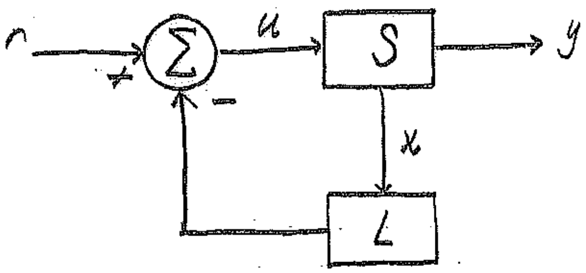
TEORI

TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING

- LÅT INSIGNALEN u BESTÄMMAS AV TILLSTÅNDEN x.



$$u(t) = -Lx(t) + r(t)$$

- S BESKRIVS PÅ TILLSTÅNDSFORM AV

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

- DET SLUTNA SYSTEMET BESKRIVS SOM

$$\dot{x} = (A - BL)x + Br$$
$$y = Cx$$

- DET SLUTNA SYSTEMETS POLER ÄR LIKA MED EGENVÄRDENA TILL $A - BL$.

STYRBARHET

- KAN L OCH DÄRMED POLERNA VÄLJAS FRITT?

  JA, OMM SYSTEMET ÄR STYRBART.

- ETT SYSTEM ÄR STYRBART OM DET FINNS EN INSIGNAL SOM FÖR TILLSTÅNDET FRÅN ORIGO TILL x^* PÅ ÄNDLIG TID.

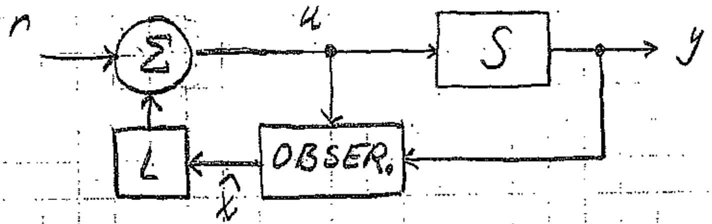
- TEST:

$$\mathcal{S} = (B \;\; AB \; \dots \; A^{n-1}B)$$
$$\det(\mathcal{S}) \neq 0 \Leftrightarrow \text{STYRBART}$$

- ETT SYSTEM PÅ STYRBAR KANONISK FORM ÄR STYRBART.

OBSERVATÖR

- TILLSTÅNDSÅTERKOPPLING KRÄVER ATT VI KAN MÄTA x. OM x INTE KAN MÄTAS SÅ KAN VI SKATTA DEN MED HJÄLP AV EN <u>OBSERVATÖR</u>.



$\hat{x}$: SKATTADE TILLSTÅNDEN

- OBSERVATÖREN: $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}) =$

$$= (A - KC)\hat{x} + Bu + Ky$$

- OBSERVATÖRENS POLER ÄR LIKA MED EGENVÄRDENA TILL $A-KC$. DESSA AVGÖR HUR SNABBT SKATTNINGSFELET $x-\hat{x}$ GÅR MOT 0.

OBSERVERBARHET

- KAN POLERNA TILL OBSERVATÖREN VÄLJAS FRITT?
  JA, OMM SYSTEMET ÄR <u>OBSERVERBART</u>.
- ETT SYSTEM ÄR OBSERVERBART OM DET INTE FINNS NÅGOT INITIALVÄRDE $x_0 \neq 0$ SÅ ATT $y=0$ OM $u=0$.
- TEST:

$$\mathcal{O} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}, \quad \det(\mathcal{O}) \neq 0 \Leftrightarrow \text{OBSERVERBART}$$

- ETT SYSTEM PÅ OBSERVERBAR KANONISK FORM ÄR OBSERVERBART.

8.10 Give the dimensions of the controllable and unobservable subspaces to the systems below. Give also the controllable and unobservable subspaces.

a)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1.5 \end{pmatrix} x$$

b)

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -4 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} x$$

9 State Feedback

9.1 Consider the system

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

a) Calculate a state feedback that places the poles in I) $\{-3, -5\}$, II) $\{-10, -15\}$. What limits the possibility to achieve arbitrary dynamics of the closed loop system?

b) Suppose only the output is measured. Calculate an observer that makes the transfer function from the reference signal to the output the same as in a). Discuss the influence of the poles of the observer.

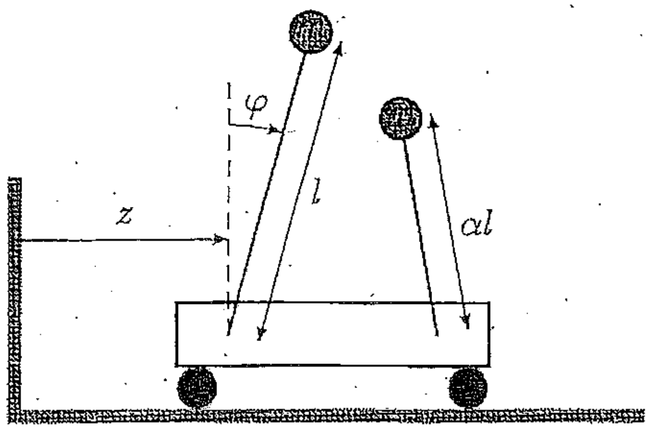


Figure 8.13a

8.13 Two mathematical pendulums are mounted on a trolley. They are mounted so that they can move without friction in a plane coinciding with the direction of movement for the trolley. The lengths of the pendulums are ℓ and $\alpha\ell$ and their masses are m. For one pendulum we have

$$\ddot{z}\cos\varphi + \ddot{\varphi}\ell = g\sin\varphi$$

a) Linearize the system to the left in Figure 8.13a around $\varphi = 0$ and put the constants ℓ, m, and g to 1 and write the equations in the form $\dot{x} = Ax + Bu$.

b) Give the values on α for which the system is controllable. Give a practical motivation.