Reglerteknik AK, Period 2, 2013
Föreläsning 12

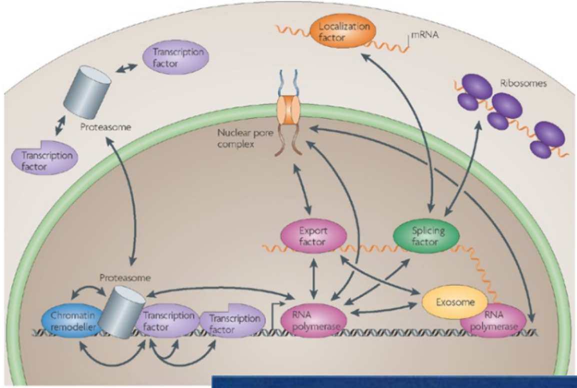
Jonas Mårtensson, kursansvarig

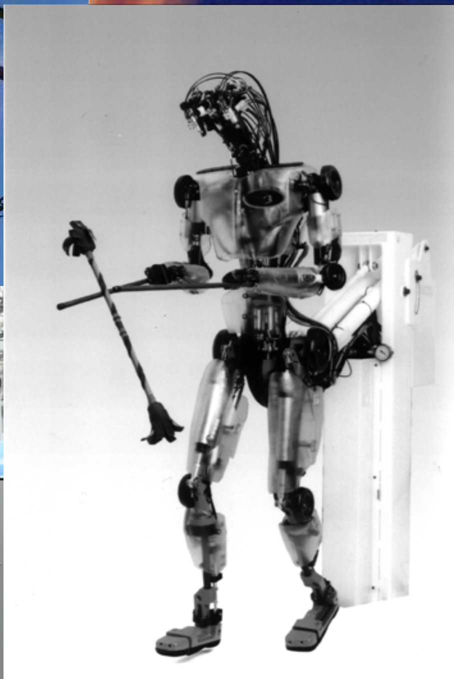
Sammanfattning

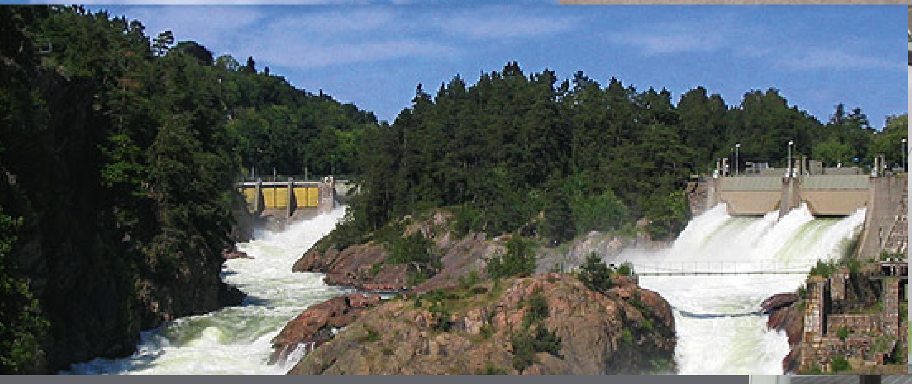
- Systembeskrivning
- Reglerproblemet
- Modellering
- Specifikationer
- Analysverktyg
- Reglerstrukturer
- Syntesmetoder
- Implementering

Systemet

Ett fysikaliskt system som behöver styras







Reglerproblemet

- Stabilitet, robusthet
- Följ en referens
- Minska inverkan av störningar
- Ändra systemegenskaper med återkoppling

Modellering

Signaler

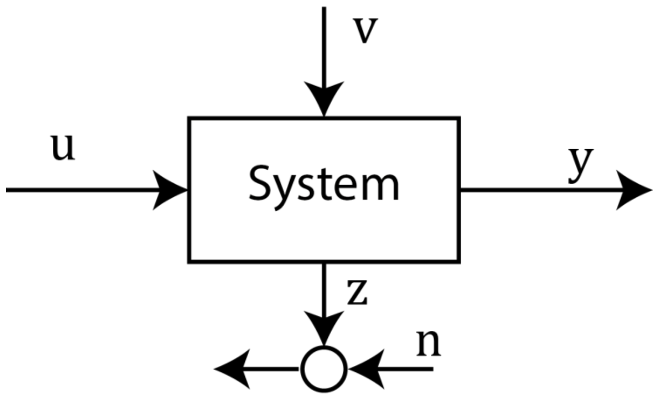
y = vad vi vill styra

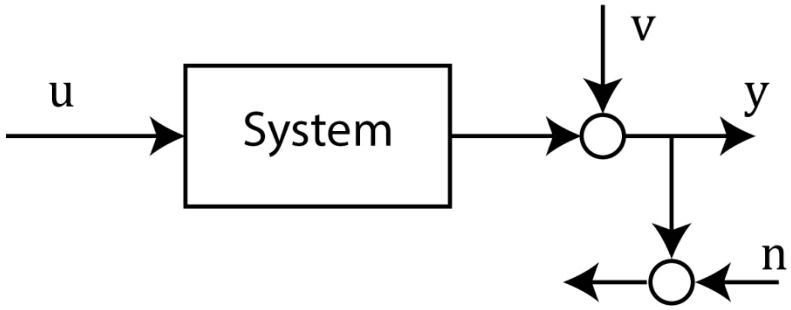
u = vad vi kan styra med

v = störningar

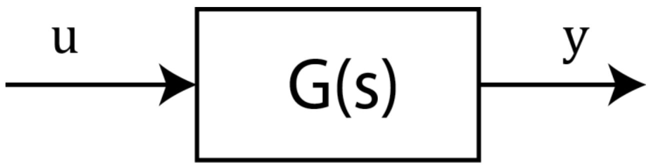
z = mätsignaler

n = mätstörning





Modellering



Differentialekvationer – insignal/utsignal

$$\begin{matrix} \dot{x} = f(x,u) \\ y = g(x,u) \end{matrix} \Rightarrow \ linjärisering \ \Rightarrow \begin{matrix} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{matrix}$$

$$\dddot{y} + a_1\ddot{y} + a_2\dot{y} + a_3 y = b_1\ddot{u} + b_2\dot{u} + b_3 u$$

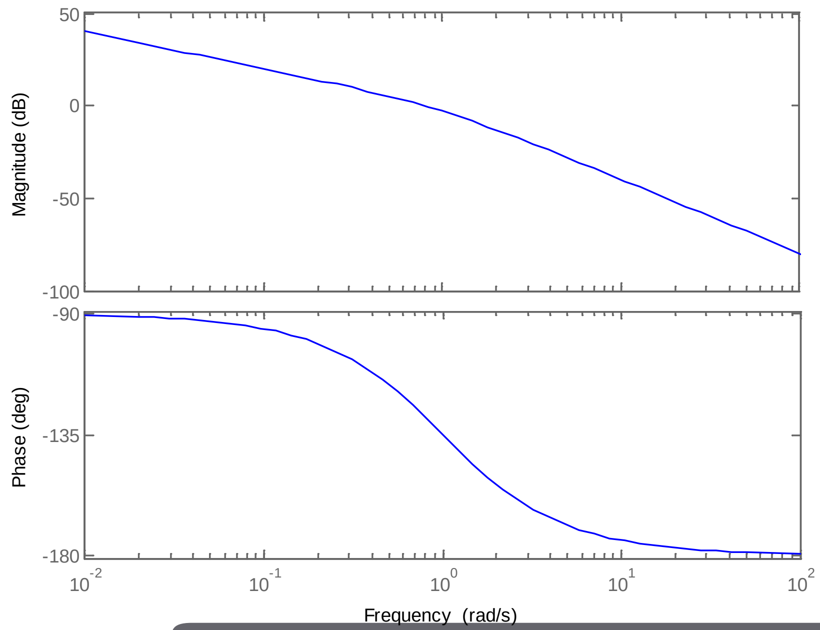
$$Laplace \quad \downarrow \qquad Y(s) = G(s)U(s)$$

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D, \qquad G(s) = \frac{b_1 s^2 + b_2 s + b_3}{s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + a_3}$$

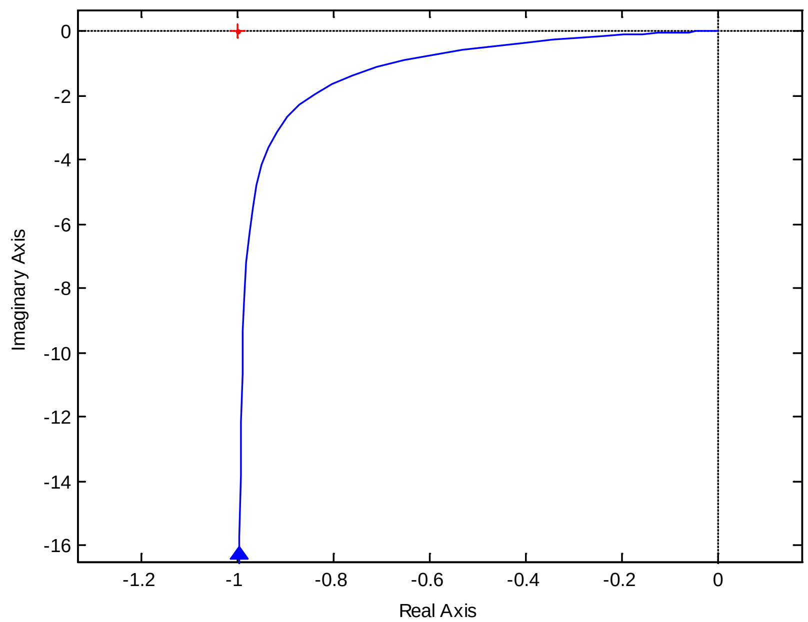
Frekvenstolkning

$$u(t) = \sin(\omega t) \quad \Rightarrow \quad y(t) = |G(i\omega)| \sin(\omega t + \arg G(i\omega))$$

Bode

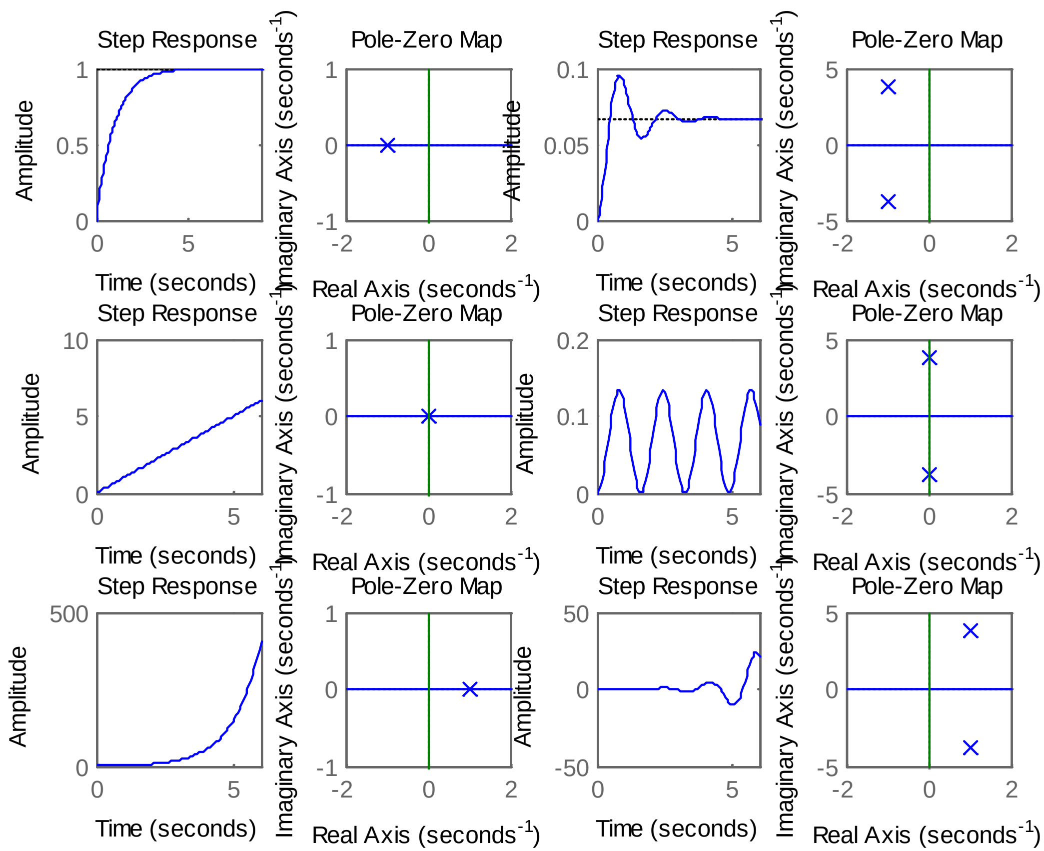


Nyquist



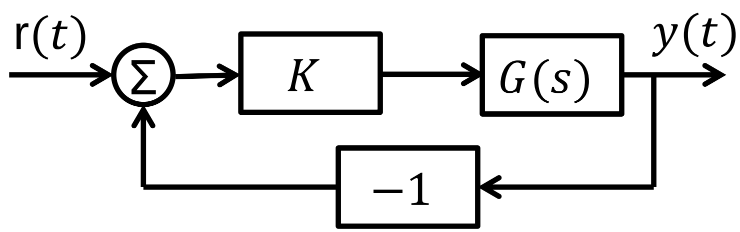
Poler - stabilitet

Poler till $G(s)$ är samma som egenvärden till A i $\dot{x} = Ax + Bu$



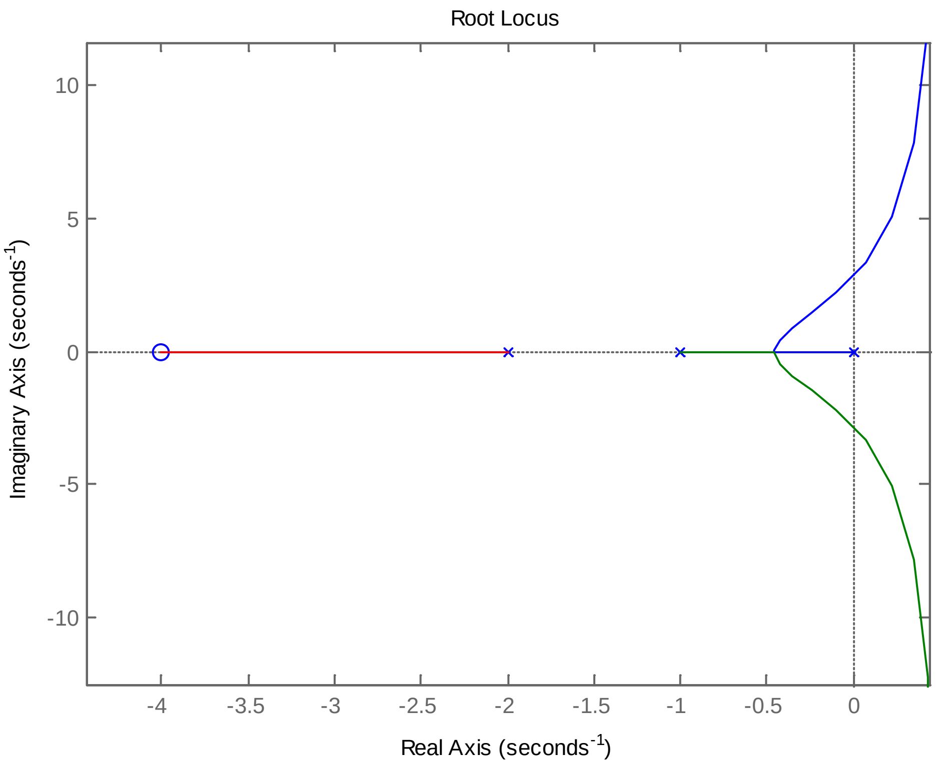
Rotort

Poler som funktion av parameter K



$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} \qquad G_{cl}(s) = \frac{KQ(s)}{P(s) + KQ(s)}$$

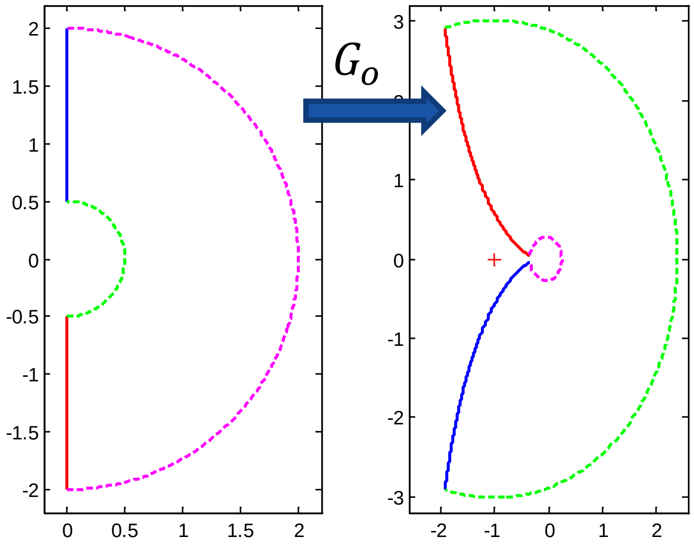
Rotort, $G(s) = \dfrac{K(s+4)}{s(s+2)(s+1)+K(s+4)}$



Nyquistkriteriet

$$N - P = \frac{1}{2\pi} var \arg_{\gamma}(1 + G_o)$$

Antal poler i HHP för G_{cl} − antal poler i HHP för G_o = antal varv som kurvan cirklar kring punkten -1



$$G_0 = \frac{s+4}{s(s+1)(s+2)}$$

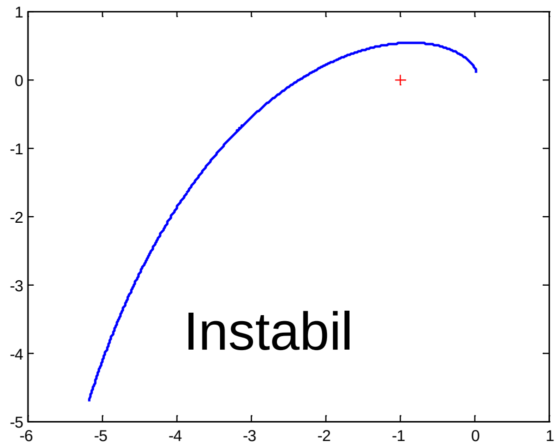
G_o stabil, inga omcirklingar

$\Rightarrow G_{cl}$ stabil

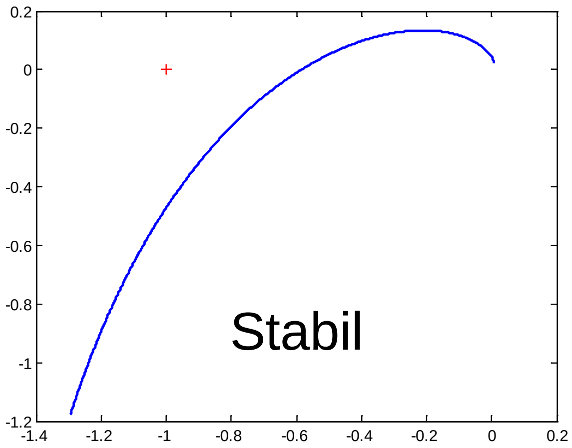
Förenklat Nyquistkriterium

Antag G_o stabil. Då är G_{cl} stabil om punkten -1 ligger till vänster om Nyquistkurvan $G(i\omega),\ \omega \in (0, \infty)$.

$$G_0 = \frac{2(-s+4)}{s(s+1)(s+2)}$$



$$G_0 = \frac{0.5(-s+4)}{s(s+1)(s+2)}$$

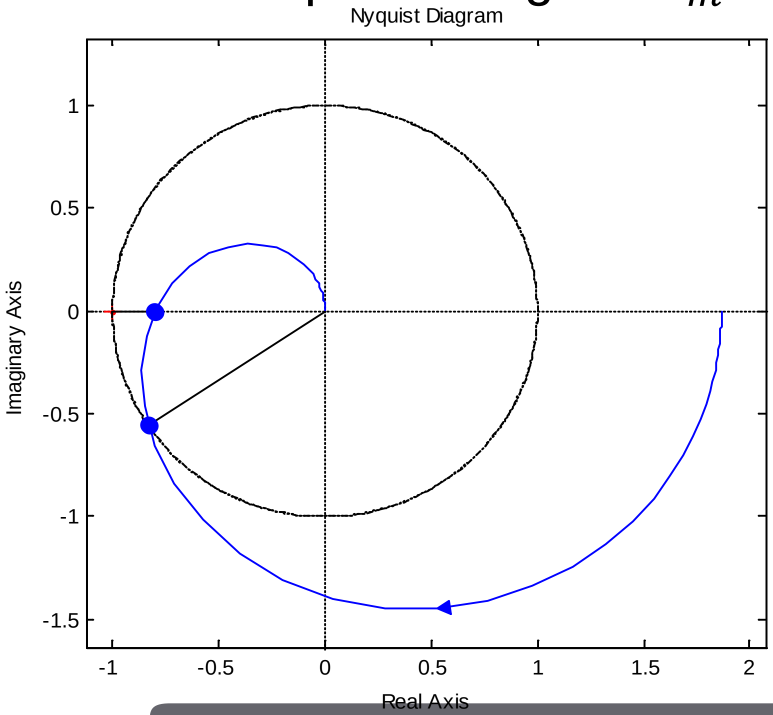


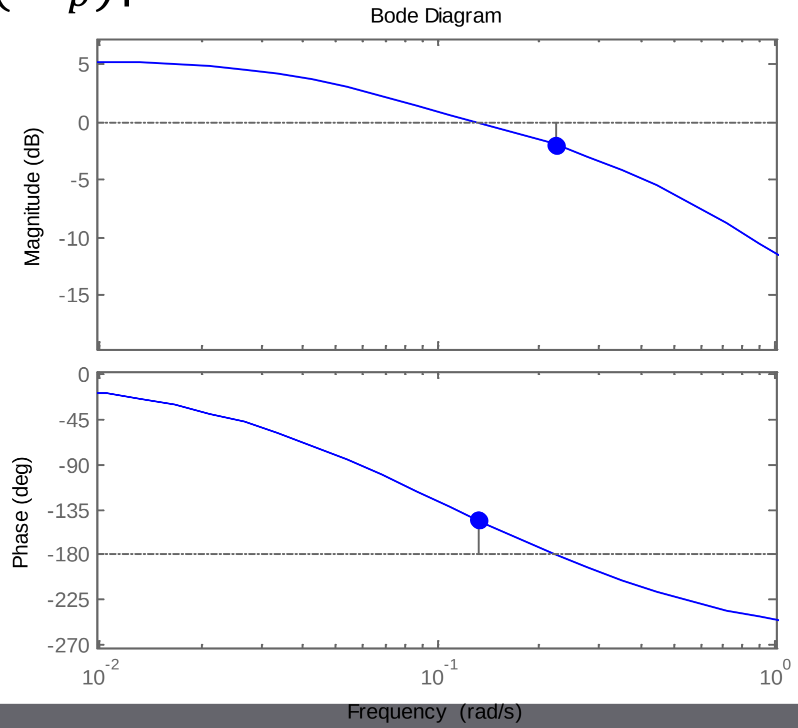
Stabilitetsmarginaler

Skärfrekvens ω_c: $|G(i\omega_c)| = 1$

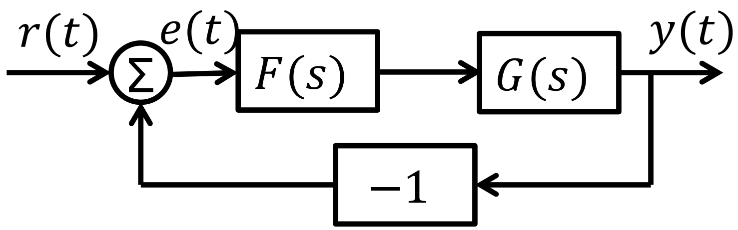
Fasmarginal ϕ_m: $\arg G(i\omega_c) + 180^o$

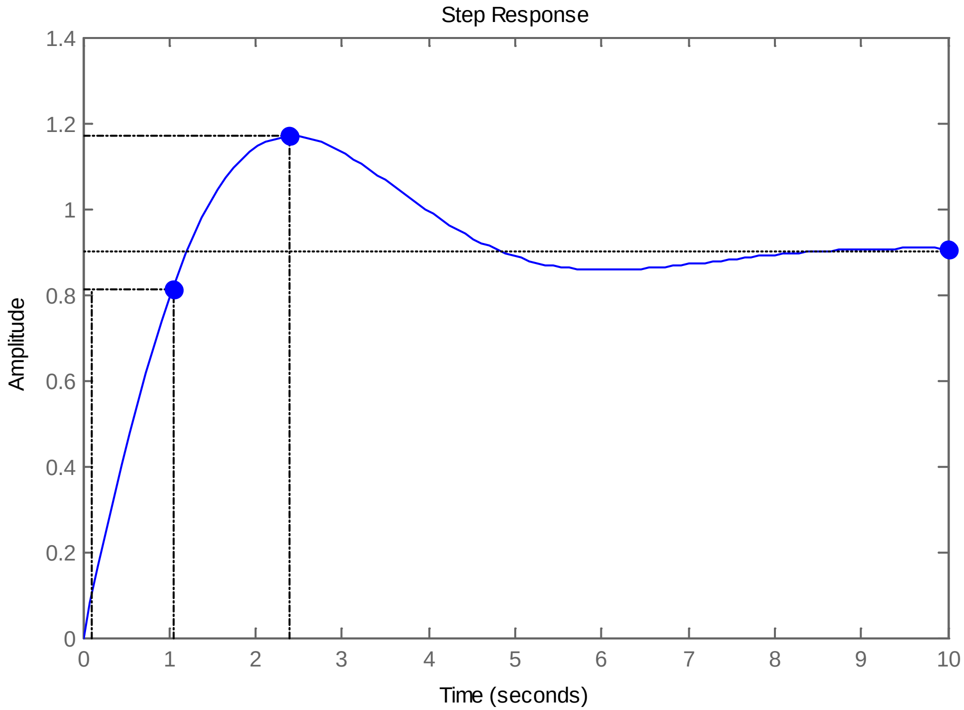
Amplitudmarginal $A_m = 1/|G(i\omega_p)|$





Specifikationer i tidsplanet





Steg i referenssignalen, $r(t) = 1$

Stigtid T_r

Översläng M

Stationärt fel e_o

Specifikationer i frekvensplanet

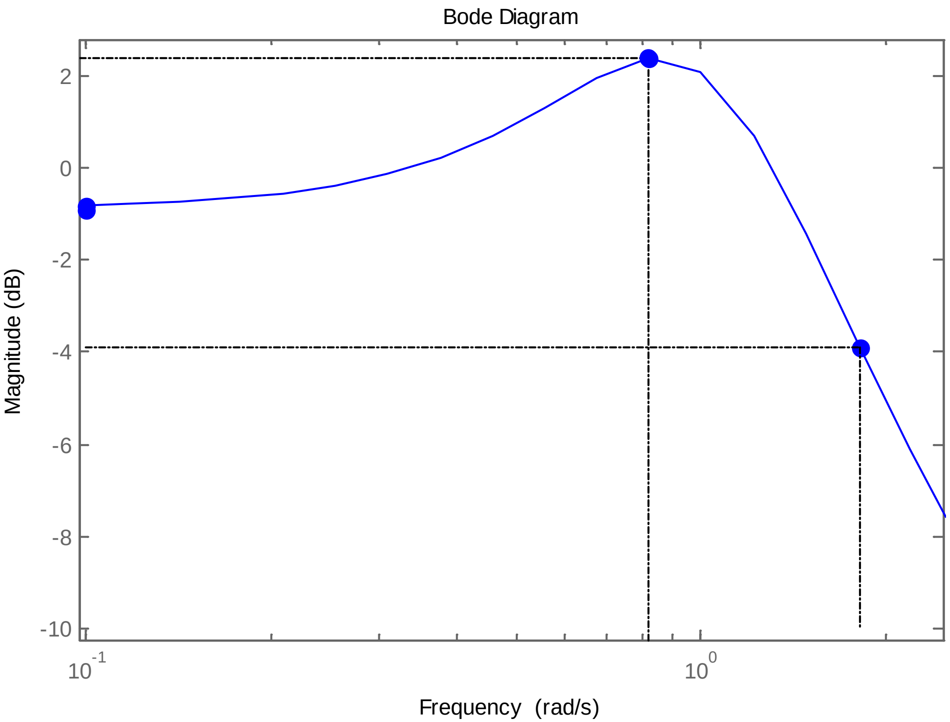
Överföringsfunktion från $r \rightarrow y$

Önskemål: $G_c(i\omega) = 1, \forall\omega$

Statiskt fel: $e_o = 1 - G_c(0)$

Resonanstopp: M_p

Bandbredd: ω_B

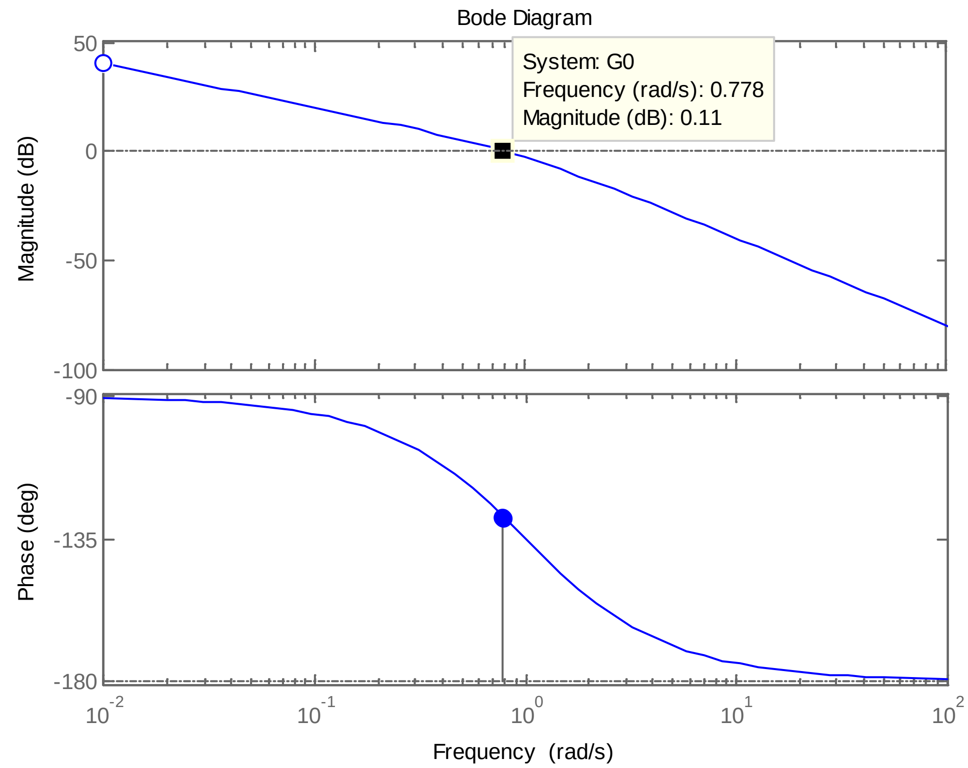


Översättning till krav på GF

Skärfrekvens: $\omega_c \approx \omega_B$

Fasmarginal: $M_p \geq \frac{1}{\phi_m}$

Statisk förstärkning
$G_c(0) \approx 1 \Leftrightarrow G_o(0) \approx \infty$



Specifikationer

Stigtid – bandbredd – skärfrekvens

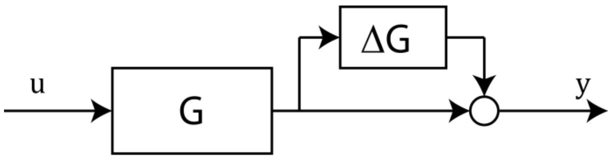
Översläng – resonanstopp – fasmarginal

Statiskt fel – statisk förstärkning=1 – statisk förstärkning=∞

Robusthetskriteriet

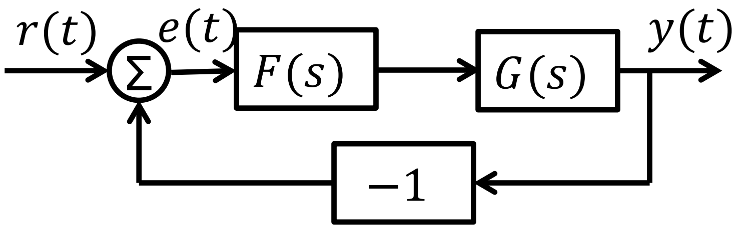
Verkliga system är komplicerade

- Relativt modellfel ΔG

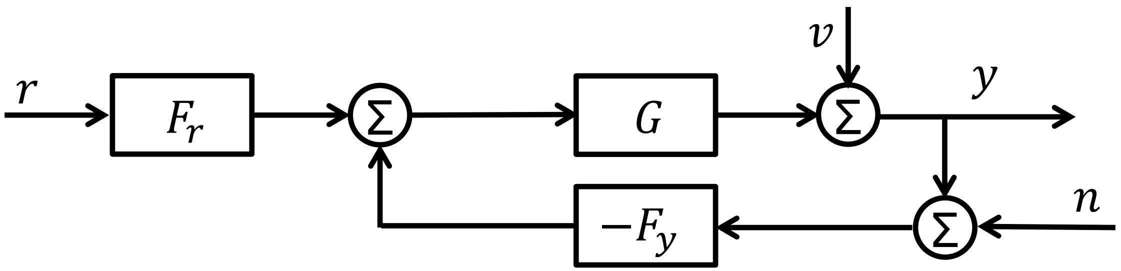


$$G^o = G \cdot (1 + \Delta G)$$

- F stabiliserar G^o om $\quad |\Delta_G(i\omega)| < \dfrac{1}{|T(i\omega)|} \quad \forall \omega$



Specifikationer



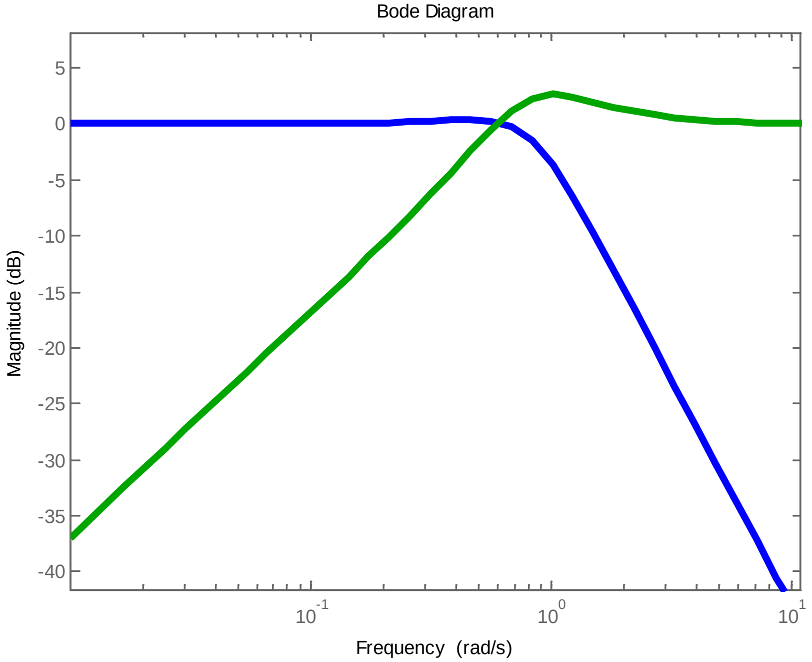
Slutna systemet $r \to y$: $G_c = \frac{GF_r}{1+GF_y}$

Känslighetsfunktionen $v \to y$: $S = \frac{1}{1+GF_y}$

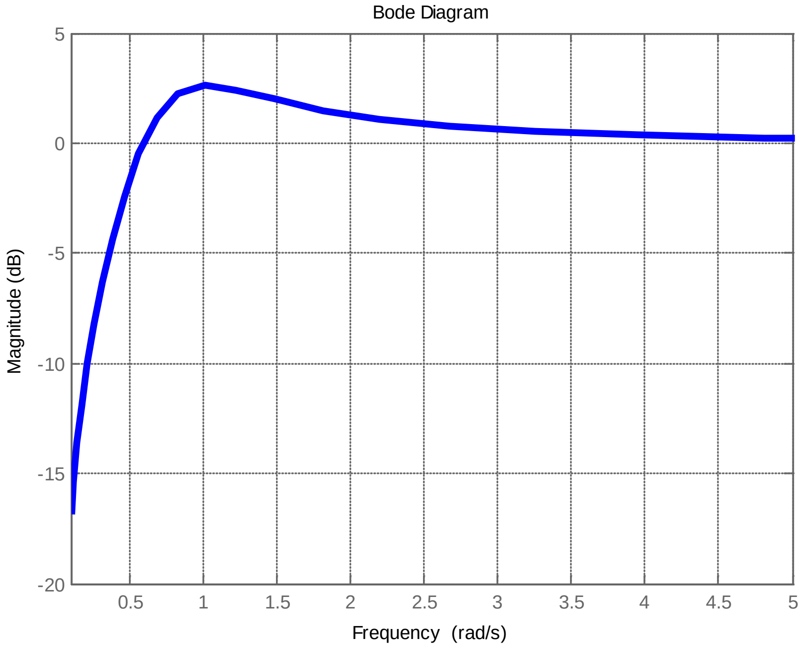
Kompl. känslighetsf. $n \to y$: $T = \frac{GF_y}{1+GF_y}$

Prestandabegränsningar

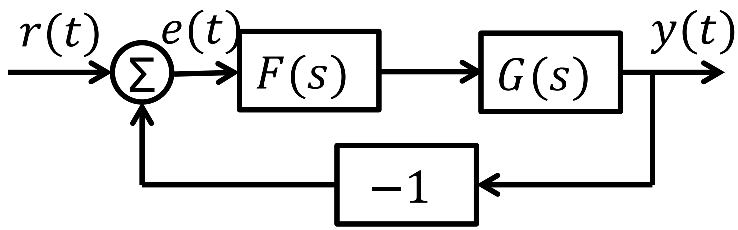
$$S(s) + T(s) = 1$$



$$\int_0^\infty \log|S(i\omega)|d\omega = 0$$



Reglerdesign



PID-regulator (ideal)

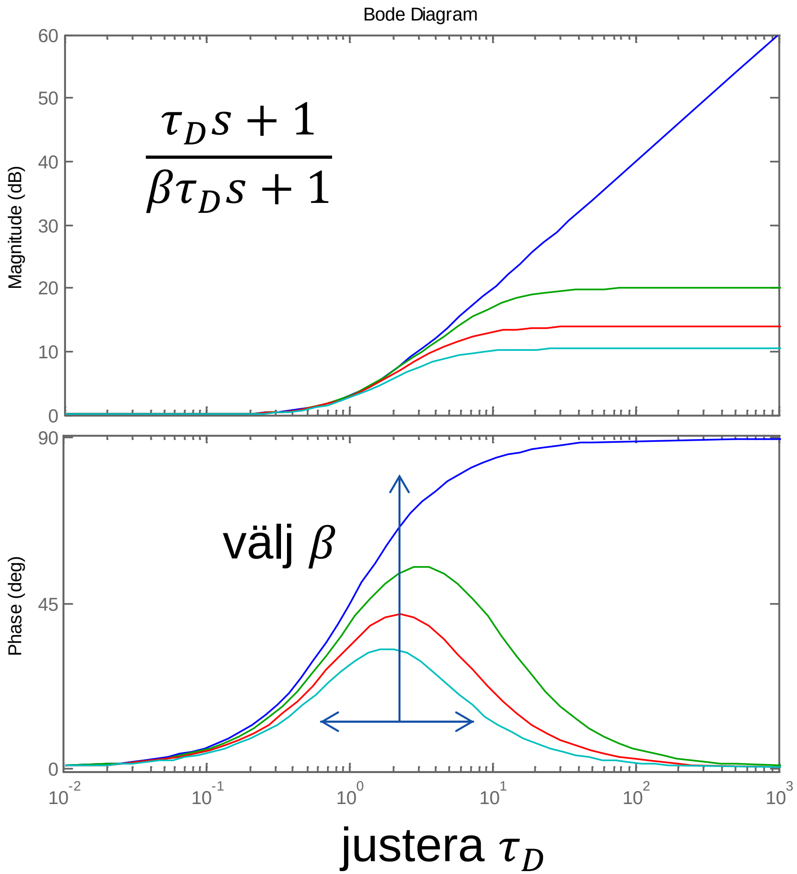
$$F(s) = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s$$

Lead/lag

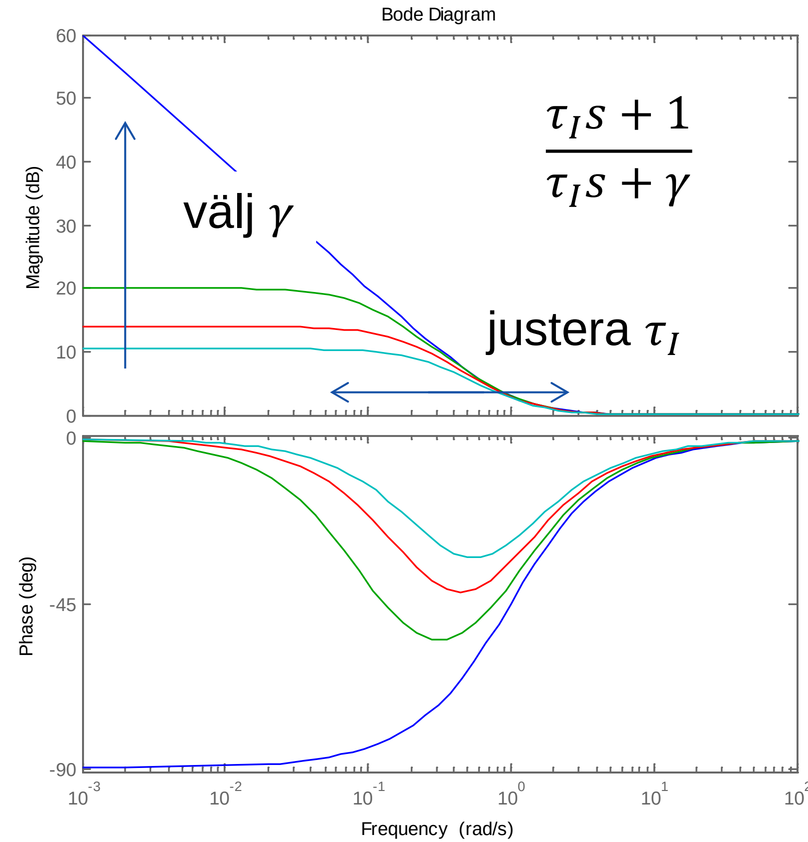
$$F(s) = K \frac{\tau_D s + 1}{\beta \tau_D s + 1} \frac{\tau_I s + 1}{\tau_I s + \gamma}$$

1. Bestäm önskad skärfrekvens ω_c, justeras med K
2. Kontrollera fasmarginal vid ω_c, inför lead-länk vid behov
3. Insvängning och stationärt fel, inför lag-länk för att öka lågfrekvensförstärkningen
4. Iterera 1-3 vid behov, ibland krävs flera lead/lag-länkar

PD/lead



PI/lag



Tillståndsåterkoppling

$$\dot{x} = Ax + Bu$$
$$y = Cx$$

Polplacering

$$u = -Lx + l_0 r$$
$$\dot{x} = (A - BL)x + Bl_o r$$
$$\det[sI - (A - BL)] = 0$$

Observatör

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$
$$\det[sI - (A - KC)] = 0$$

Återkoppling

$$u = -L\,\hat{x} + l_0 r$$

Tillståndsteori

Styrbarhet och observerbarhet - polplacering

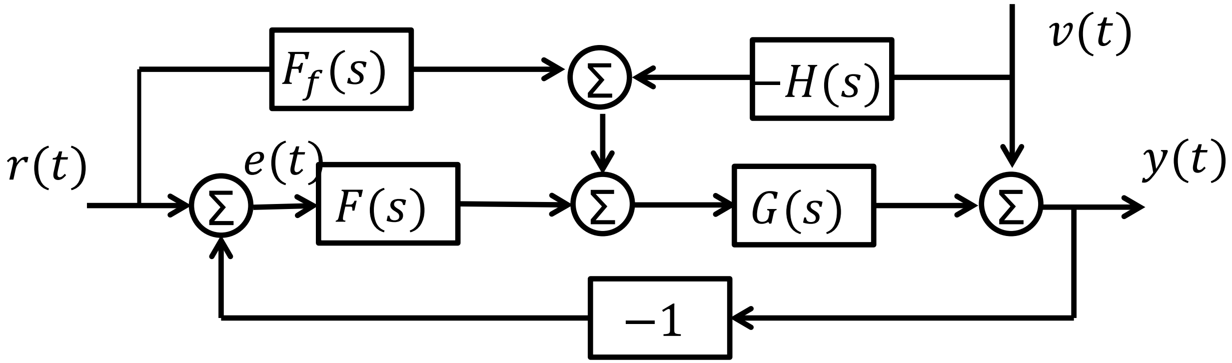
Separationsprincip för återkoppling och observatör

- Observatör påverkar inte G_c (dock transient)
- Observatör påverkar S och T

Lösning till tillståndsekvationer

$$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau$$
$$e^{At} = \mathcal{L}^{-1}\{(sI - A)^{-1}\}$$

Framkoppling och återkoppling



Reglerfelet

$$E = \left(1 - GF_f\right)SR - (1 - GH)SV$$

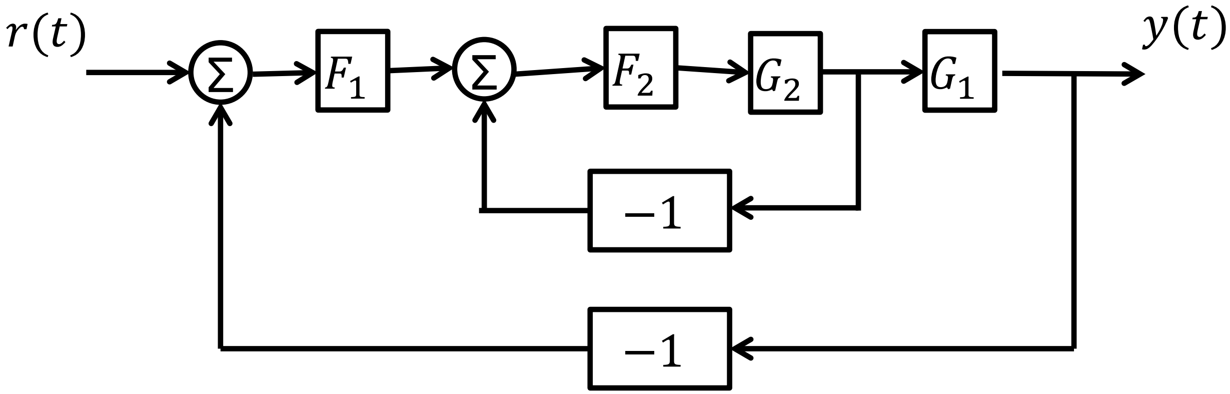
Välj

$$F_f \approx 1/G \quad \text{och} \quad H \approx 1/G$$

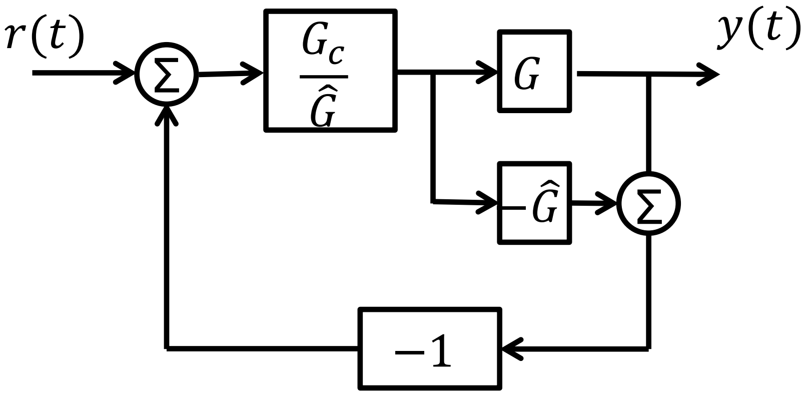
G går inte alltid att invertera, invertera det som går

Kaskadreglering

Inre loop snabbare (≈ 1)
Exemplevis aktuatordynamik



Direkt syntes / IMC (Internal Model Control)



G_c = önskat slutet system, tex $1/(\lambda s + 1)$
Om $G = \hat{G}$ => ingen återkoppling (om ingen störning)

$$F = \frac{1}{\hat{G}} \frac{G_c}{1 - G_c}$$

Invertera det som går av G
G_c måste innehålla icke inverterbar del av G

Implementering

Samplat system, fasförsämring $\approx e^{-sT}$

Sampla 20 ggr snabbare än bandbredden

Derivataapproximation $\dot{x}(t) \approx \frac{1}{T}(x(t) - x(t-T))$

Operatorer $p \approx \frac{2}{T}\frac{1-q^{-1}}{1+q^{-1}}$ (Tustin)

Nyquistfrekvens $\omega_s/2$

Förfilter innan sampling