REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2013–10–25, kl 14:00 – 19:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor
och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Elling Jacobsen 08 790 7325

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2013-11-15.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3,
Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Låt $u(t) = 10\sin(2\pi t)$, $t \geq 0$, vara insignal till ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s}$$

Antag att initialvärden är noll och beräkna motsvarande utsignal $y(t)$ för $t \geq 0$. (2p)

(b) Ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+\epsilon s)}, \quad \epsilon \geq 0$$

återkopplas med regultorn $F(s) = 1$. Ange för vilka värden på $\epsilon \geq 0$ som motsvarande återkopplade system är stabilt. (2p)

(c) Ange differensekvationen från reglerfel $e(t)$ till insignal $u(t)$ då PI-regulatorn

$$u(t) = 10\left(e(t) + \frac{1}{10}\int_0^t e(\tau)d\tau\right)$$

approximeras med hjälp av Euler bakåt och samplingsintervall $T = 0.2$. (3p)

(d) Linjärisera det skalära systemet ($\dim\{x(t)\} = 1$)

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= x(t)u(t)\\ y(t) &= x^2(t)\end{aligned}$$

runt stationär punkt för $u(t) = 1$. (3p)

2. (a) Studera ett dynamiskt som kan beskrivas av

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)},$$

och som regleras med hjälp av PD-regulatorn

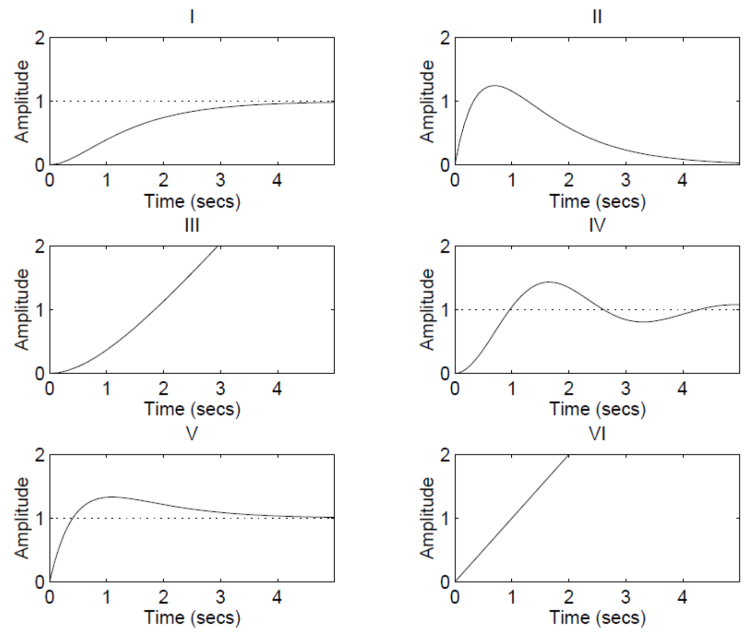
$$F(s) = K_P + K_D s.$$

Välj K_P så att

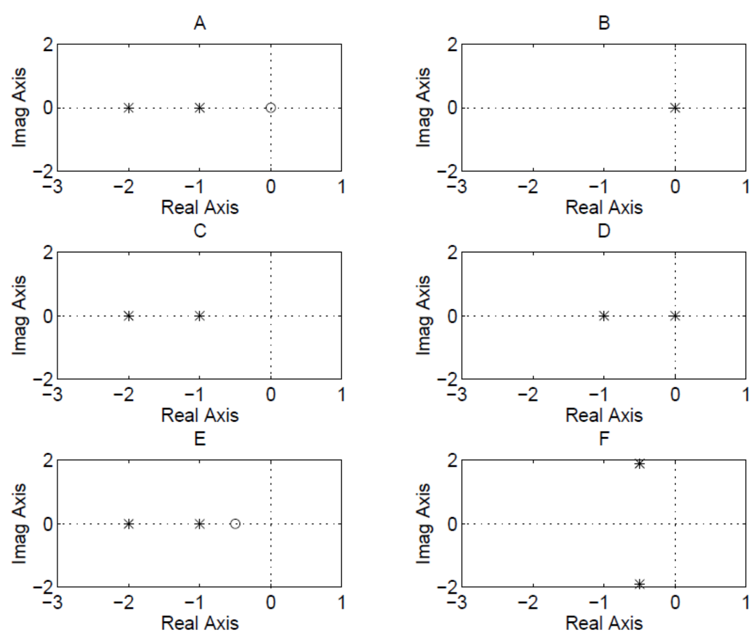
$$\frac{K_P}{K_D} = \alpha > 0$$

Rita rotort med avseende på K_D för det slutna systemets poler och avgör vilka värden på $K_D > 0$ som det återkopplade systemet är stabilt. (4p)

(b) Para ihop stegsvaren i Figur 1 på nästa sida med pol-nollställediagramen i Figur 2. Motivera väl! (6p)



Figur 1: Stegsvar för Uppgift 2b)



Figur 2: Pol-nollställediagram för Uppgift 2b)

3. Uppgiften är reglera ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

(a) Bestäm en PI-regulator

$$F_{PI}(s) = K_{PI}\frac{T_I s + 1}{T_I s}$$

som ger en skärfrekvens $\omega_c = 1\,\text{rad/s}$ och en fasmarginal på $\varphi_m = 39°$. (5p)

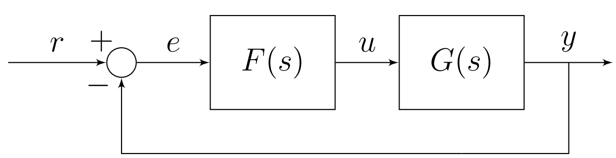
(b) Regulatorn i Uppgift a) ger ett tillräckligt snabbt system, men en för stor översläng. För att råda bot på detta ökar vi fasmarginalen till $\varphi_m = 60°$ med hjälp av en lead-regulator

$$F_{lead}(s) = K\frac{\tau_D s + 1}{\beta\tau_D s + 1}$$

som kopplas i serie med regulatorn framräknad i Uppgift a), dvs den nya regulatorn blir

$$F(s) = F_{lead}(s)F_{PI}(s)$$

Bestäm motsvarande lead-regulator och därmed $F(s)$. (5p)



Figur 3: Blockdiagram för det återkopplade systemet.

4. Betrakta systemet

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \end{pmatrix} x(t)$$

(a) Är systemet styrbart? (1p)

(b) Beräkna en tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -\begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x(t)$$

som placerar det slutna systemets poler i -1 och -1. (2p)

(c) Antag att

$$u(t) = -\begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x(t)$$

För vilka värden på l_1 och l_2 är motsvarande återkopplade system **inte** observerbart? Bestäm också i dessa fall det icke-observerbara underrummet. (5p)

(d) Antag att

$$u(t) = -\begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix} x(t)$$
$$x(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

där l_1 och l_2 är framräknade i Uppgift b). Beräkna motsvarande utsignal $y(t)$ för $t \geq 0$. (2p)

5. Studera ett system med insignal $u(t)$, utsignal $y(t)$ och överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{s^2},$$

Det är välkänt att detta system **inte** kan stabiliseras med en P-regulator $F(s) = K_1$, men att det går bra med en PD-regulator.

(a) Låt

$$u(t) = -K[y(t) + \tau_D \dot{y}(t)], \quad K > 0, \quad \tau_D > 0,$$

Bestäm K och τ_D så att motsvarande skärfrekvens blir $\omega_c = 1$ rad/s och fasmarginal blir $\varphi_m = 45^o$. (2p)

(b) Antag **istället** att man återkopplar från utsignalen och en fördröjd mätning av utsignalen, dvs

$$u(t) = -K_1 y(t) + K_2 y(t-T), \quad K_1 > 0, \quad K_2 > 0, \quad T > 0$$

Observera att man gör positiv återkoppling från den tidsfördröjda tidskontinuerliga utsignalen (det är inte en digital regulator)!

Visa att motsvarande återkopplade system blir stabilt om

$$\frac{\pi^2}{T^2} > (K_1 + K_2)$$

Ledning: Använd Nyquistkriteriet (5p)

(c) För att få insikt i hur regulatorn i Uppgift b) fungerar så approximera derivatan i PD-regulatorn i Uppgift a) med

$$\dot{y}(t) = \frac{y(t) - y(t-T)}{T}.$$

och återkoppla systemet, givet av $G(s)$, med

$$u(t) = -K\left[y(t) + \frac{\tau_D\,[y(t) - y(t-T)]}{T}\right],$$

där K och τ_D är framräknade i Uppgift a) och $T > 0$.
För vilka värden på T blir motsvarande återkopplade system stabilt (det är inte en digital regulator)? (3p)