



KTH Teknikvetenskap

**SF1626 Flervariabelanalys**  
**Kontrollskrivning 2**  
**Måndagen den 29 april, 2013**

Skrivtid: 08:15 – 09:45 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mattias Dahl

Kontrollskrivningen bedöms med upp till 12 poäng. För att resultatet skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 2 på tentamen. För att få 4 poäng på uppgift 2 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Låt  $(x_C, y_C)$  vara tyngdpunkten för området  $D$  i  $xy$ -planet som ges av  $0 \leq y \leq 1 - x^2$ . Av symmetriska skäl är  $x_C = 0$ . Beräkna  $y_C$  som ges av

$$y_C = \frac{\iint_D y \, dx \, dy}{\iint_D 1 \, dx \, dy}. \quad (4 \text{ p})$$

2. Funktionen  $f(x, y) = x^2 - 4xy + 2xy^2$  har de tre stationära punkterna  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$  och  $(1, 1)$ .

- a) Taylorutveckla  $f$  till ordning 2 kring respektive stationär punkt. (2 p)  
b) Avgör om de stationära punkterna är lokala maximipunkter, minimipunkter eller sadelpunkter med hjälp av Taylorutvecklingarna i deluppgift a. (2 p)

3. För polära koordinater i planet används  $r$  och  $\theta$  som koordinater.

- a) Definiera  $r$  och  $\theta$  i ord, och uttryck  $x$ ,  $y$  i  $r$ ,  $\theta$ . (1 p)  
b) Koordinatlinjer ges av  $r = \text{konstant}$  resp.  $\theta = \text{konstant}$ . Skissera några av dessa koordinatlinjer i  $xy$ -planet. (1 p)  
c) Beräkna funktionaldeterminanten

$$\frac{d(x, y)}{d(r, \theta)}$$

och förenkla svaret så långt som möjligt. (2 p)