

Hans Thunberg  
KTH Matematik  
SF1661 Perspektiv på Matematik

SVAR TILL VISSA REKOMMENDERADE UPPGIFTER I GOTTLIEB, *Aritmetik* OCH *Funktionslära*

**Gottlieb, *Aritmetik* (GA)**

**GA s 4**

10) Alla de fyra räknesätten.

**GA s 19 – 20**

1)  $a = k$ ,  $b = 17 - 2k$ ,  $k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ . Största möjliga  $a$  är  $a = 8$ .

2)  $3 \cdot 2^{18}$     4)  $a = 5$     5)  $b = 13$

**GA s 34**

12 a) 343      12b) 1352

**GA s 44 – 47**

29) För alla reella  $z$ .    30) För alla rent imaginära  $z$

31)  $0$ ,  $z$ ,  $w$  och  $z + w$  bildar hörnen i ett parallelogram där  $0$  och  $z + w$  är motstående hörn.

33) 100    34) 10    39)  $\frac{17 - 19i}{13}$     43c)  $x = 2 \pm 3i$

**GA s 48 – 50**

2)  $\frac{23}{56}$     3)  $\frac{1}{247}$     4)  $2^{30} \cdot 5 \cdot 13$     6)  $\frac{1}{4}$     7)  $5 - 2\sqrt{6}$     8b) 84

11)  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 5$     13)  $5^6 < 2^{24} < 3^{18} < 4^{15}$     18)  $\frac{35}{4}$     20)  $i$     21)  $\frac{4}{3}$

23)  $\frac{3}{2}$

**Gottlieb, *Funktionslära* (GF)**

**GF s 5**

8)  $z_1 = 3(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ)$ ,  $z_2 = 3(\cos 198^\circ + i \sin 198^\circ)$

9)  $16 - 16\sqrt{3}i$     11)  $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}$     13)  $-\frac{1}{128} - \frac{i\sqrt{3}}{128}$

**GF s 8 - 10**

$$1) \frac{3}{5} \cdot \frac{4^{10} - 1}{4^8} = \frac{3}{5} (16 - 4^{-8}) \quad 4) \frac{1+\sqrt{2}}{2} \quad 6) n = 7 \quad 8) 15 - 15i$$

$$9) \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i \quad 10) f(x) = \frac{1}{2^x - 1}$$

**GF s 11 - 15**

$$1b) x^5 + 5x^3 + 10x + 10\frac{1}{x} + 5\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^5}$$

$$5) \binom{14}{11} = 364 \quad 6) \binom{10}{6} = 210$$

**GF s 16 - 23**

$$6) x = \sqrt{2} \text{ ger största värdet } 3 \quad 7a) y = 6x - 6, y'(1) = 6$$

$$7b) y = (4 + 2a)x - 5 - a^2, y'(a) = (4 + 2a).$$

10) Med nya variabler  $t = x - 3$  och  $s = y + 3$  får kurvan ekvationen  $s = t^3 - 16t$ . Inflexionspunkten är  $(x, y) = (3, -3)$  och tangentens ekvation i denna punkt är  $y = -16x + 45$ .

**GF s 24 - 32**

$$1) c = 16 \quad 3a) 24$$

$$3b) a^c = 3^{2/3} \cdot 192^{1/3} = 12 \text{ och } a^d = 3^{1/3} \cdot 192^{2/3} = 48.$$

9) Minsta värdet är 0 vilket fås för  $x = 2$ . För stora värden på  $x$  närmar sig kurvan linjen  $y = \frac{1}{4}$ .

**GF s 33 - 38**

2)  $y = 2^x + 3^x$  är strängt växande och därmed inverterbar.  $y = \frac{1}{x}$  är inverterbar men varken växande eller avtagande. Övriga är ej inverterbara och ej heller växande eller avtagande.

$$4) y = \sqrt[3]{x-1} \quad 5) f^{-1}(x) = \frac{3x-2}{x-1}, x \neq 1$$

6) I punkterna  $(2, 1)$  och  $(-10, -2)$ .

**GF s 38 - 41**

$$12) \log_3 27 = 3, \log_5 5\sqrt{5} = \frac{3}{2}, \log_7 \frac{49}{\sqrt[3]{7}} = \frac{5}{3}$$

$$14) \frac{35}{3} \quad 15) 16 \quad 16) 1 \quad 21) \ln 4 \quad 22) 8$$