Övning 5:
- Frekvensbeskrivning
- Bodediagram

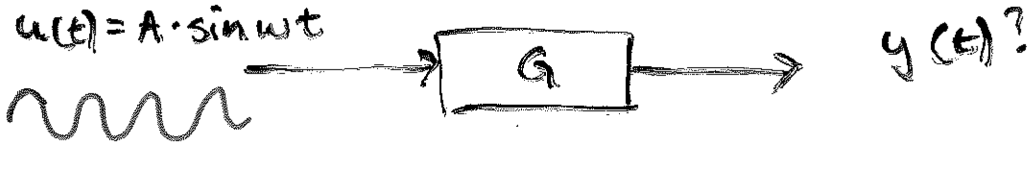
Uppgifter: 4.1, 4.2ab, 4.4, 5.8a

Teori del 1: Frekvensbeskrivning

Motivering:
- Funktioner kan beskrivas **via** Fouriertransform eller Fouriersummor.
  Dvs. som integraler eller summor över sinus- och cosinusfunktioner.

- För linjära system gäller <u>superposition</u>:
  En linjärkombination av insignaler ger samma linjärkombination av utsignaler.

Frekvenssvar: Funktionen <u>$G(i\omega)$</u>
- Om insignalen är en sinus, vad blir då utsignalen?



<u>Svar</u>: Se sid 82. $y(t) = |G(i\omega)|\, A \sin(\omega t + \phi)$

$\uparrow$ <u>Förstärkning</u>

ϕ : $\arg(G(i\omega))$ <u>Fasförskjutning</u>

4.1

4 Frequency Description

4.1

A mercury thermometer can be described with high accuracy as a first order linear time invariant dynamic system. The input is the real temperature and the output is the thermometer reading. In order to decide the transfer function in a thermometer it is placed in liquid where the temperature is varied as a sinusoid. The obtained result is shown in Figure 4.1.

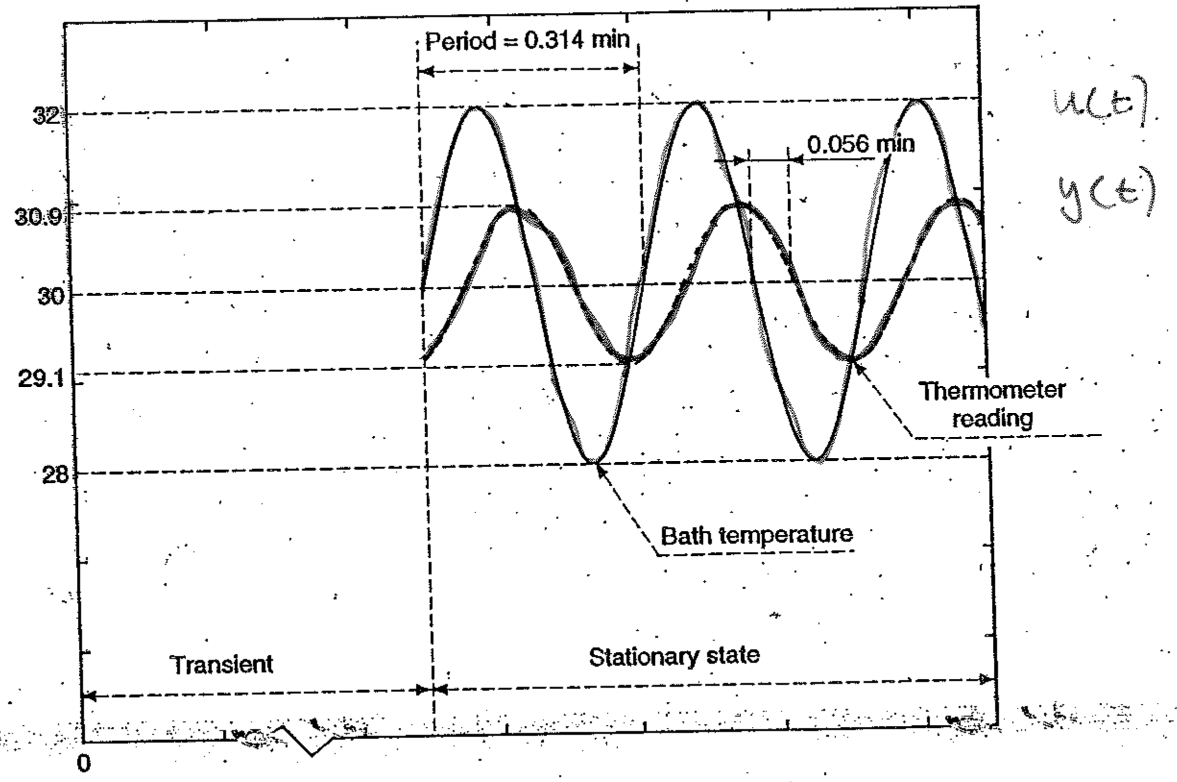


Figure 4.1

Find the transfer function of the thermometer.

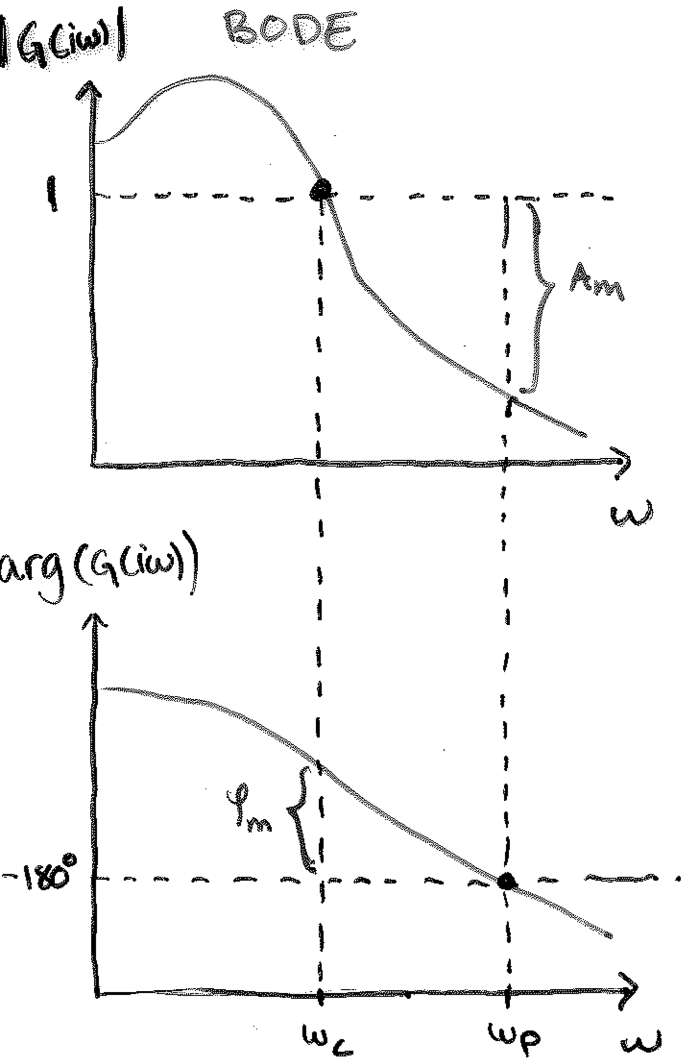
Teori del 2 : Bodediagram

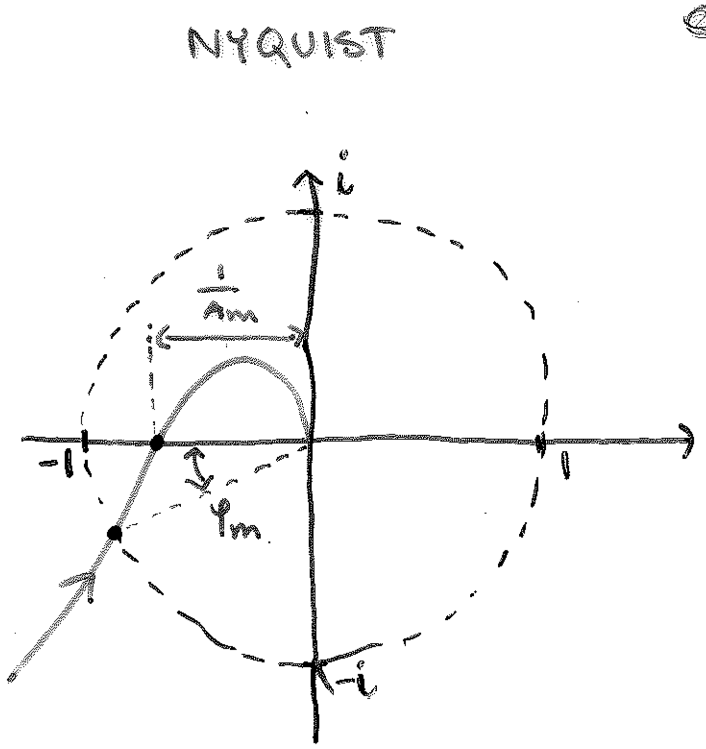
- Visar samma sak som Nyquistkurvan, men delas upp i två diagram:
  - $\log|G(i\omega)|$ som funktion av $\log \omega$.
  - $\arg(G(i\omega))$ som funktion av $\log \omega$.

- <u>Fysikalisk tolkning</u>:
  - $|G(i\omega)|$: förstärkningen av $\sin \omega t$.
  - $\arg(G(i\omega))$: fasförskjutning av $\sin \omega t$.

- <u>Additivt</u>:
  - $\log|G_1 G_2| = \log|G_1| + \log|G_2|$
  - $\arg(G_1 G_2) = \arg G_1 + \arg G_2$

- Informativt för både det slutna och det öppna systemet. Dock olika specifikationer.





- Öppet system G_0.

Specifikationer:

- $\underline{\omega_p}$: fasskärfrekvensen

BODE: Det ω där faskurvan skär -180°.

NYQ: — " — nyq.kurvan skär neg. Re-axeln.

- $\underline{\omega_c}$: skärfrekvens

BODE: Det ω där beloppskurvan skär 1.

NYQ: — " — nyq.kurvan skär enhetscirkeln

- $\underline{\varphi_m}$: fasmarginalen

BODE: Faskurvans avstånd till -180° vid $\omega = \omega_c$.

NYQ: Vinkeln mellan neg. Re-axeln och den punkt där kurvan skär enhetscirkeln.

- A_m: amplitudsmarginalen

BODE: Amplitudkurvans avstånd till 1 vid $\omega = \omega_p$ (log!)

NYQ: Inversa avståndet från origo till den punkt där kurvan skär neg. Re-axeln.

- Amplitudmarginalen och fasmarginalen kallas <u>stabilitetsmarginaler</u>.

- Fasmarginalen φ_m är ett mått på hur mycket faskurvan kan flyttas innan systemet blir instabilt.

- Amplitudmarginalen, A_m, är ett mått på hur mycket amplitudkurvan kan höjas innan systemet blir instabilt.

Att skissa ett Bode-diagram

- Amplitudkurvan

1.) Faktorisera $G(s)$:

$$G(s) = \frac{K\left(1+\frac{s}{z_1}\right)\left(1+\frac{s}{z_2}\right)\cdots\left(1+\frac{s}{z_m}\right)}{s^p\left(1+\frac{s}{p_1}\right)\left(1+\frac{s}{p_2}\right)\cdots\left(1+\frac{s}{p_n}\right)}$$

p: antalet poler i origo

m: antalet nollställen

n: antalet poler skilda från origo.

2.) Asymptoter:

(i) Lågfrekvens: De termer i $G(i\omega)$ som dominerar för små ω.

(ii) Högfrekvens: De termer i $G(i\omega)$ som dominerar för stora ω.

3.) Brytpunkter: Punkterna där $\omega = z_1, z_2 \ldots z_m, p_1, p_2 \ldots p_n$.
Vid brytpunkterna ändras lutningen på kurvan.
- varje pol ger −1.
- varje nollställe ger +1.

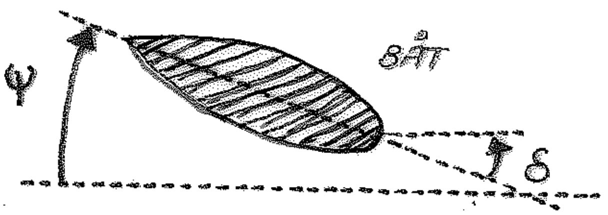
- Utgå ifrån 1.), 2.) och 3.) och skissa amplitudkurvan!

- Faskurvan: Beräkna $\arg(G(i\omega))$ för några ω.
Baserat på detta: Skissa faskurvan

(Ofta given)

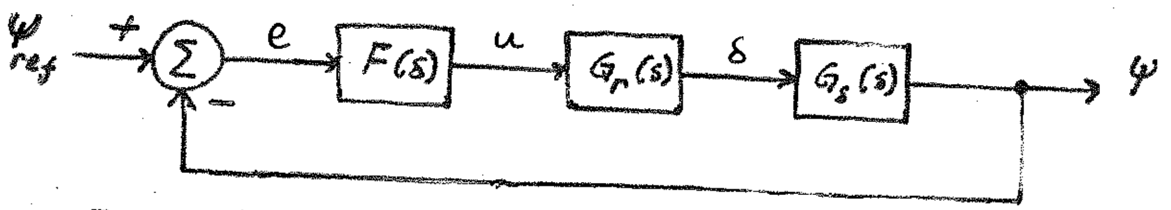
4.2

VI VILL HÅLLA EN BÅT PÅ RÄTT KURS, ψ, GENOM AUTOMATISK REGLERING AV RODRETS VINKEL, δ.



VINKELHASTIGHETEN FÖR BÅTEN ÄR $\boxed{\omega = \dot{\psi}}$

FÖLJANDE DIFF. EKVATION GÄLLER FÖR SMÅ ω OCH δ $\boxed{T_1 \dot{\omega} = -\omega + K_1 \delta}$, DÄR $T_1 = 100$ OCH $K_1 = 0.1$. DEN ÖNSKADE KURSEN, ψ_{ref}, OCH DEN MÄTTA KURSEN, ψ, SKICKAS IN I AUTOPILOTEN, SOM GER EN SIGNAL u TILL RODRETS MOTOR.

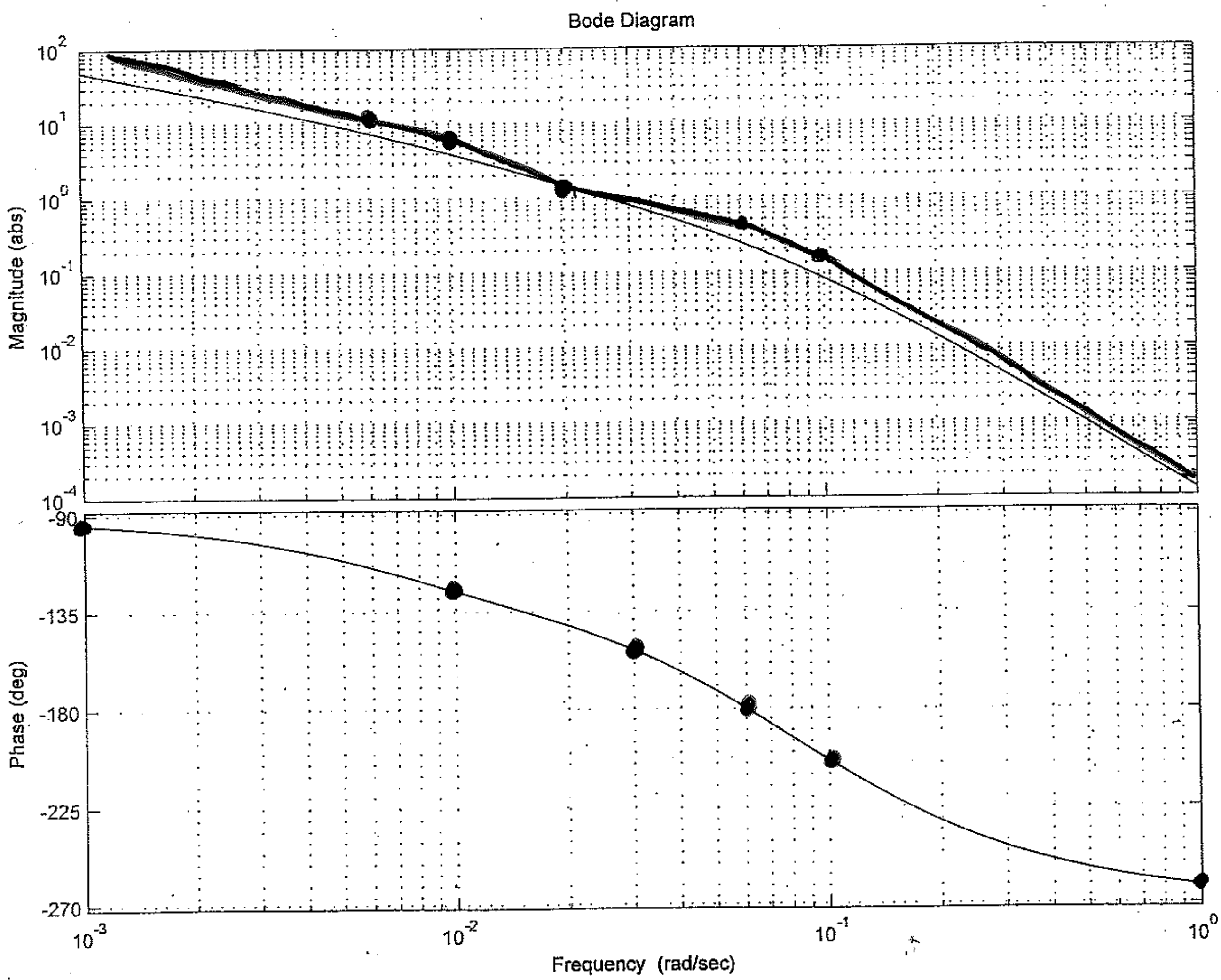


$$F(s) = \frac{K(1 + s/a)}{1 + s/b}, \quad a = 0{,}02 \text{ OCH } b = 0{,}05$$

$$G_r(s) = \frac{1}{1 + sT_2}, \quad T_2 = 10$$

$G_s(s)$ GES AV DIFF. EKVATIONERNA OVAN.

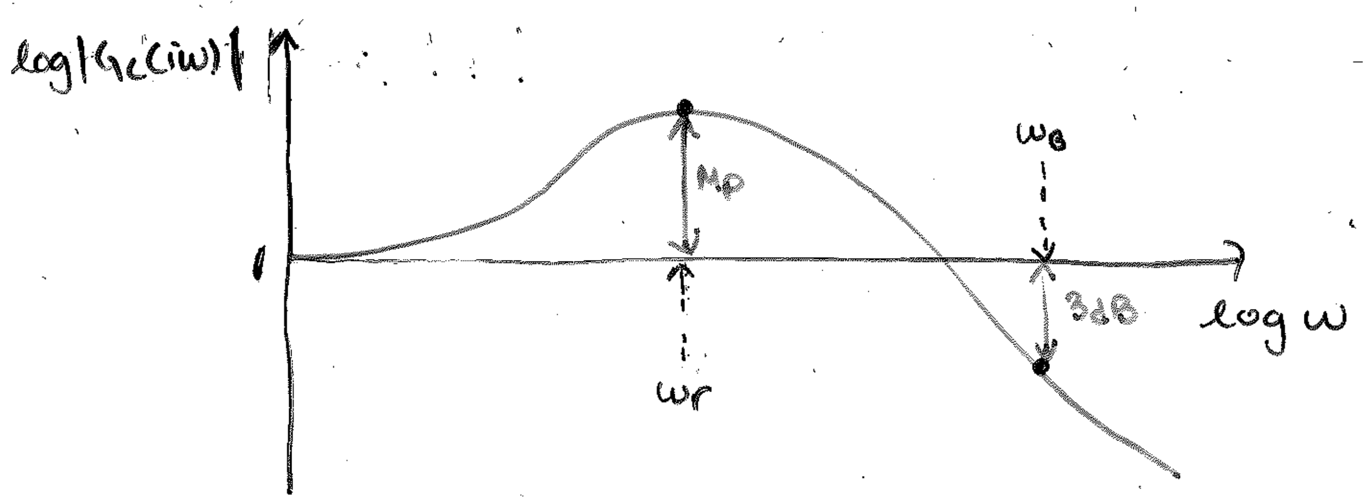
4.2.a


Bode Diagram
Magnitude (abs)
Phase (deg)
Frequency (rad/sec)
10^2
10^1
10^0
10^-1
10^-2
10^-3
10^-4
-90
-135
-180
-225
-270
10^-3
10^-2
10^-1
10^0

4.4

BODEDIAGRAM

SPECIFIKATIONER FÖR DET SLUTNA SYSTEMET, G_c



- M_p: resonanstopp , ω_r: resonansfrekvens
- ω_B: bandbredd , $-3\,dB = \frac{1}{\sqrt{2}}$

4.4

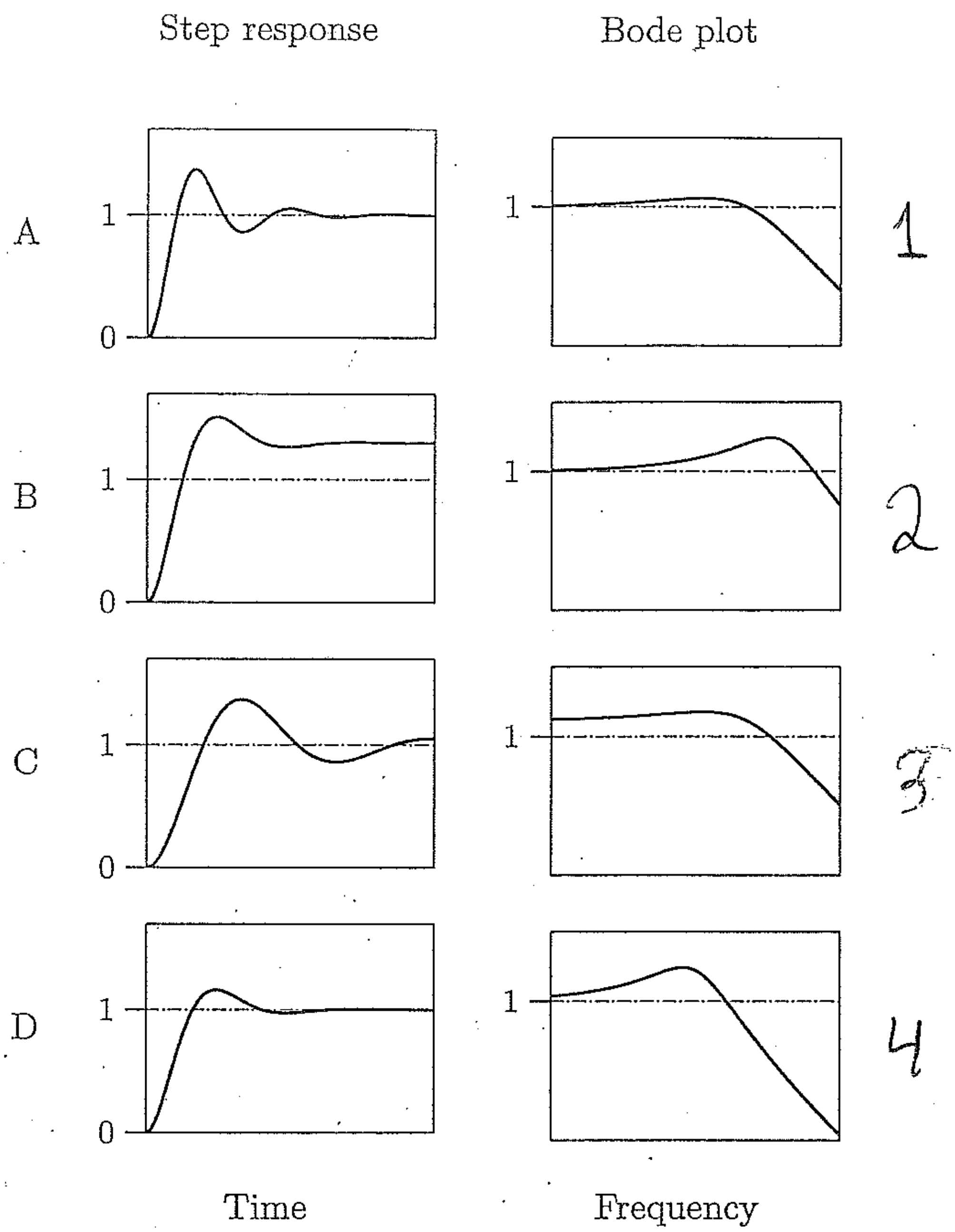


Figure 4.4a. All comparable diagrams have equal scaling.

5.8a BLOCKDIAGRAM MED TIDSFÖRDRÖJNING:

BODEPLOTTEN FÖR $G_1(s)$ VISAS NEDAN.

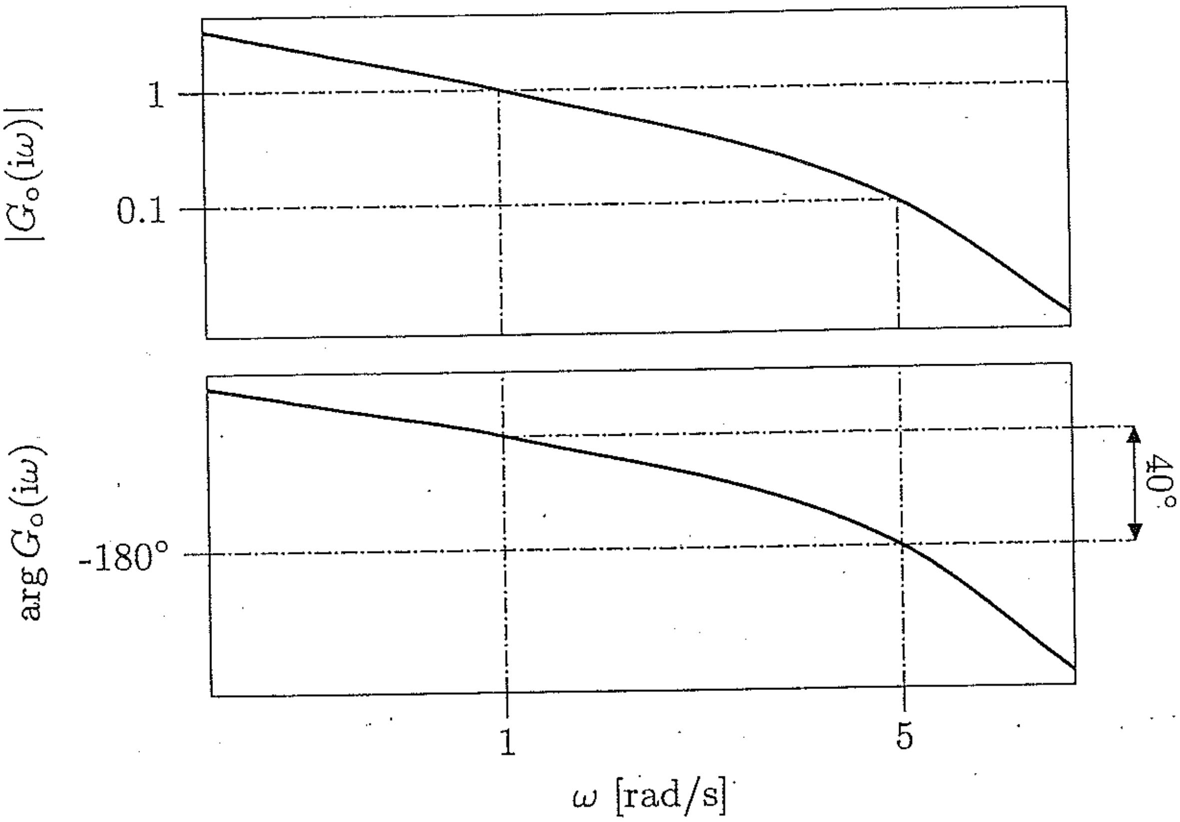


Figure 5.8b.