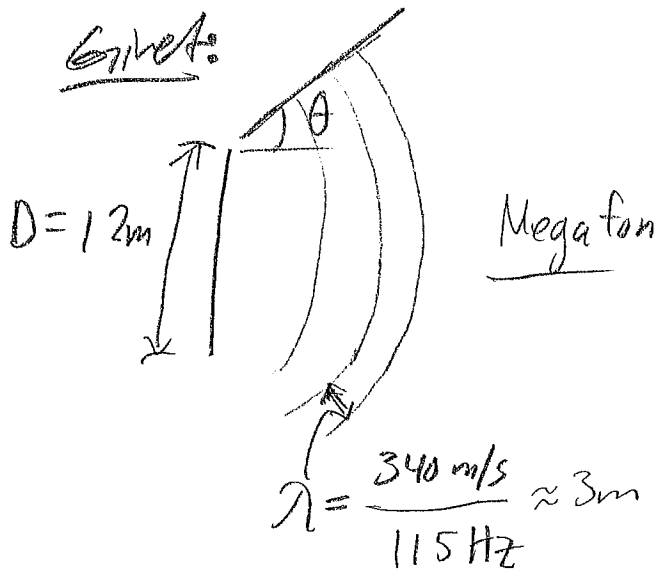
DPI (dots/inch) / $h = 34 \mu\text{m}$ är ca 30 dots/mm vilket är $\approx 760 \text{ DPI}$

30 dots/mm $\cdot \frac{25,4 \text{ mm}}{\text{inch}}$

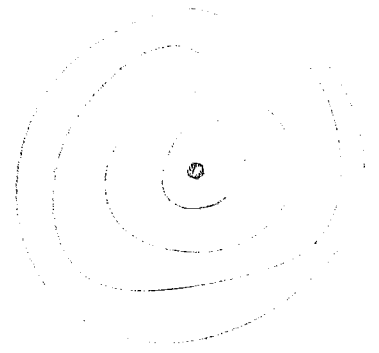
$\approx 760 \text{ DPI}$

F050601-3

Givet:



Annars



Sök: Hur många dB vinner man?

Lösning: ~~Mät~~ ljudet på långt håll!

Utan megafon

$I_{\text{utan}} = \frac{P}{A}$, $A_{\text{areal utan megafon}} = 4\pi r^2$
 P - effekten

antag sf.
↓

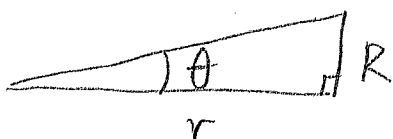
$$I_{\text{utan}} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Med megafon

Vi har diffraktion av ljudet pga av megafonen.
 Cirkulär
 ↓
 apertur

$$\sin \theta = \frac{1,22\lambda}{D} \Rightarrow \theta = \sin^{-1}\left(\frac{1,22 \cdot 3\text{m}}{12\text{m}}\right) \approx 17,8^\circ$$

$$I_{\text{med}} = \frac{P}{\pi R^2} = \frac{P}{\pi (r \cdot \tan \theta)^2}$$



$$B = \log_{10}\left(\frac{I}{I_0}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$\Delta B = \log_{10}\left(\frac{I_{\text{med}}}{I_{\text{utan}}}\right) \cdot 10 \text{ dB}$$

F050601-3

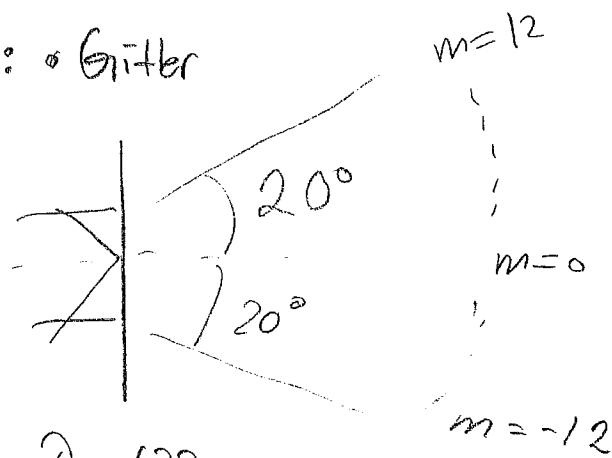
$$\Delta B = \log_{10} \left(\frac{I_{med}}{I_{utem}} \right) \cdot 10 \text{ dB}$$

$$\frac{I_{med}}{I_{utem}} = \frac{P/R(v \cdot \tan \theta)^2}{P/4Rv^2} = \frac{4}{\tan^2 \theta} \approx 39$$

$$\Rightarrow \Delta B = \log_{10} (39) \cdot 10 \text{ dB} \approx \underline{\underline{16 \text{ dB}}}$$

SVAR: 16 dB ökning i ljudintensitetsnivå.

Givet: • Gitter



• $\lambda = 633 \text{ nm}$

• 25 st laserstrålar

Sökt: Linjetäthet, spaltbredd?
Nackdelen?

Lösning

Gitter ekvationen

$m\lambda = d \sin 20^\circ$, d är spaltseparationen (gitterkonstanten)

Vi har 25 strålar: 12 ordningar + nollte

$\Rightarrow 12\lambda = d \sin 20^\circ \Rightarrow d \approx 22 \mu\text{m}$

Vi får nu linjetätheten

angör antalet toppar

$N = \frac{1}{22 \mu\text{m}} \approx 45 \text{ linjer/mm}$

Spaltbredden

För att kunna "se" alla 25 strålar vill vi ha första min för diffraction utanför 20° ,

Vi använder nu diffractions min för enkel spalt: $a \sin \theta = m\lambda$

I 06013-5

$$a \sin \theta = m \lambda$$

$m=1$ första min

$\theta = \sin^{-1} 25^\circ$ dvs $25^\circ > 20^\circ$ vilket vi börjar

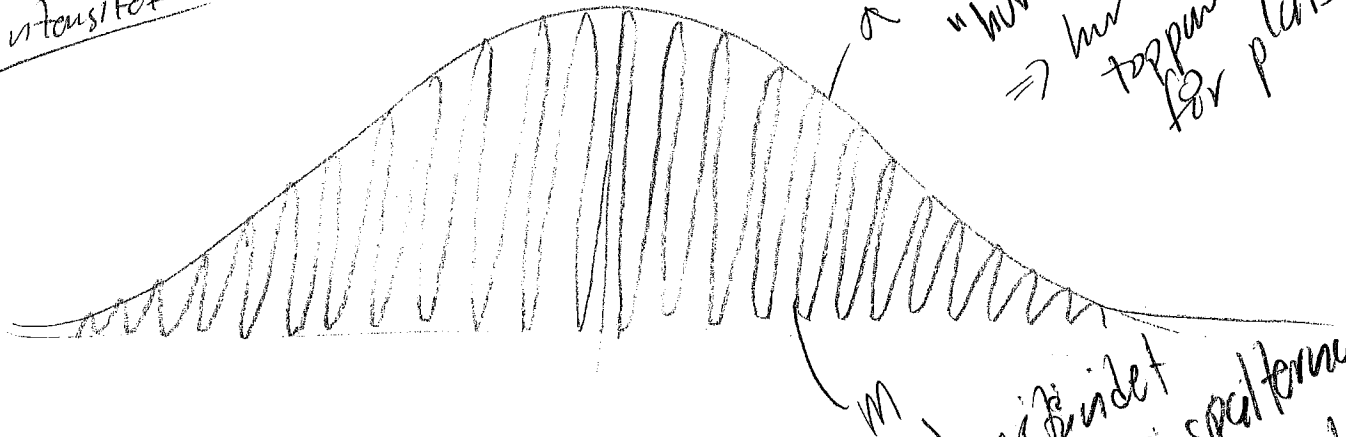
$$\Rightarrow a = \frac{\lambda}{\sin 25^\circ} = \frac{633 \text{ nm}}{\sin 25^\circ} \approx 1,5 \mu\text{m}$$

SVAR:

Spaltbredd $1,5 \mu\text{m}$

linjetäthet $45 \text{ linjer}/\text{mm}$

Intensitet



Nackdelen?

Man förlorar en hel del ljus pga av destruktiv interferens.

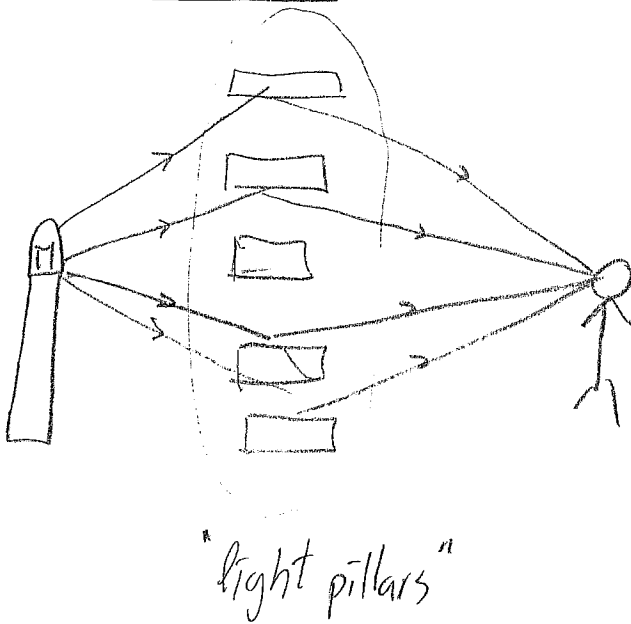
avståndet mellan spalterna \Rightarrow linjetäthet
avgör antalet toppar

Givet: Se uppg.

Sökt: Polariseringsriktning?

Lösning:

Isplattor

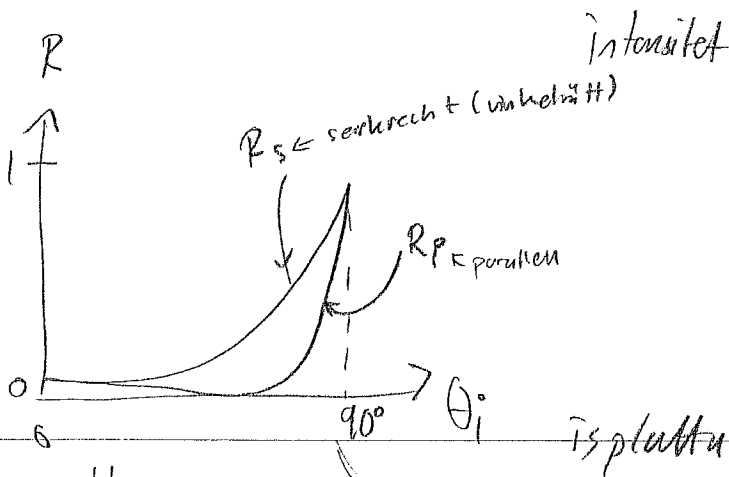


Ljuset är polariserat!

För att kunna se ljusstrecken måste vi ha mycket ljus reflekterat.

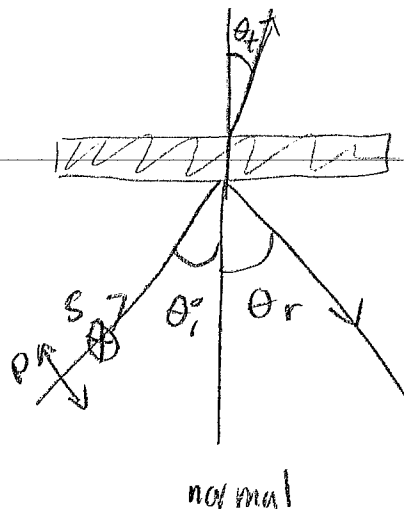
Reflektivitet

"Bevor på polarisation"



$$R_p = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}$$

$$R_s = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}$$



Måste vara s-polariserat

SVAR