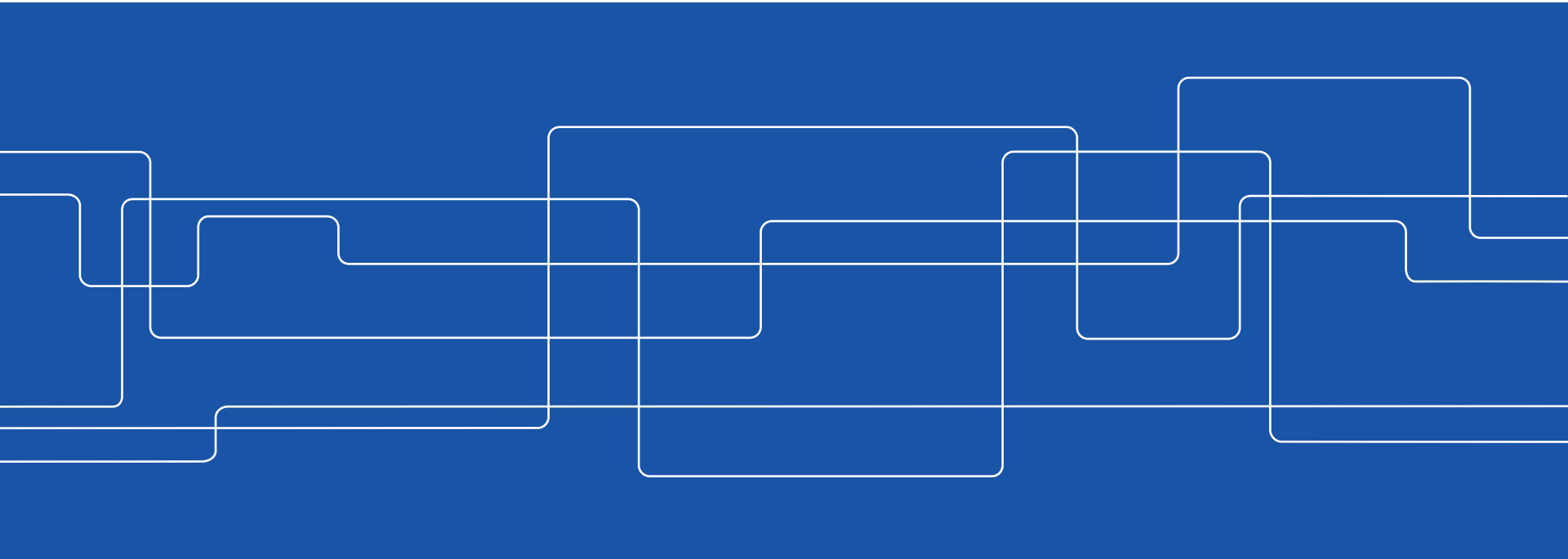




Reglerteknik AK, Period 2, 2013

Föreläsning 6

Jonas Mårtensson, kursansvarig





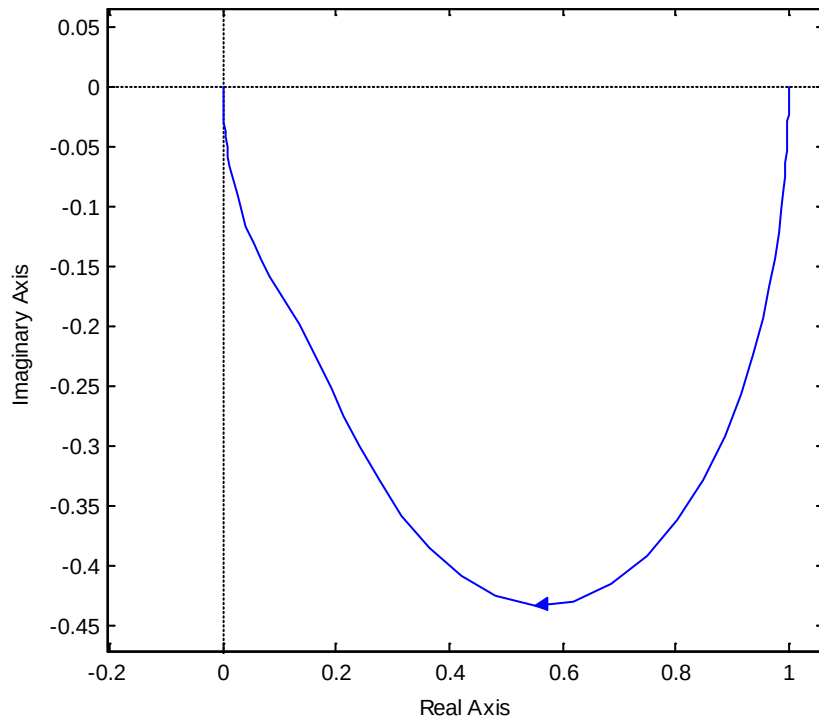
Senaste två föreläsningarna

- Frekvensbeskrivning, Bodediagram
- Stabilitetsmarginaler
- Specifikationer (tids-/frekvensplan, slutna/öppna systemet)
- Kompensering (Frekvensplanet, PD/PI, lead/lag)

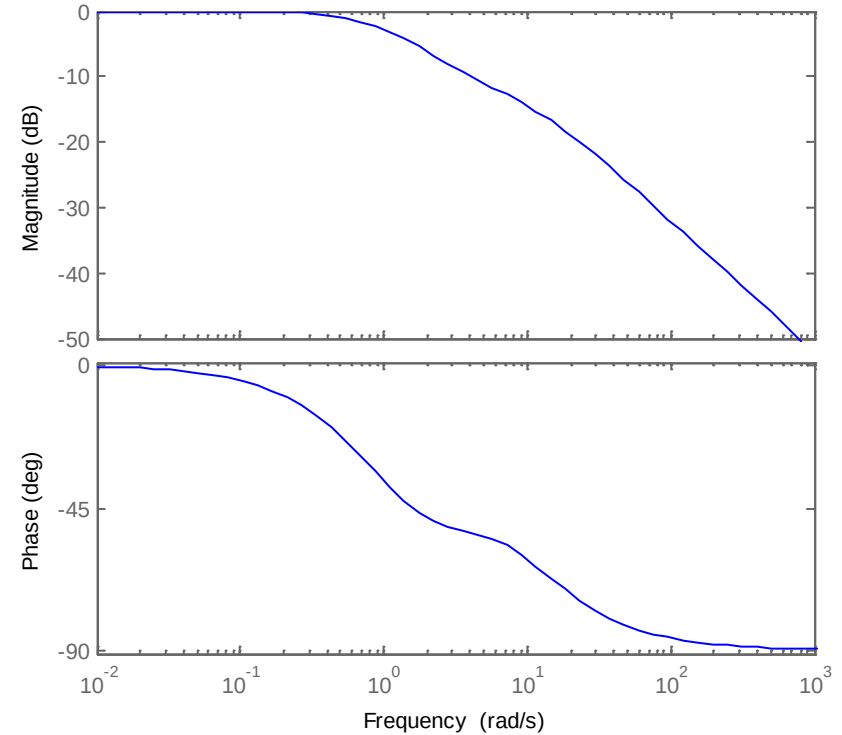
Frekvensbeskrivning

$$\sin(\omega t) \xrightarrow{\quad} \boxed{G(s)} \xrightarrow{\quad} |G(i\omega)| \sin(\omega t + \phi), \quad \phi = \arg G(i\omega)$$

Nyquist Diagram

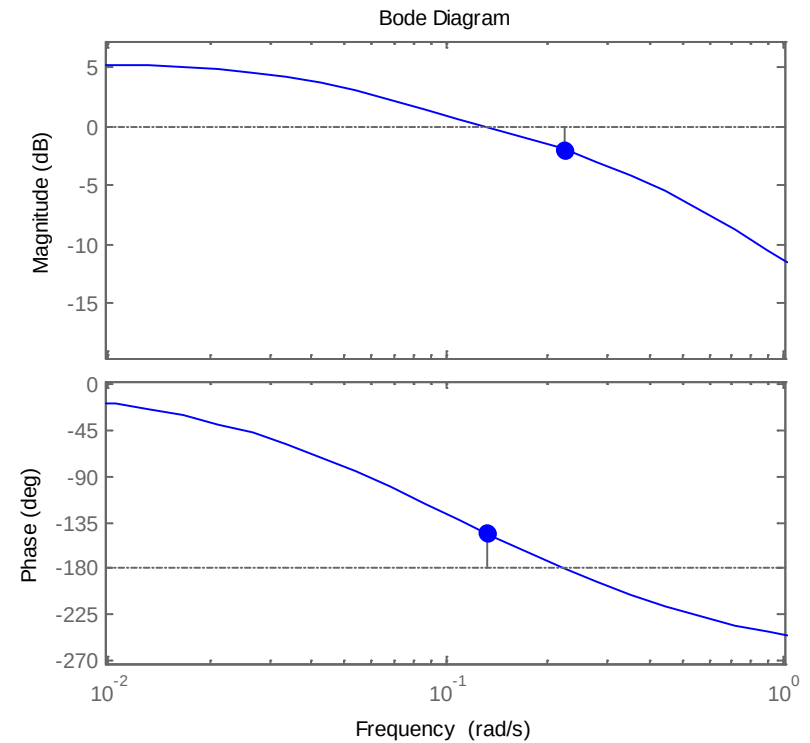
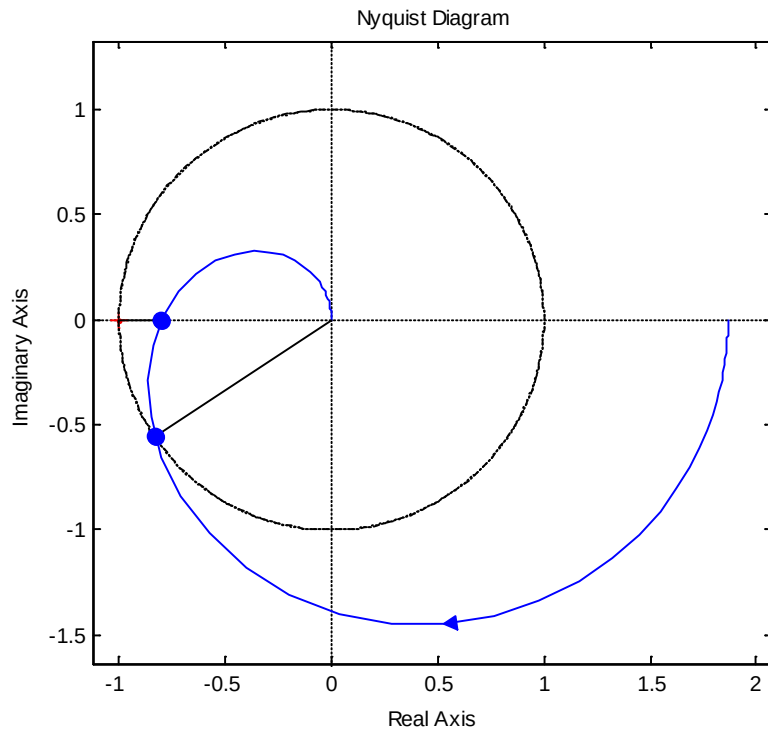


Bode Diagram



Stabilitetsmarginaler

Nyquistkriteriet, stabilt G_o . Slutna systemet stabilt om -1 ligger till vänster om $G(i\omega)$, $\forall \omega$

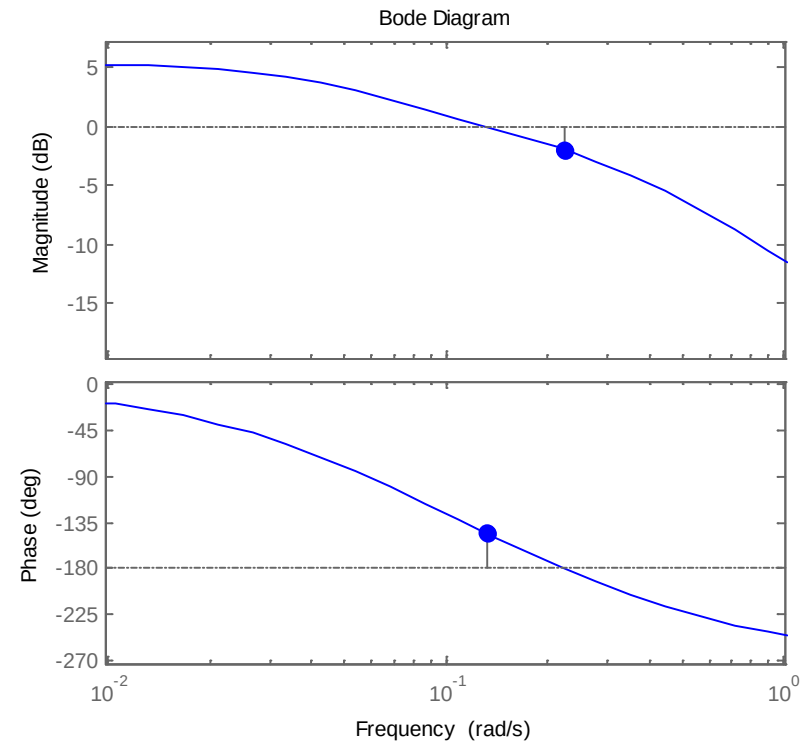
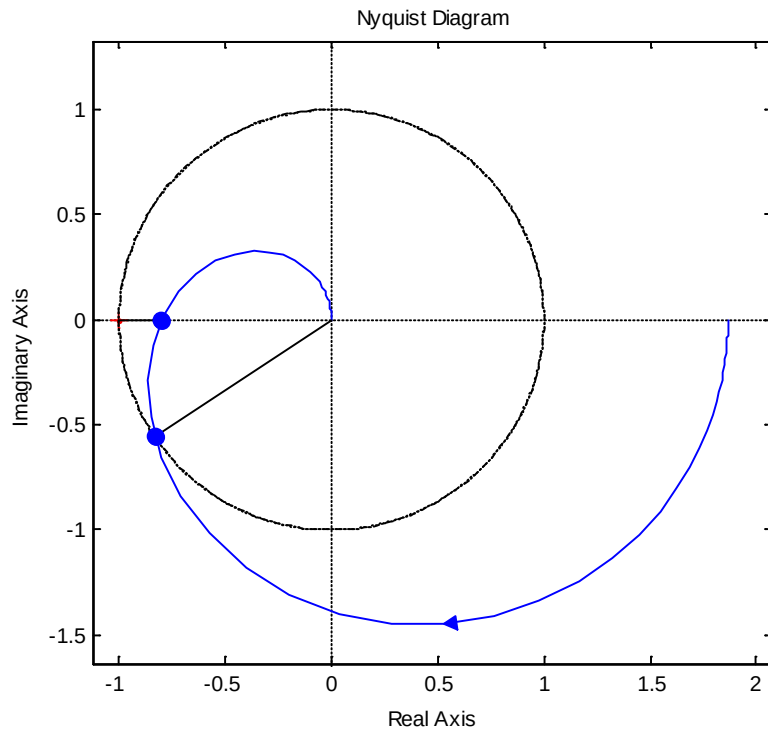


Skärfrekvens ω_c : $|G(i\omega_c)| = 1$

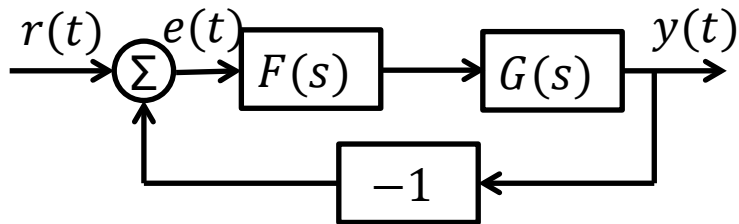
Fasmarginal ϕ_m : $\arg G(i\omega_c) + 180^\circ$

Fas-skärfrekvens ω_p : $\arg G(i\omega_p) + 180^\circ = 0$

Amplitudmarginal $A_m = 1/|G(i\omega_p)|$



Specifikationer i tidsplanet

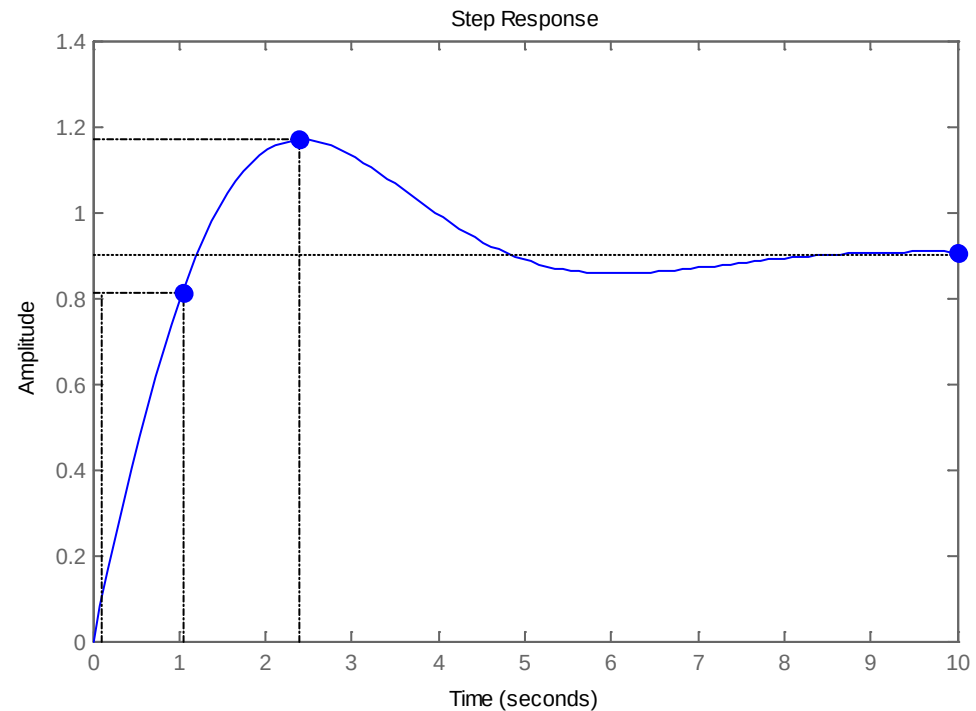


Steg i referenssignalen, $r(t) = 1$

Stigtid T_r : från 10% till 90% av slutvärdet

Översläng M : i förhållande till slutvärdet

Stationärt fel $e_o = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$



Specifikationer i frekvensplanet

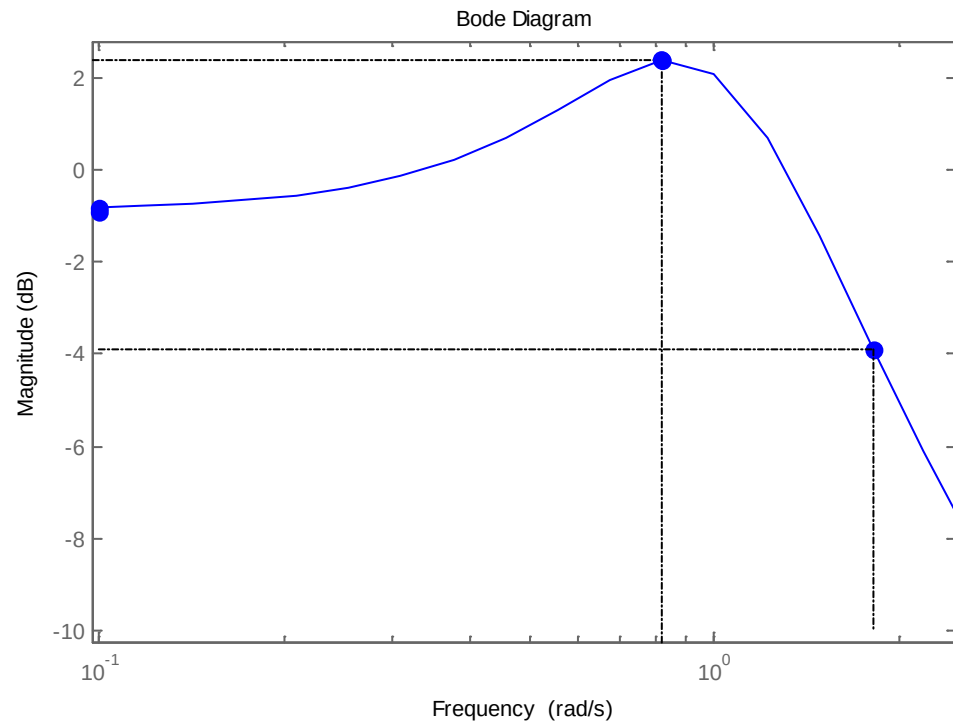
Överföringsfunktion från $r \rightarrow y$

Önskemål: $G_c(i\omega) = 1, \forall \omega$

Statiskt fel: $e_o = 1 - G_c(0)$

Resonanstop: M_p

Bandbredd: $\omega_B: |G_c(i\omega_B)| = \frac{G_c(0)}{\sqrt{2}}$
(-3dB)



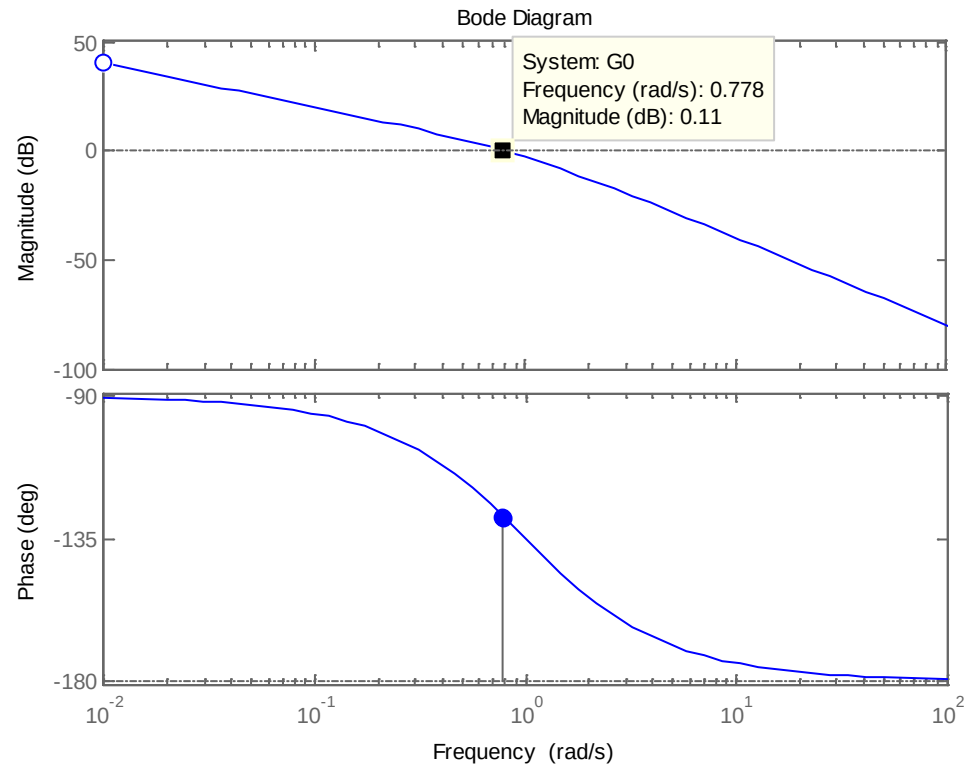
Översättning till krav på GF

Skärfrekvens: $\omega_c \approx \omega_B$

Fasmarginal: $M_p \geq \frac{1}{\phi_m}$

Statisk förstärkning

$G_c(0) \approx 1 \Leftrightarrow G_o(0) \approx \infty$

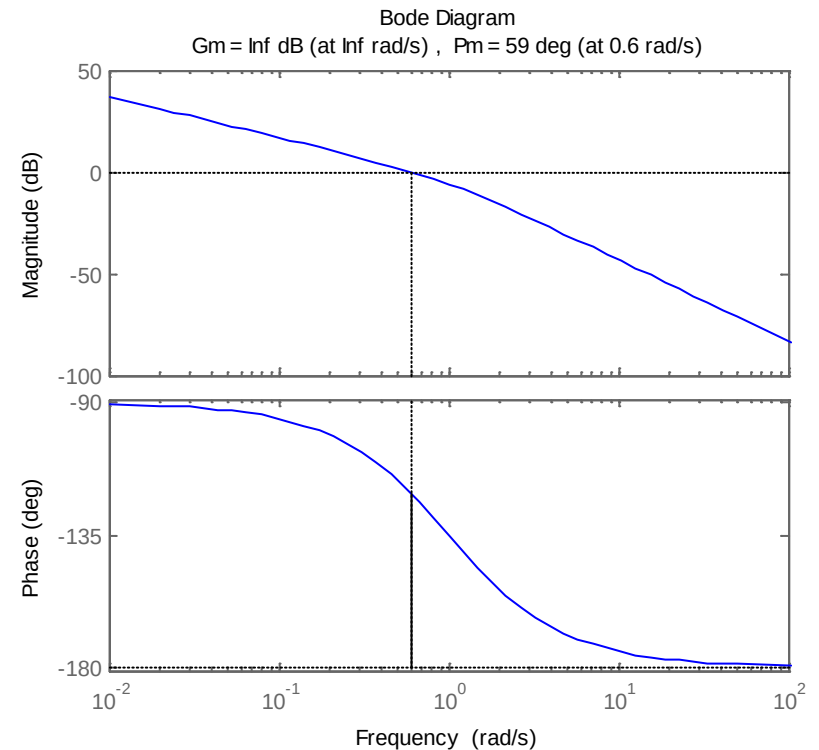
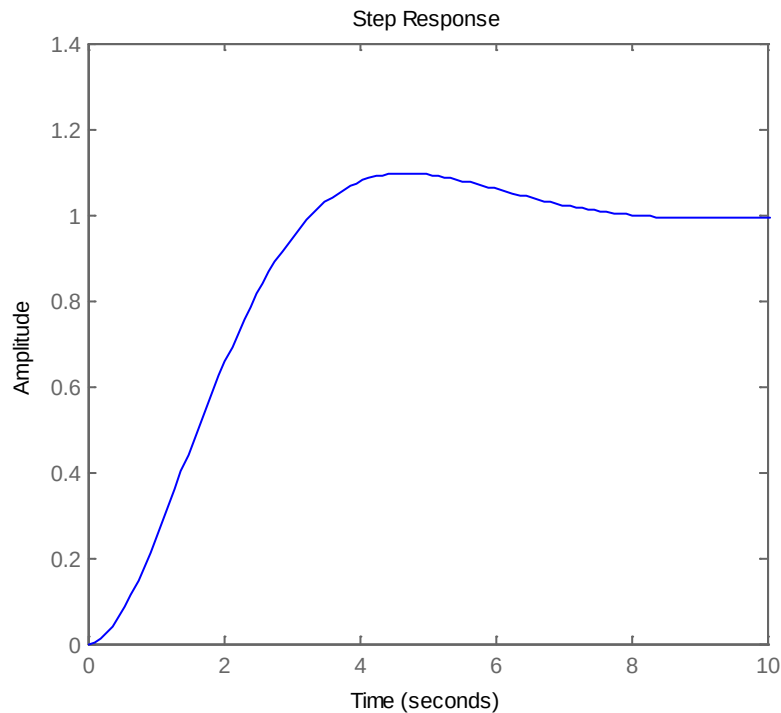


Exempel - kompensering

$$G(s) = \frac{0.7}{s(s+1)}, \quad F(s) = 1$$

Minska överslängen = öka fasmarginalen

Lägre stigtid = öka skärfrekvensen



$$\frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1}$$

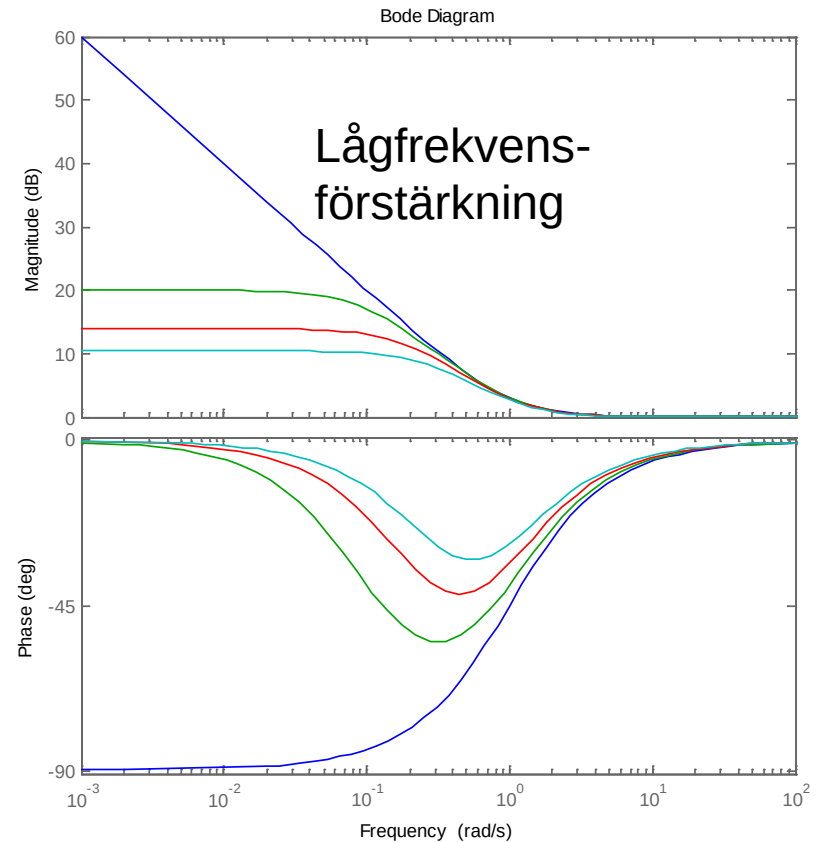
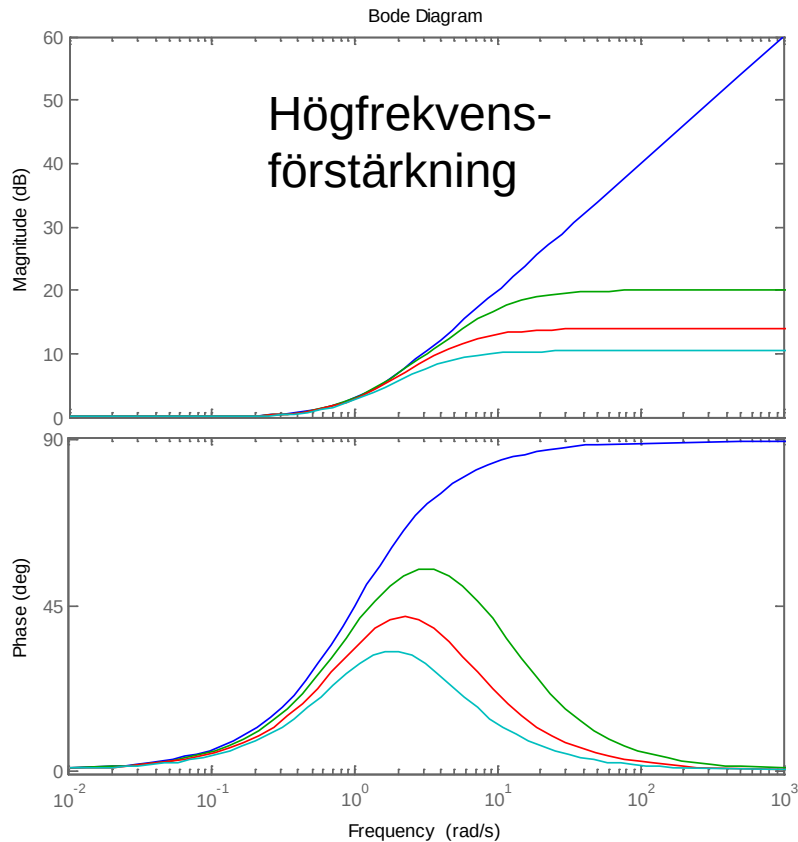
PD/lead

$$\beta = \gamma \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3\}$$

$$T_D = T_I = 1$$

$$\frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

PI/lag



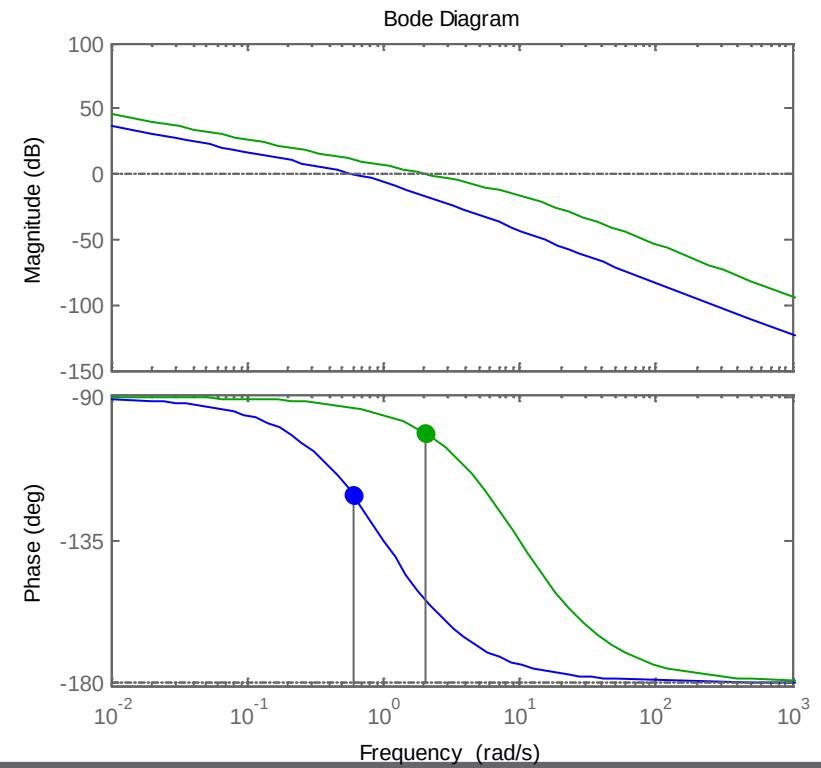
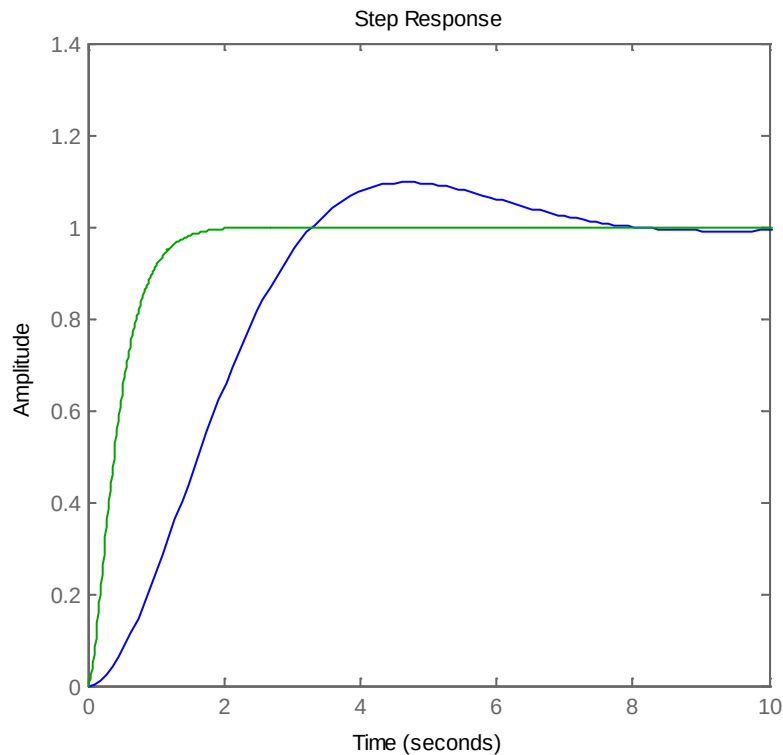
Exempel - kompensering

$$G(s) = \frac{0.7}{s(s+1)}, \quad F(s) = 1$$

Minska överslängen = öka fasmarginalen

Lägre stigtid = öka skärfrekvensen

$$F_2(s) = 3 \frac{s+1}{0.1s+1}$$



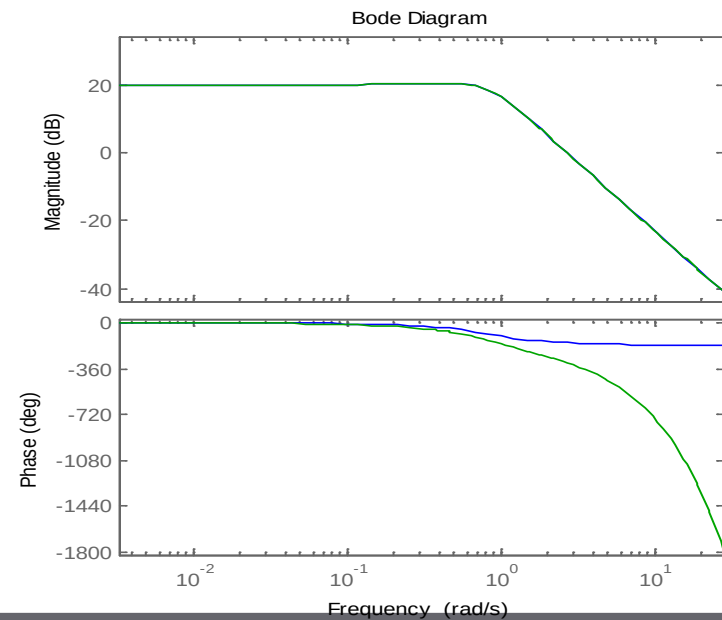
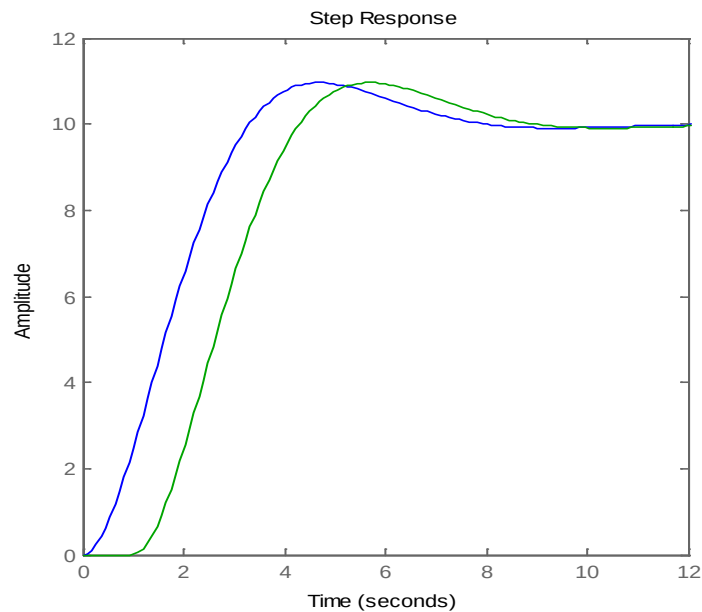


Dagens föreläsning

- Tidsfördröjningar och icke-minfassystem (kap 5.5-5.6)
- Varför kan man inte reglera godtyckligt bra? (kap 6.2)
 - Känslighetsfunktionen
 - Begränsad styrsignal
 - Komplementära känslighetsfunktionen
- Vad händer om modellen $G(s)$ är dålig? (kap 6.3-6.4)
 - Robusthet mot instabilitet
 - Modellfel och reglerprestanda
- En mer generell reglerstruktur (kap 6.5)
 - Mer frihetsgrader att forma regulatorn

Tidsfördröjningar $e^{-Ts}G(s)$

Amplitudkurvan oförändrad,
Stor fasförsämring, svårt att reglera

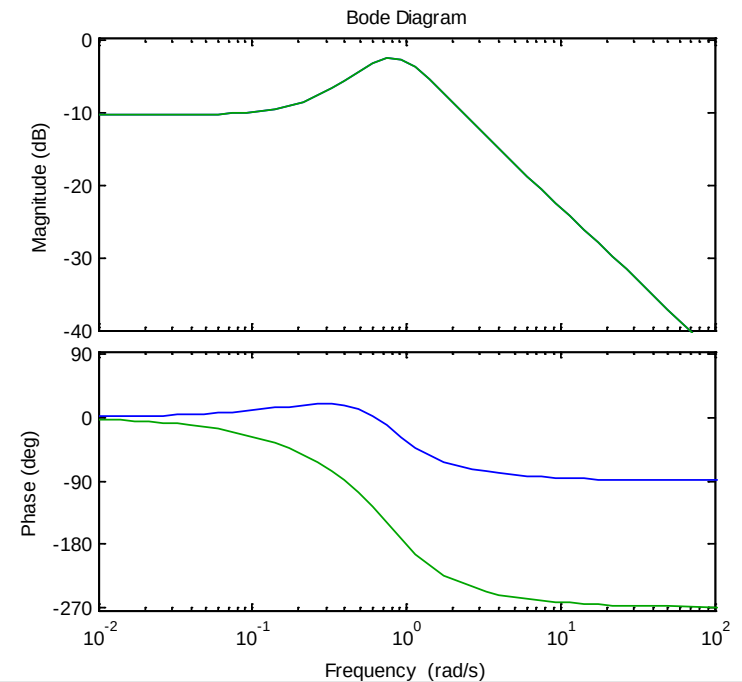
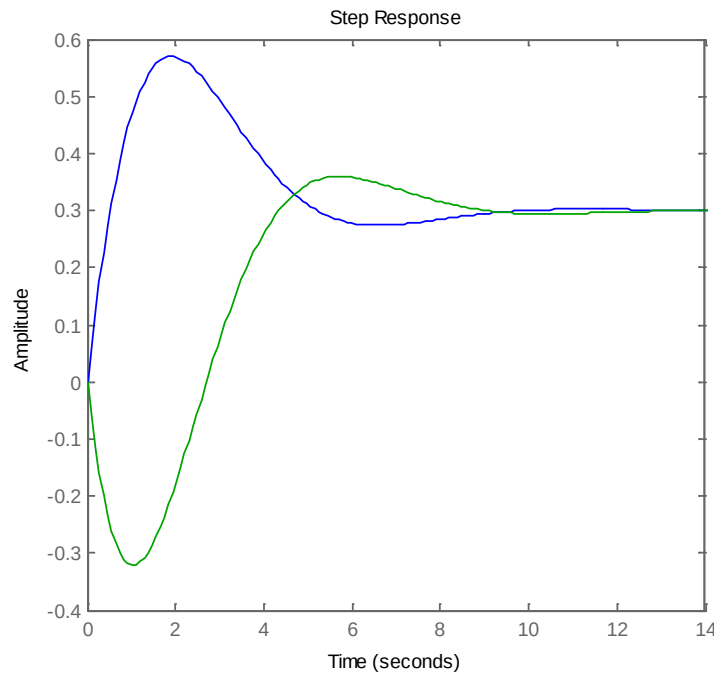


Nollställena i HHP : $(-s + a)$ vs. $(s + a)$

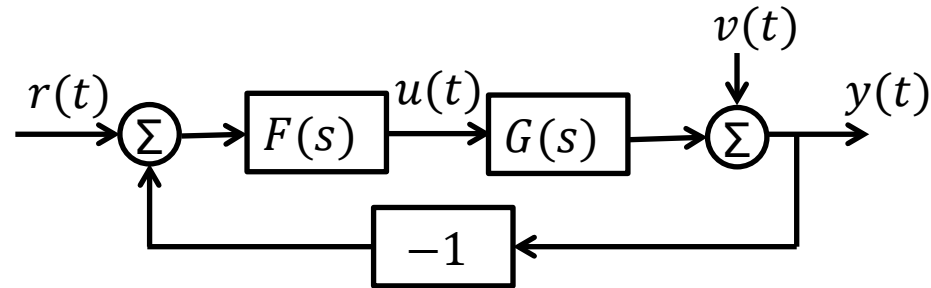
Speglade nollställena – samma amplitudkurva

Lägre faskurva – svårt att reglera

Stegsvaret går åt "fel" håll initialt



Kan man reglera hur bra som helst?



$$Y = \frac{GF}{1 + GF} R + \frac{1}{1 + GF} V = G_c R + S V$$

Mål med regleringen:

Referensföljning, $G_c \approx 1, \forall \omega$

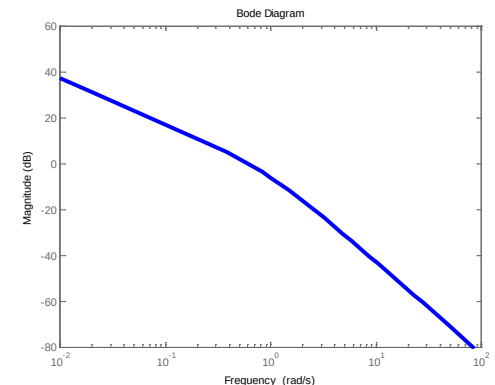
Störningsundertryckning, $S \approx 0, \forall \omega$

Båda kraven uppfylla om GF är tillräckligt stor för all ω !

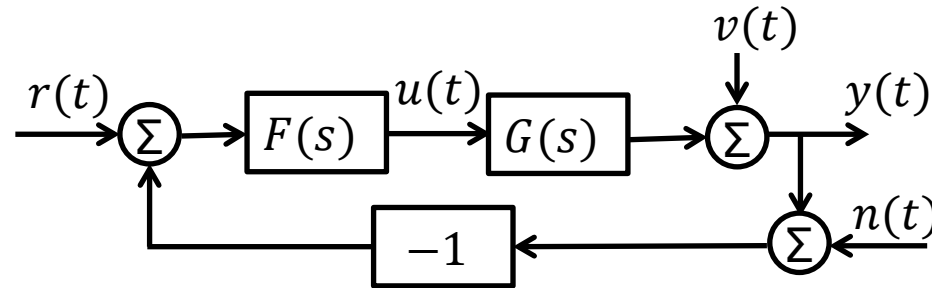
Styrsignalens storlek

$$U = \frac{F}{1+GF} (R - V), \quad GF \text{ stor} \Rightarrow U \approx \frac{1}{G} (R - V)$$

- Bra reglering kräver stort U där G är liten
- Det finns alltid fysikaliska begränsningar på $u(t)$
- G är oftast liten för höga frekvenser
- Svårt att reglera bort högfrekventa störningar



Det finns alltid mätfel och mätbrus, $n(t)$



$v \rightarrow y$: $S = \frac{1}{1+GF} =$ Känslighetsfunktionen

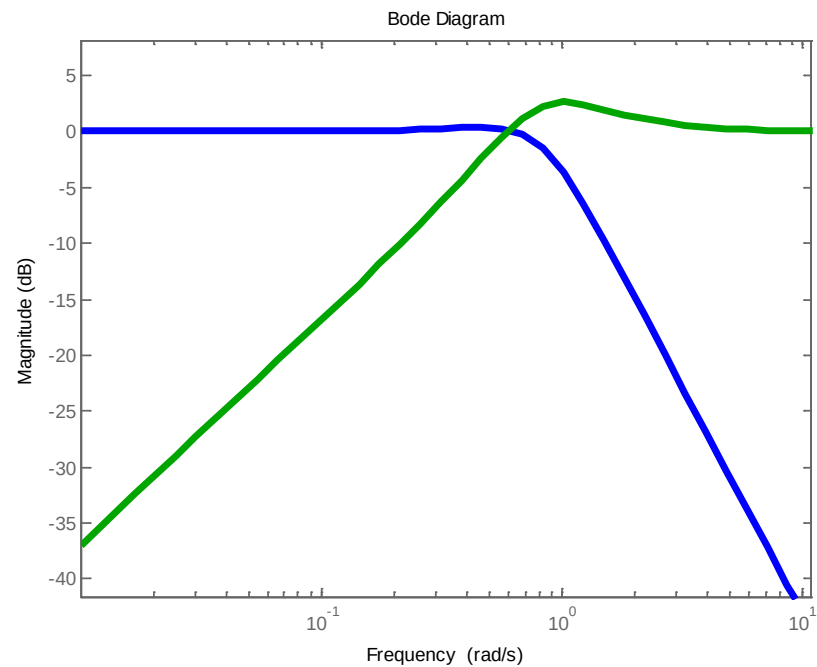
$n \rightarrow y$: $T = \frac{GF}{1+GF} =$ Komplementära känslighetsfunktionen

$$S(s) + T(s) = 1$$

Dom kan inte vara små (≈ 0) samtidigt!

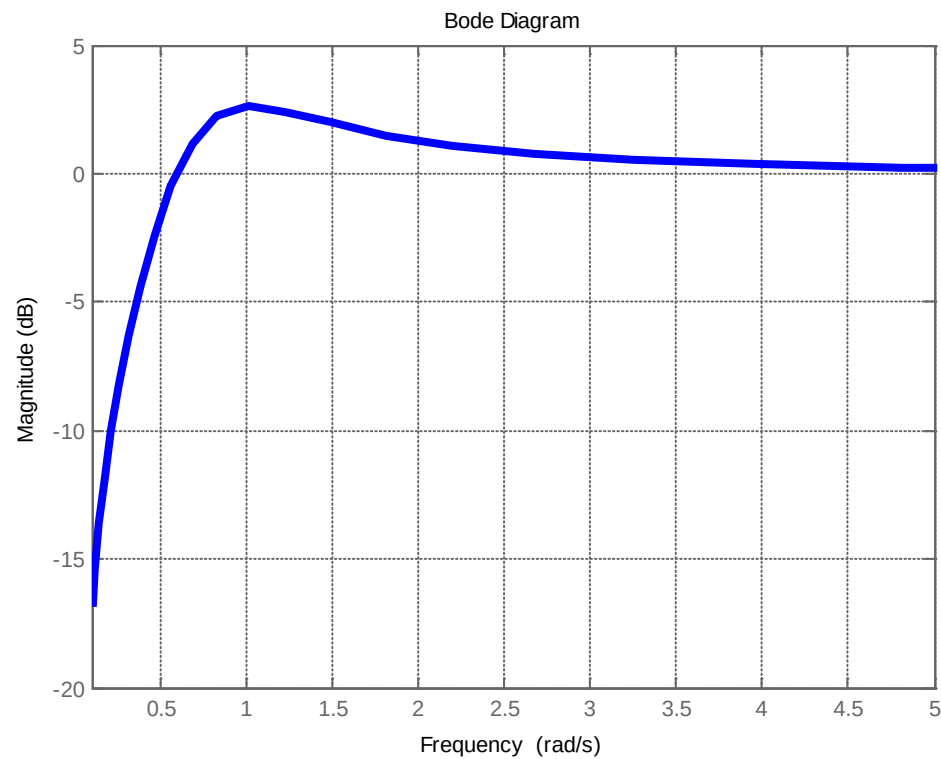
$$S(s) + T(s) = 1$$

Högrekvent mätbrus
Lågrekventa störningar



Bodes integralsats, stabil G_o och G_c

$$\int_0^{\infty} \log |S(i\omega)| d\omega = 0$$



Modellfel

$G(s)$ är en modell som används för att hitta $F(s)$, men det finns alltid fel i modellen. Modellen är en approximation av verkligheten.

$$G^o(s) = G(s)(1 + \Delta_G(s))$$

Relativt modellfel: $\Delta_G(s)$

Vad händer om vi använder $F(s)$ på det sanna systemet?

- Är det fortfarande stabilt?
- Hur påverkas prestandan?

Robusthetskriteriet

Givet F som stabiliserar modellen G , antag verkligt system G^o med lika många poler i HHP som G och där både GF och G^oF har fler poler än nollställen.

Då stabiliserar F även G^o om

$$|\Delta_G(i\omega)| < \frac{1}{|T(i\omega)|} \quad \forall \omega$$

Modellfel

Stora modellfel tolereras där T är liten

S kan inte göras liten där man har stora modellfel

