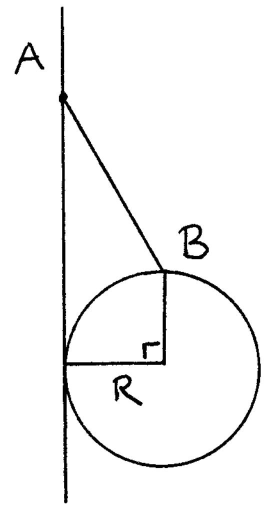
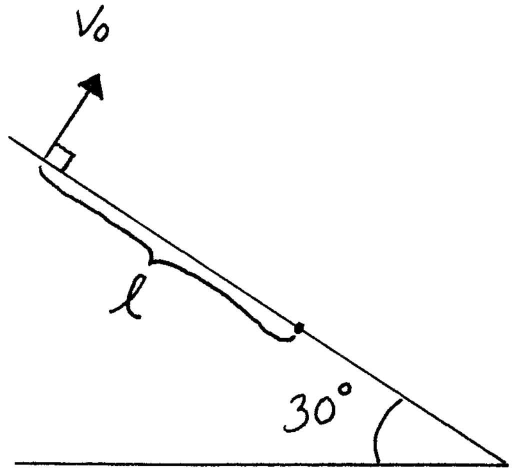
Tentamen, SG1109, 20/5, 2013

Tillåtna hjälpmedel: Penna och övriga ritdon. Inget annat.

1. En cirkulär cylinder med massan m och radien R är upphängd mot en sträv vertikal vägg enligt figuren. Linan som är fäst i punkterna A och B har längden $2R$. Cylindern befinner sig i jämvikt. Bestäm spännkraften i linan!

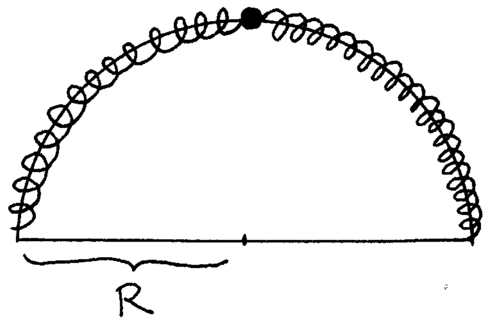


2. En kula kastas från ett lutande plan med lutningsvinkeln 30^o enligt figuren. Dess utgångshastighet är normal mot planet. Bestäm v_0 så att kulan slår ner en sträcka l nedanför den punkt från vilken den kastas.



3. En satellit befinner sig i cirkulär omloppsbana kring jorden. Dess banradie är $2R$, där R är jordens radie. Bestäm den minsta hastighetsökning som man behöver ge satelliten för att den ska gå ur sin bana och färdas mycket långt från jorden.

4. En kula med masssan m kan glida friktionsfritt längs en ståltråd som är formad till en halvcirkel med radien R. Halvcirkeln är parallell med ett vertikalplan, med andra ord så står den upp. Kulan hålls i jämvikt i halvcirkelns översta punkt av två likadana fjädrar, var och en med fjäderkonstanten k. Om kulan förskjuts en liten bit från jämviktsläget och släpps kommer den att utföra små svängningar kring jämviktsläget. Bestäm perioden för dessa svängningar!



Teoridel

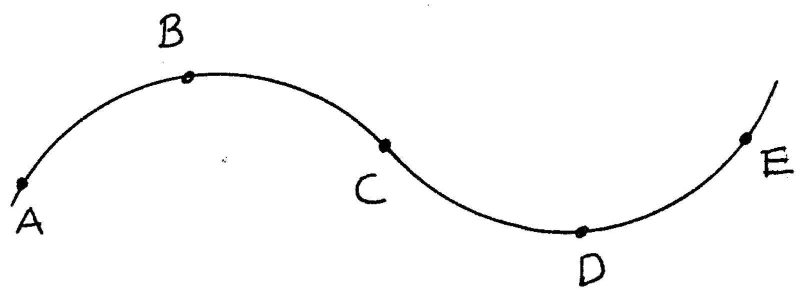
1. a) Visa att kraftmomentet av en kraft inte förändras om kraften parallellförflyttas längs sin verkningslinje. Figur ska ingå! 1p

b) Bestäm dimensionen av hastighet, acceleration, kraft, arbete och effekt. 1p

c) En matematisk pendel består av en partikel som är upphängd i ett snöre. Antag att perioden, eller svängningstiden, för små svängningar beror av snörets längd l, tyngdaccelerationen g och partikelns massa m, och bestäm med hjälp av dimensionsanalys förhållandet mellan perioderna för två olika pendlar, där den ena har en partikel med dubbelt så stor massa och ett snöre med hälften så stor längd som den andra pendeln. 1p

2. a) Härled uttrycken för hastighet och acceleration i naturliga komponenter. Det ska ingå en härledning av tidsderivatan av enhetstangentvektorn $\mathbf{e}_t$. Figurer ska också ingå. 2p

b) En bil ökar sin fart i kurvan mellan punkterna A och C och minskar sin fart i kurvan mellan punkterna C och E. Rita en egen figur med enhetsnormalvektorerna, $\mathbf{e}_n$ och $\mathbf{e}_t$, bilens hastighetsvektor $\mathbf{v}$ samt dess acceleration $\mathbf{a}$ utsatta i punkterna B och D. 1p



3. a) Ställ upp Newtons andra lag för en partikel med massan m som påverkas av Newtons gravitationskraft från en centralkropp med massan M och visa hur bankurvan kan bestämmas med hjälp av Binets formel

$$a_r = -h^2 u^2 \left(\frac{\mathrm{d}^2 u}{\mathrm{d}\theta^2} + u \right) . \tag{1}$$

Definiera h, inför konstanterna e och d och ange vad de tre olika bankurvorna heter. Figur ska ingå. 2p

b) Bestäm den första kosmiska hastigheten, som är den hastighet som en satellit har som färdas i en cirkulär bana på låg höjd. 1p

4 a) Bestäm den potentiella energin för en fjäderkraft $\mathbf{F} = -kx\mathbf{e}_x$. 1p

b) Härled rörelseekvationen för fri dämpad svängning. Definiera dämpningsfaktorn. En figur ska ingå. 1p

c) En partikel med massan m utför dämpade svängningar under inverkan av en fjäder med fjäderkonstanten k och en dämpare som ger en dämpningsfaktor ζ. Bestäm hur stor andel av sin totala energi som partikeln förlorar under en hel period. 1p