

Studiehandledning SF1661 Perspektiv på Matematik HT2013, *Civilingenjör och lärare* åk 1

Undervisningen på kursen ges i form av föreläsningar och övningar.

Vid övningarna, där ni är uppdelade i två grupper, är den egna aktiviteten i fokus. Vissa övningstillfällen kallas för *Workshops*, det innebär att ni studenter arbetar gruppvis under handledning med ett sammanhängande arbetsmaterial med ett visst tema. Vissa övningstillfällen är examinerande.

I läsanvisningen används följande färgbeteckningar:

F=Föreläsning

Ö=Övningstillfälle

Ö = Övningstillfälle med löpande examination

Litteratur

WIM = Courant & Robbins, *What is Mathematics?* 2:a upplagan, reviderad av Stewart, I. Oxford university press, 1996. ISBN13: 9780195105193. ISBN10: 0195105192

GA = Gottlieb, *Aritmetik* 2:a upplagan. Kompendium, Stockholms universitet.

GF = Gottlieb, *Funktionslära*. Kompendium, Stockholms universitet.

FK = *Förberedande kurs i matematik 1*. Kompendium. KTH

Kompletterande material som distribueras via kurshemsidan på KTH Social.

Eget arbete med litteratur och uppgifter

Det är viktigt att arbeta aktivt och kontinuerligt med kursen även utanför lektionstid. **Följ läsanvisningarna:** läs de angivna **litteraturavsnitten** och arbeta med lösa övningsuppgifter. De **rekommenderade uppgifterna** är tillsammans med seminarieuppgifterna valda för att motsvara kraven för godkänt i kursen. **Extra uppgifter** ger mer rutin och tränar också färdigheter som krävs för högre betyg. Rekommenderade uppgifter och extra uppgifter är i första hand tänkta för arbete utanför lektionstid, och bör göras i anslutning till motsvarande undervisningstillfälle. Vissa av dessa uppgifter kommer även att behandlas på övningarna.

Examination

Examinationen sker dels löpande kursens gång genom seminarier där vissa hemuppgifter (seminarieuppgifter) redovisas och genom kontrollskrivningar, och dels genom en avslutande tentamen. Tentan är det enda obligatoriska momentet. Godkända seminarier och kontrollskrivningar får tillgodoräkans mot uppgifter på tentan. Detaljerad information finns på kurshemsidan.

För att tydliggöra att det är viktigt att läsa teorin i kurslitteraturen kommer det vid såväl seminarietillfällena som vid kontrollskrivningar också att ställas kontrollfrågor på de aktuella avsnitten i kurslitteraturen.

Kurshemsida

Kurshemsidan finns på KTH Social, <https://www.kth.se/social/course/SF1661>

Vecka 36	
Må Föreläsning 0	Introduktion. Naturliga tal. Primaltal.
Ti Föreläsning 1	Hela tal. Potenser. Positionssystem.
On Övning 1	Workshop: Delbarhet och primaltal.
To Föreläsning 2	Rationella tal och reella tal.
Fr Övning 2	Workshop: Rationella och reella tal.
Vecka 37	
Må Övning 3	Workshop: Avståndsformeln och cirkelns ekvation.
Ti Övning 4	Seminarium 1
On Föreläsning 3	I. Absolutbelopp. II. Hur stora är de olika
To Föreläsning 4	Komplexa tal.
Fr Övning 5	Absolutbelopp. Komplexa tal.
Vecka 38	
Må Övning 6	I. Att skriva matematik. II. Räknestuga.
Ti Övning 7	Kontrollskrivning 1
On Föreläsning 5	Pascals triangel och binomialsatsen.
To Föreläsning 6	Talföljder, summor och serier.
Fr Övning 8	Pascals triangel och binomialsatsen. Talföljder, summor
Vecka 39	
Må Övning 9	Workshop: Decimalbråksrepresentation av reella tal.
Ti Övning 10	Seminarium 2.
On Föreläsning 7	Polynomfunktioner. Faktorisering av polynom.
To Föreläsning 8	Exponentialfunktioner och potensfunktioner.
Fr Övning 11	Polynom, potensfunktioner och exponentialfunktioner.
Vecka 40	
Må Övning 12	Repetition och reserv. Räknestuga.
Ti Övning 13	Kontrollskrivning 2.
On Föreläsning 9	Trigonometriska funktioner och ekvationer.
To Föreläsning 10	Funktionsbegreppet.
Fr Övning 14	Trigonometriska funktioner och ekvationer,
Vecka 41	
Må Övning 15	Workshop: Funktioner, ekvationer och deras grafer.
Ti Övning 16	Seminarium 3.
On Föreläsning 11	Logaritmfunktioner.
To Övning 17	Logaritmfunktioner. Exponential- och log-ekvationer.
Fr Föreläsning 12	Begreppen Derivata och Integral.
Vecka 42	
Må Övning 18	Workshop: Derivata som linjär approximation.
Må Föreläsning 13	Derivata och Integral, tillämpningar och samband.
Fr Övning 19	Seminarium 4.
Fr Övning 20	Workshop: Integraler som summation.
Vecka 43	
Må Föreläsning 14	Reserv och repetition.
Må Övning 21	Reserv och repetition.
To Tentamen	

Vecka 36

Introduktionsföreläsning, 2/9. Kursintroduktion. Naturliga tal, primtal.

Litteratur

- **WIM** sid 1 – 4 (Ch 1, § 1, 1. *Laws of arithmetic*).
- **WIM** sid 21 – 24. Beviset av att det finns oändligt många primtal på sidan 22 är viktigt, och det skall du kunna genomföra själv. Stycket som börjar på rad 11 på sidan 23 läses mer översiktligt som orientering. Det bevis som börjar 11 rader nerifrån på sidan 23 och fortsätter på sidan 24 kommer inte att examineras. Ni kommer att återkomma till dessa frågor i kursen Diskret Matematik i vår.
- **WIM** sid 25 – 31. Läs detta noga så att du förstår och kan följa med i texten. Du skall kunna
 - redogöra för innebörden av *Primtalssatsen (The Prime Number Theorem)*, dvs du skall kunna förklara vad satsen säger (men inte redogöra för beviset).
 - redogöra för innebörden av *Goldbachs förmodan*.
 - redogöra för det problem som beskrivs i sista stycket på sidan 31 innan §2. (Två på varandra följande udda tal p och $p + 2$ som bägge är primtal brukar kallas för *primtalstvillingar*.)

Rekommenderade uppgifter

GA sid 48, uppgifterna 1 – 4.

Föreläsning 1, 3/9. Hela tal. Potenser. Positionssystem.

Förberedelser. Läs igenom litteratur som hör till föreläsningen (se nedan). Gör övningarna **GA** 3, 4, 12 och 13 på sid 20 – 21 samt **GA** övning 21 på sidan 39.

Litteratur

- **WIM** sid 4 – 9 (2. *The representation of integers* och 3. *Computation in other systems than the decimal*)
- **GA** sid 18 – 21.
- **GA** sid 35 – 42 (*Negativa tal*)

Rekommenderade uppgifter

WIM: Uppgift 2, 3 och 4 sid 8.

GA: Uppgift 1 – 14, sid 18 – 21. Uppgift 21 – 23 sid 39 – 40. Uppgift 11, 13, 14, 15 sidan 49.

Extra uppgifter

WIM, uppgift på sidan 9 . **GA** Uppgift 26 sid 42.

Övning 1, 4/9. Workshop om delbarhet och primtal

Förberedelser. Läs igenom sidorna 1 – 12 i **GA**. Fundera på övningsuppgifterna så att du är väl förberedd för att arbeta tillsammans med dina kamrater med att lösa övningsuppgifterna under övningen. Under övningen skall ni arbeta gruppvis i grupper om tre (eller två) personer.

Timme 1: Arbeta med **GA** sidorna 1 – 7 och uppgifterna 1 – 20.

Timme 2: Arbeta med **GA** sidorna 7 – 12 och uppgifterna 21 och 26 – 43. Uppgiften högst upp sidan 25 i **WIM** anknyter till uppgift 27 i **GA**, fundera även på denna om du har tid över.

Litteratur

GA sid 1 – 12

Rekommenderade uppgifter

Gör klart de uppgifter i **GA** sid 1 – 12 du inte hann med under övningen. Skriv rent lösningarna på övningsuppgifterna 8, 19, 32 – 35, 40, 41 och 43.

Extra uppgift. Uppgiften på sid 25 i **WIM**.

Föreläsning 2, 5/9. Rationella tal och reella tal.

Förberedelser. Läs igenom **GA** sid 28 – 31 (till sidans slut) och **WIM** sid 52 – 56, 58 – 63.

Litteratur.

- **GA** sid 21 – 23 (*En parentes om allmänna bråk*)
- **GA** sid 28 – 35
- **WIM** sid 52 – 56, 58 – 63.

Rekommenderade uppgifter

GA sid 48 – 50, uppgifterna 5 – 10, 18, 21 – 23.

Extra uppgift: **WIM** Uppgift 1 och 2 sid 60 – 61.

Övning 2, 6/9. Workshop om rationella och reella tal.

Förberedelser. Fundera igenom uppgifterna 15 – 22 på sid 21 – 23 samt uppgifterna 1 – 19 på sid 32 – 35 i **GA** så att du är väl förberedd för att arbeta tillsammans med dina kamrater med att lösa övningsuppgifterna under övningen.

Under övningen skall ni arbeta gruppvis i grupper om tre (eller två) personer med sidorna 21 – 23 och sidorna 32 – 35 i **GA**.

Observera att många av övningsuppgifterna går ut på att motivera och ge känsla för "räknelagar" som du kanske har tagit för givet, och som också har diskuterats på Föreläsning 2. För att övningen ska bli meningsfull och givande måste du föröka "glömma bort" invanda "räknelagar" och närma dig uppgifterna som om du såg begreppen bråk, potens, rottecken etc. för första gången.

Timme 1: **GA** sid 21 – 23, uppgifterna 15 – 22. Timme 2: **GA** sid 32 – 35, uppgifterna 1 – 19

Rekommenderade uppgifter.

Gör klart de uppgifter i **GA** på sid 21 – 23 och sid 32 – 35 du inte hann med under övningen. Skriv rent lösningarna på övningsuppgifterna 4 (sid 32) samt 11, 12 och 17 (sid 34).

Vecka 37

Övning 3, 9/9. Workshop om avståndsformeln och cirkelns ekvation.

Material till workshopen kommer att finnas på kurshemsidan på KTH Social. Skriv ut och ta med till övningen.

Liiteratur (att läsa efter workshopen)

WIM sid 72 – 77 (1. *The basic principle* och 2. *Equations of lines and curves*.) Du behöver inte lära dig uttrycken för brännpunkter (eng *focus, foci*), asymptoter och excentritet.

Övning 4, 10/9. Seminarium 1.

Diskussion och redovisning av Seminarieuppgifter 1 från vecka 36.

Föreläsning 3, 11/9. I. Absolutbelopp. II. Hur stora är de olika talmängderna?

Förberedelser. Första delen av föreläsningen kommer att behandla begreppet *absolutbelopp* av reella tal, titta i din gymnasielärobok vad som står där om begreppet. Andra delen av föreläsningen kommer att diskutera hur ”stora” de olika oändliga talmängder är – kan man tala om olika stora oändliga mängder? Som förberedelse skall du återvända till övningsuppgifterna 1 – 5 på sid 1 – 3 i **GA**. Titta också igenom den anvisande litteraturen i **WIM**.

Litteratur

- **WIM** sid 57 – 58 (*Geometrical interpretation of rational numbers*).

OBSERVERA att det som står om absolutbeloppet i detta avsnitt gäller också för reella tal.

- **WIM** sid 77 – 83 (1. *Fundamental concepts* och 2. *The Denumerability of the Rational Numbers and the Non-Denumerability of the Continuum*). Läs detta noga. Du ska

- förstå vad som menas *uppräknliga* (eng: *denumerable, countable*) respektive *överuppräknliga* (eng: *non-denumerable, non-countable*) mängder.

- kunna redogöra för varför de rationella talen är uppräknligt oändligt många, medan de reella talen är överuppräknligt oändligt många.

- **WIM** sid 83 – 88, läses översiktligt som orientering.

Rekommenderade uppgifter

WIM Uppgift 1 på sidan 80.

Kompletterande uppgifter om absolutbelopp (finns på kurshemsidan på KTH Social)

Extra uppgift. **WIM** Uppgift 2 sid 81.

Föreläsning 4, 12/9. Komplexa tal.

Förberedelser. Repetera om komplexa tal t ex i din gymnasiebok eller genom att läsa sidorna 43 – 47 i **GA**. Läs också angivet avsnitt i **WIM**.

Litteratur

- **GA** sid 43 – 47 (repetition från gymnasiets kurs E om komplexa tal)
- **WIM** sid 88 – 100
- **GF** sid 1 – 7

Texten i **WIM** är huvudreferensen till denna föreläsning, den tar upp allt som behandlas i **GA** och i **GF** och också en del därtill. Avsnittet i **GA** är främst till för dig som vill repetera grundläggande räkning med komplexa tal. Texten i **GF** baserar sin framställning på vektorer som vi inte har studerat men kan vara bra att läsa för att få svensk terminologi, till exempel kallas i **WIM** den vinkel som här till den polära framställningen av ett komplext tal z för "the angle of z ", medan man på svenska talar om "argumentet till z ".

Rekommenderade uppgifter

GA övningsuppgifter 27 – 41, 43 sid 43 – 47, och 16 – 17 samt 19 – 20 på sid 49 – 50.

GF övningsuppgifter 1 – 3, 6 – 21, sid 3 – 7.

WIM uppgift på sidan 94, 9 rader nedifrån

Extra uppgifter. **GA** övningsuppgift 42 sid 46. **GF** övningsuppgift 22 sid 7. **WIM** Uppgift 1 sid 100.

Övning 5, 13/9. Absolutbelopp. Komplexa tal.

Arbete med övningsuppgifter hörande till föreläsning 3 och 4.

Vecka 38

Övning 6, 16/9. I. Att skriva matematik. II. Räknestuga.

Förberedelser. Läs **FK** sid 155 – 162. Under övningen kommer du också att ha möjlighet att få individuell hjälp av din lärare, tänk därför igenom om vad du vill fråga om på första veckans stoff.

Timme 1: Gemensam diskussion om hur man skriver matematik utifrån exempel.

- Om hur likhetstecknet används i olika betydelser
- Notation med mängdklammer
- Implikation och ekvivalens.
- Allmänt om att skriva matematik: att använda fullständiga meningar och korrekt språk, att infoga formler som en del i det språkliga flödet, om användning av kursivstil, fetstil, versaler och gemener.

Timme 2: Räknestuga. Självständigt arbete med möjlighet att fråga din lärare. Funderingar efter första kursveckan.

Litteratur

FK, sid 155 – 162.

Övning 7, 17/9. Kontrollskrivning 1.

Kontrollskrivning på det vi har arbetat med under vecka 36 och 37.

Föreläsning 5, 18/9. Pascals triangel och binomialsatsen.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **WIM** sid 16 – 18 (8. *The Binomial Theorem*)
- **GF** sid 11 – 15.

Observera att binomialkoefficienterna tecknas med olika symboler i **WIM** och **GF**. Skrivsättet i **GF** är standard.

Var noga med att du förstår vad som är *definitionen* av binomialkoefficienterna och vad som är *bevisade egenskaper* hos dessa i kurslitteraturen. (Man kan också vända på steken, dvs *definiera* binomialkoefficienter som talen $n!/(n-k)!k!$ och sedan *bevisa* att det är just dessa tal som dyker upp i utvecklingen av binom $(a+b)^n$.)

Rekommenderade uppgifter

GF Övningsuppgift 1 – 8, sid 11 – 15.

WIM: Uppgift 1 sid 97.

Föreläsning 6, 19/9. Talföljder, summor och serier.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **GF** sid 8 – 10.

- **WIM** sid 63 – 67 (8. *The Binomial Theorem*)

Rekommenderade uppgifter

GF Övningsuppgift 1 – 14, sid 8 – 10.

WIM: Uppgift 1 sid 66, Uppgift 1 sid 67.

Extra uppgift **WIM:** Uppgift 2 sid 67.

Övning 8, 20/9. Pascals triangel och binomialsatsen. Talföljder, summor och serier.

Arbete med övningsuppgifter hörande till föreläsning 5 och 6.

Timme 1: Genomgång vid tavlan övningsuppgift 1 sid 13 **GF**

Gruppvis arbete med övningsuppgifterna 5, 6 och 8 på sidan 15 **GF**. Avslutas med kort gemensam diskussion.

Timme 2: Genomgång vid tavlan av övningsuppgift 3 sid 9 och övning 11 sid 10 **GF**.

Gruppvisa arbete med övningsuppgifterna 4 sid 9 samt 8, 9 och 12 sid 10 **GF**.

Vecka 39

Övning 9, 23/9. Workshop om decimalbråksrepresentation av reella tal.

Material finns på kurshemsidan. Skriv ut och ta med detta till övningen.

Ta också med din miniräknare.

Litteratur

- **WIM** sid 66 – 67 (4. *Rational Numbers and Periodic Decimals*). Du ska kunna redogöra för varför det är precis de rationella talen som har periodiska eller ändliga decimalbråksutvecklingar.
- **WIM** sid 68 – 71 (5. *General Definition of Irrational Numbers by Nested Intervals*). Du skall förstå och kunna redogöra för den grundläggande idén om hur följder av krympande interval kan användas för att definiera irrationella tal.
- **WIM** sid 71 – 72 (6. *Alternative Methods of Defining Irrational Numbers. Dedekind Cuts.*) Detta avsnitt kommer inte att examineras, men läs det för att få en smak av vad det handlar om.

Övning 10, 24/9. Seminarium 2.

Diskussion och redovisning av Seminarieuppgifter 2 från vecka 37 och 38.

Föreläsning 7, 25/9. Polynomfunktioner. Faktorisering av polynom.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **WIM** sid 101 – 103 (4. *The Fundamental Theorem of Algebra*). Här beskrivs grundläggande egenskaper för polynom, om deras nollställen och hur de kan faktoriseras. Det är viktigt att du förstår vad dessa egenskaper innebär, och att du kan följa det resonemang (bevis) som genomförs. Ett alternativt bevis till vissa av resultaten kommer att ges under föreläsningen.
- **GF** sid 16 – 23. Detta avsnitt i **GF** handlar om hur man med olika omskrivningar kan förstå hur graferna ser ut till polynom av lägre grad tal. Metoderna för att omforma polynomen (kvadratkomplettering, substitutioner m m) är viktiga i sig och kan användas i många andra sammanhang.

Rekommenderade uppgifter

GF Övningsuppgift 2 – 11, sid 16 – 22.

FK Uppgift 2.1: 1 – 3, sid 48

Extra uppgifter: **GF** Övningsuppgift 12 – 16, sid 22 – 23.

Föreläsning 8, 26/9. Exponentialfunktioner och potensfunktioner.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **GF** sid 24 – 28.
- **GF** sid 28 – 32. Detta avsnitt är en fördjupning som endast kommer att examineras för högre betyg.
- **FK** sid 82 – 86 (*Rotekvationer*)

Rekommenderade uppgifter

GF Övningsuppgift 1 – 3 och 7 – 10, sid 26 – 27.

FK Uppgift 2.1: 4 – 8, sid 48 – 49.

FK Uppgift 3.2: 1 – 6.

Kompletterande uppgifter om potens- och exponentialfunktioner, finns på kurshemsidan på KTH Social.

Extra uppgifter: **GF** övningsuppgifter 11 – 14, sid 28 – 32.

Övning 11, 27/9. Polynom, potensfunktioner och exponentialfunktioner.

Arbete med övningsuppgifter hörande till föreläsning 7 och 8.

Timme 1: Polynomfunktioner och faktorsatsen.

Genomgång vid tavlan: Övning 7 b) sid 20 och 9 b) sid 21 – 22 i **GF**.

Arbete gruppvis främst med: Övning 2 sid 18, Övning 7 sid 20 och Övning 10 sid 22, i **GF**.

Timme 2: Exponential- och potensfunktioner.

Genomgång vid tavlan: Övning 7 sid 27 i **GF**

Arbete gruppvis främst med Övning 9 och 10 sid 27 i **GF**, samt blad med extra uppgifter till föreläsning 8.

Vecka 40

Övning 12, 30/9. Repetition och reserv. Räknestuga.

Förberedelser. Under övningen kommer du att ha möjlighet att få individuell hjälp av din lärare, tänk därför igenom om vad du vill fråga om.

Övning 13, 1/10. Kontrollskrivning 2.

Kontrollskrivning 2 omfattande det vi arbetat med under vecka 38 och 39.

Föreläsning 9, 2/10. Trigonometriska funktioner och ekvationer.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **FK** Avsnitt 4.3 och 4.4 sid 130 – 144.
- Kompletterande material, *Bevis av additionssatsen för cosinusfunktionen*, finns på kurshemsida på KTH Social.
- Hans Wallin *Musik, bilder och matematik* (ur boken *Den osynliga matematiken*) och Philip J. Davis & Reuben Hersh *Fourier Analysis* (ur boken *The Mathematical Experience*). Dessa två texter finns på kurshemsidan på KTH Social. Läs dem med fokus på helheten, det matematiska detaljerna kommer inte att examineras. De handlar bägge om s k Fourier-analys, som handlar om hur man kan representera i stort sett godtyckliga funktioner som summor, serier eller integraler av trigonometriska funktioner. De trigonometriska funktionerna är byggstenar med vars hjälp man kan bygga upp andra funktioner, något som är mycket viktigt inom många tillämpningar. Fourier-analysens framväxt är också intimt förknippad med den historiska utvecklingen av funktionsbegreppet, som vi ska diskutera nästa föreläsning.

Rekommenderade uppgifter

FK Uppgift 4.3: 1, 3, 4, 5, 7, 8, sid 135 – 136.

FK Uppgift 4.4: 1, 2, 3, 5, 6, sid 143 – 144.

Extra uppgifter: **FK** Uppgift 4.3: 9, Uppgift 4.4: 7, 8, sid 22 – 23.

Föreläsning 10, 3/10. Funktionsbegreppet.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **GF** sid 33 – 38.

- **WIM** sid 272 – 289. De funktioner du har mött tidigare har nog nästan alltid varit funktioner där både definitionsmängden (de värden den oberoende variabeln) och värdemängden (de värden den beroende variabeln kan anta) är delmängder av de reella talen. I detta avsnitt i **WIM** ges många exempel på funktioner med andra definitions- och värdemängder. Du skall kunna

- ge exempel på funktioner med definitions- eller värdemängder andra än delmängder av de reella talen.

- kunna förklara vad som menas med inverterbara funktioner och deras invers, och också exempel på inverterbara funktioner och deras inverser.

- förklara vad som menas med sammansatta (eng *compound, composed*) funktioner och ge exempel på sådana.

Rekommenderade uppgifter

GF Övningsuppgift 1 – 7 sid 33 – 38.

WIM Uppgift 1 och 2 sid 286.

Kompletterande uppgifter om funktionsbegreppet på kurshemsidan på KTH Social. I

Övning 14, 4/10. Trigonometriska funktioner och ekvationer.

Arbete med övningsuppgifter hörande till föreläsning 9.

Vecka 41

Övning 15, 7/10. Workshop om funktioner, ekvationer och deras grafer.

Arbetsmaterial kommer att finna på KTH Social, skriv ut och ta med till övningen.

Övning 16, 8/10. Seminarium 3.

Diskussion och redovisning av Seminarieuppgifter 3 från vecka 39 och 40.

Föreläsning 11, 9/10. Logaritmfunktioner.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **GF** sid 38 – 41 (*Logaritmfunktioner*)
- **FK** Avsnitt 3.4 sid 96 – 103
- **WIM** sid 442 – 447 (*1. Definition and Properties of the Logarithm. Eulers' number e. 2. The Exponential function.*) Läs detta avsnitt i **WIM** som en orientering om ett alternativt, och matematiskt mer tillfredsställande sätt, att definiera *först* logartimfunktionen som en integral, och *därefter* exponentialfunktionen som inversen till logartimfunktionen. Fundera på
 - Vad är fördelen med att göra på detta sätt?
 - Vilka didaktiska skäl kan ligga bakom att man i gymnasiet och i inledande kurser på högskolan väljer att istället börjar med att införa exponentialfunktionen och sedan logaritmfunktionen som dess invers?

Rekommenderade uppgifter:

GF Övningsuppgifter 8 – 22 sid 39 – 41

FK Uppgift 3.4: 1 – 3 sid 103.

Övning 17, 10/10. Logaritmfunktioner. Ekvationer med exponential- och logaritmfunktioner.

Arbete med övningsuppgifter hörande till föreläsning 11.

Timme 1: Genomgång vid tavlan Övningsuppgifter 14, sid 39, och 20, sid 41 i **GF**.

Gruppvis arbete med uppföljning: Övningsuppgifter 15 – 17, 19 sid 40, **GF**.

Timme 2: Genomgång vid tavlan Exempel 6 sid 100 och Exempel 8 sid 101- 102 i **FK**.

Gruppvis arbete med uppföljning med uppgifter på sid 103 i **FK**.

Föreläsning 12, 11/10. Begreppen Derivata och Integral.

Förberedelser. Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **WIM** sid 398 – 409, rad 4. Det är viktigt att du förstår hur den bestämda integralen definieras som ett gränsvärde av allt mer finfördelade summor – det är den definitionen som svarar mot tillämpningar som att ”sträckan är integralen av hastigheten över tidsintervallet” m fl .
- **WIM** sid 414 – 421 (fram till 4. *Derivatives of trigonometric functions*). Även för derivatan är det definitionen som är nyckeln till att förstå de tolkningar som derivaten har i olika tillämpningar.

Att man kan beräkna integraler med hjälp av primitiva funktioner (anti-derivator), som man kanske tar som så självklart att man kanske tänker på det som definitionen, är i själva verket ett djupt och långt ifrån självklart resultat som man resonerar sig fram till utifrån definitionerna av integral och derivata.

Vecka 42

Övning 18, 14/10. Workshop om derivata som linjär approximation.

Arbetsmaterial kommer att finna på KTH Social, skriv ut och ta med till övningen.

Föreläsning 13, 14/10. Derivata och Integral, tillämpningar och samband.

Förberedelse.: Läs igenom den angivna litteraturen.

Litteratur

- **WIM** sid 423 – 427 (Fr o m 6. *Derivative and velocity* t o m 8. *Maxima and minima*). Observera hur derivatans definition naturligt ger tolkningen att "hastighet = derivata av sträcka med avseende på tid".
- **WIM** sid 433 – 436 (§4 *LEIBNIZ NOTATION AND THE "INFINITELY SMALL"*) Läs detta idéhistoriska avsnitt som en orientering.
- **WIM** sid 436 – 439 (1. *The Fundamental Theorem*). Här skisseras ett bevis för sambanden mellan derivata och integral. Läs ordentligt och var noga med att du förstår logiken i resonemanget. Observera också det didaktiska resonemanget på sidan 438 om risken med att införa termen "obestämd integral" (eng *indefinite integral*) innan den bestämda integralen definieras.
- **WIM** sid 464 – 469 (2. *The Integral* och 3. *Other Applications of the Concept of Integral. Work. Length.*) Observera hur (den bestämda) integralens definition tillåter oss att i olika tillämpningar tolka integraler som uttryck inte bara "area under kurvan" utan också t ex fysikaliskt arbete eller kurvors längd.

Övning 19, 18/10. Seminarium 4.

Diskussion och redovisning av Seminarieuppgifter 4 från vecka 41 och 42.

Övning 20, 18/10. Workshop om integraler som summation.

Arbetsmaterial kommer att finna på KTH Social, skriv ut och ta med till övningen.

Vecka 43

Föreläsning 14, 21/10. Reserv och repetition.

Övning 21, 21/10. Reserv och repetition.

Tentamen 24/10 kl 14.00 – 19.00.