Kontrollskrivning 2 SF1661 Perspektiv på Matematik
Torsdagen 27 september 2012, 10.15 – 11.30

Kontrollskrivningen består av tre uppgifter som var och en bedöms med maximalt 4 poäng. Den som uppnår minst 7 poäng totalt får tillgodoräkna sig 3 poäng, och den som uppnår minst 9 poäng får tillgodoräkna sig 4 poäng, på uppgift 2 vid ordinarie tentamen och vid ordinarie omtentamen.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är korrekt, fullständig och tydligt presenterad. Det innebär speciellt att införda beteckningar skall definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade.

Inga hjälpmedel tillåtna.

Lycka till!

1. a) Bestäm koefficienten framför x^6y^5 i utvecklingen av $\left(x+\dfrac{y}{2}\right)^{11}$.

(2p)

b) För vilka reella tal x gäller det att

$$2^{2x} + 2^x \leq 20 \quad ?$$

(2p)

2. a) Bestäm ett polynom $p(x)$ av grad 3 sådant att
$p(1) = p(i) = p(-i) = 0$, och faktorisera $p(x)$ så långt som möjligt i polynom med reella koefficienter.

(2p)

b) Skriv polynomet $q(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 2$ på formen $At^3 + Bt + C$, genom att substituera x med en lämplig ny variabel t.

(2p)

V. G. Vänd!

3. a) Visa att

$$\sum_{k=1}^{5} \frac{9}{(100)^k} = \frac{(10)^{10} - 1}{11 \cdot (10)^{10}}.$$

(2p)

b) Beräkna summan av serien

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{9}{(100)^k}$$

och ange summan som både som decimaltal och på formen $\frac{p}{q}$, $p, g \in \mathbb{N}$, där $\mathrm{SGD}(p, q) = 1$.

(2p)