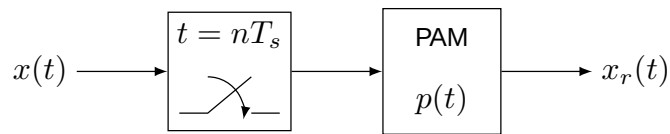


## SAMPLINGSTEOREMET



Om:

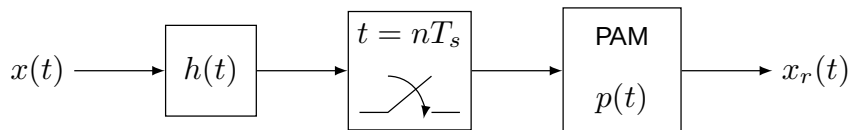


- $x(t)$  bandbegränsad:  $X(f) = 0, |f| \geq B$
- Nyquistkriteriet:  $F_s = \frac{1}{T_s} > 2B$
- $P(f) = \begin{cases} T_s & |f| \leq F_s/2 \\ 0 & \text{f.ö.} \end{cases} \iff p(t) = \text{sinc}(F_s t) = \text{sinc}\left(\frac{t}{T_s}\right)$

så fås

perfekt rekonstruktion:  $x_r(t) = x(t)$

## ANTIVIKNINGSFILTER



Om signalen inte uppfyller Nyquistkriteriet, lägg till antivikningsfilter före samplingen.

Idealt antivikningsfilter:



$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_s/2 \\ 0 & \text{f.ö.} \end{cases}$$

Samma  $p(t)$  som samplingsteoremet

$\implies$

$$X_r(f) = \begin{cases} X(f) & |f| \leq f_s/2 \\ 0 & \text{f.ö.} \end{cases}$$

# TRANSFORMER

**Dubbelsidig Laplacetransform**  $X_{II}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-st} dt$

**Konvergensområde (ROC, Region of Convergence)** Mängden komplexa tal  $s$  så integralen konvergerar.

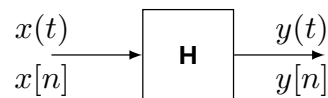


**Enkelsidig Laplacetransform**  $X_I(s) = \int_0^{\infty} x(t)e^{-st} dt$

**Fouriertransform**  $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt$

**Samband Fourier  $\leftrightarrow$  dubbelsidig Laplace:**  $X(f) = X_{II}(s)|_{s=j2\pi f}$   
om imaginära axeln ingår i ROC:n

# TRANSFORMER OCH FALTNING



Om  $y(t) = x(t) * h(t)$  och respektive transformer är definierade, så gäller

- $Y_{II}(s) = X_{II}(s)H_{II}(s)$
- $Y_I(s) = X_I(s)H_I(s)$  (för kausala system och signaler)
- $Y(f) = X(f)H(f)$

$H_{II}(s)$  kallas **Överföringsfunktion**

$H(f)$  kallas **Frekvensfunktion**



## RATIONELLA ÖVERFÖRINGSFUNKTIONER



$$H_{II}(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_M s^M}{a_0 + a_1 s + \dots + a_N s^N}$$

$\Longleftrightarrow$

$$a_0 y(t) + a_1 \frac{\partial}{\partial t} y(t) + \dots + a_N \frac{\partial^N}{\partial t^N} y(t) = b_0 x(t) + b_1 \frac{\partial}{\partial t} x(t) + \dots + b_M \frac{\partial^M}{\partial t^M} x(t)$$

○ **Nollställen** till  $H_{II}(s)$ : rötterna till  $B(s) = 0$

× **Poler** till  $H_{II}(s)$ : rötterna till  $A(s) = 0$

## IMPULSSVAR OCH SYSTEMEGENSKAPER

- Ett LTI-system är BIBO-stabilt om och endast om

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt \text{ är ändlig} \\ \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| \text{ är ändlig} \end{array} \right.$$



- Ett LTI-system är kausalt om och endast om

$$\left\{ \begin{array}{l} h(t) = 0 \text{ för alla } t < 0 \\ h[n] = 0 \text{ för alla } n < 0 \end{array} \right.$$

## KONVERGENSOMRÅDEN OCH SYSTEMEGENSKAPER



- Om  $H(s)$  rationell och systemet kausalt, är konvergensområdet till höger om alla poler, och antalet poler minst lika många som antalet nollställen.
- Ett LTI-system är BIBO-stabilt om och endast om imaginära axeln ingår i konvergensområdet  $\implies$  frekvensfunktionen  $H(f) = \mathcal{F}\{h(t)\}$  är väldefinierad.
- Kausala system med rationell överföringsfunktion är BIBO-stabila om och endast om alla poler i vänster halvplan, dvs  $\text{Re}[s_p] < 0$ .