

Spektrala Transformer

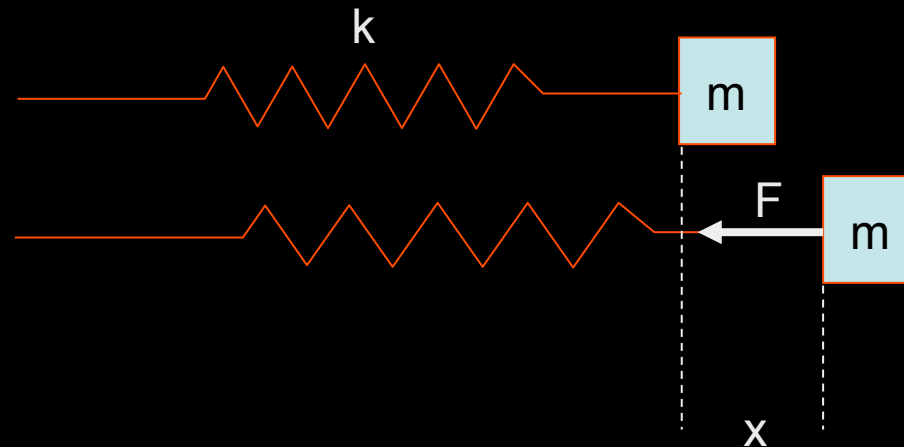
Introduktion
svängningar & fasvektorer

När behövs spektrala transformer?

- Kodning/komprimering:
gsm, mp3, jpeg, mpeg...
- Audio/musik:
syntes, effekter (reverb, pitch-shift...)
- Talteknologi:
talsyntes, taligenkänning, talkodning
- Bildbehandling:
bildförbättring, datorseende...

Harmoniska svängningar

- Förekommer överallt i naturen
- Återställande kraften proportionell mot avböjningen



Harmoniska svängningar (forts.)

- Newtons rörelseekvation och Hooks lag ger

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Svängningsmoder hos en sträng

$$y(x) = \sin(\pi x/L)$$

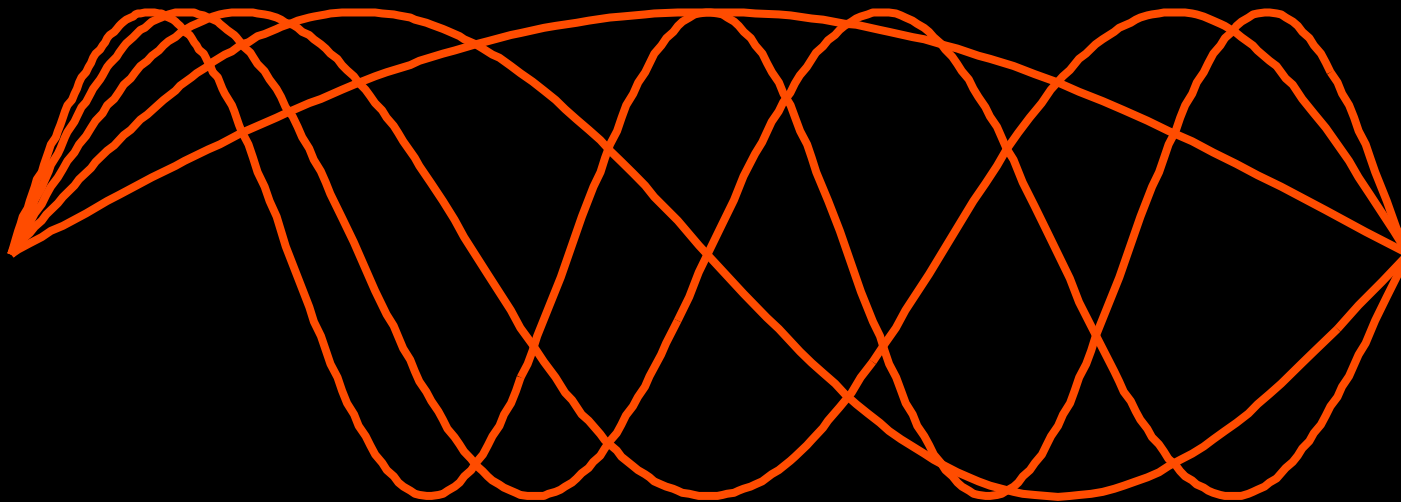
$$y(x) = \sin(2\pi x/L)$$

$$y(x) = \sin(3\pi x/L)$$

$$y(x) = \sin(4\pi x/L)$$

$$y(x) = \sin(5\pi x/L)$$

...



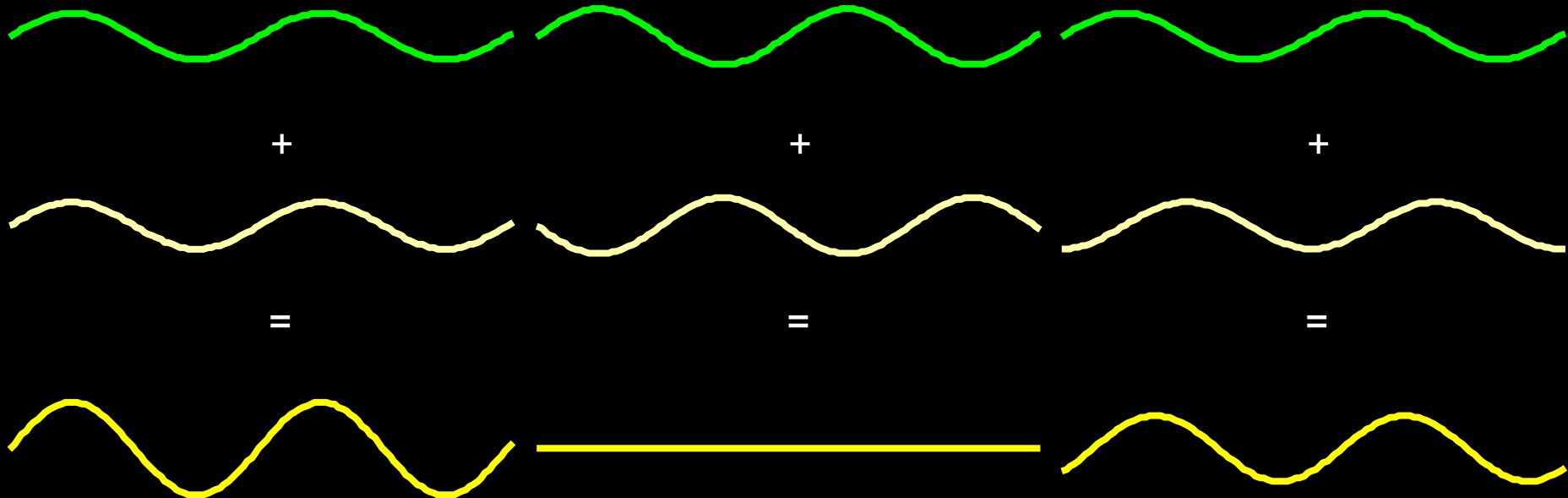
Summor av svängningar

$$y(t) = \sin \omega t + \sin \omega(t + \tau)$$

$$\omega\tau = 0$$

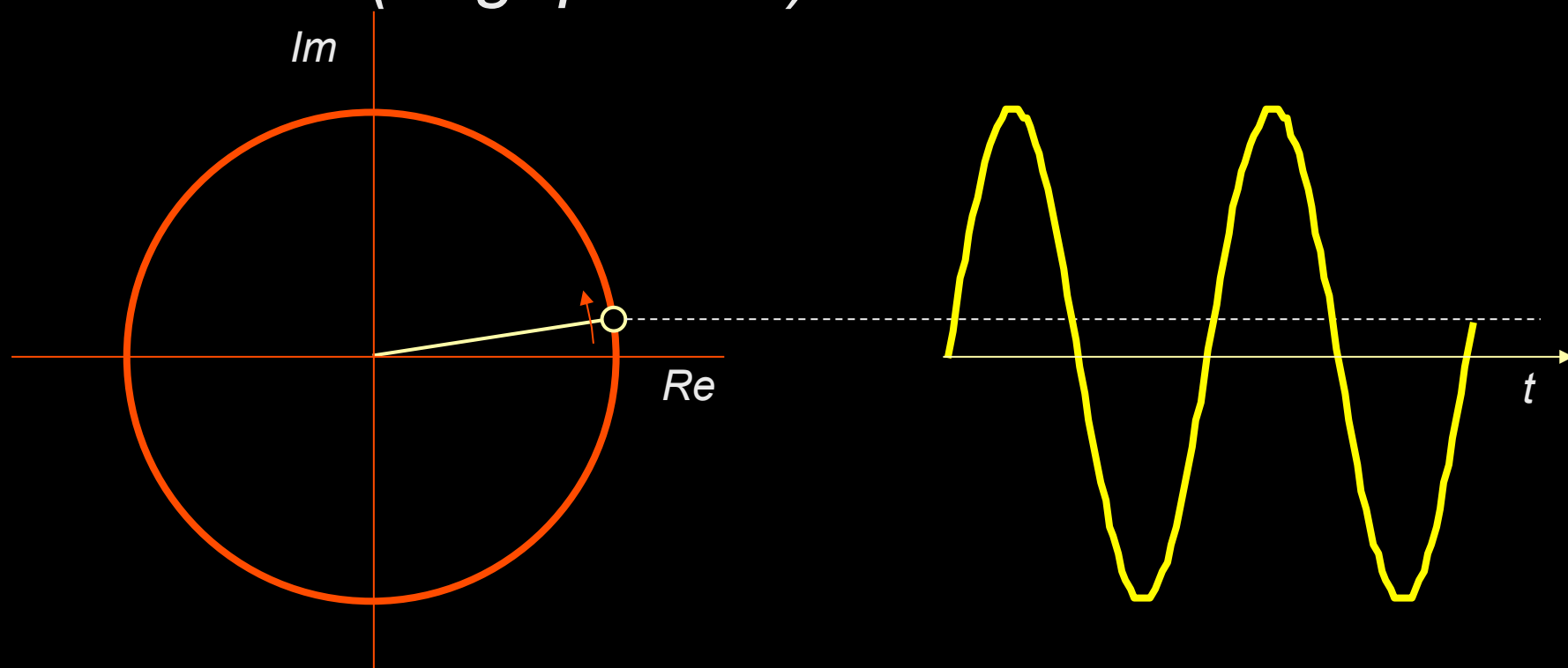
$$\omega\tau = \pi$$

$$\omega\tau = -1.58$$



Svängningar som cirkelrörelser

i det komplexa talplanet
fasvektor (eng: phasor)



Komplexa tal

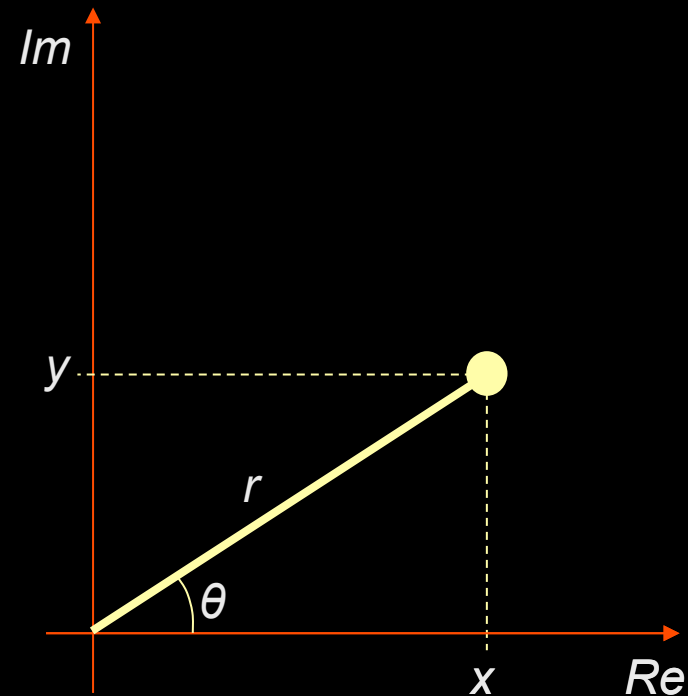
$$j^2 = -1$$

rektangulär form

$$z = x + jy$$

polär form

$$z = r (\cos \theta + j \sin \theta) \\ = re^{j\theta}$$



Komplexa tal, räknereregler

$$z_1 = x_1 + jy_1 \quad z_2 = x_2 + jy_2$$

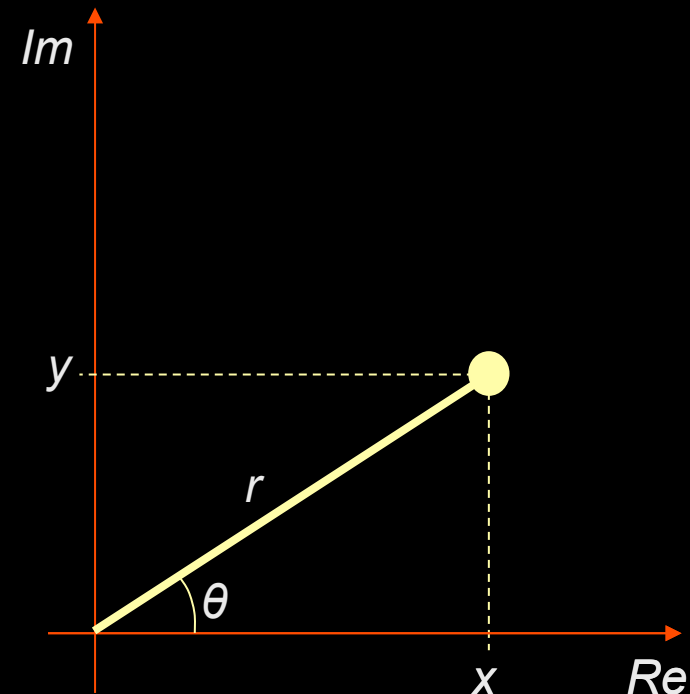
$$z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 \\ + j(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

polär form

$$z_1 z_2 = r_1 e^{j\theta_1} r_2 e^{j\theta_2} \\ = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$



Komplexa tal (forts.)

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$