

Tentamensskrivning 1, 2014-01-07, kl. 08.00–13.00.

SF1663 Tillämpad linjär algebra med numeriska metoder, för CFATE.

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel!

Du ska endast lösa uppgifterna på den eller de delar som du inte är godkänd på.

Varje uppgift ger maximalt 4 p och godkänt på resp. del ges vid 7 p. För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa.

KS1

1. Uppgiften går ut på att skriva ett Matlab-program som beräknar summan i formeln nedan. Programmet skall fråga efter värdet på undre gränsen M och övre gränsen N och därefter beräkna och skriva ut värdet av summan med förklarande text.

(Programmet får anta att de inmatade värdena på M och N är positiva heltal).

$$S = \sum_{n=M}^N \frac{1}{3 + \cos(n) + \sin(n+1)}$$

2. a) Skriv ett Matlab-program som plottar de fem kurvorna

$$f(t) = k e^{-(t-k)^2}$$

på intervallet $0 \leq t \leq 10$ för k -värdena 1.2, 2.4, 3.5, 4.9 och 7.1. Kurvorna skall vara släta och fina.

- b) Lägg till satser i programmet så att programmet frågar efter ett sjätte k -värde och plottar även kurvan för det k -värdet på det givna intervallet.

(Programmet får anta att det inmatade k -värdet är rimligt.)

3. Givet de två Matlab-filerna f1.m och f2.m enligt nedan:

f1.m

```
function [y,x]=f1(b,a,c);  
x=5*(a-b)  
y=2*c  
c=3*y  
z=1
```

f2.m

```
x=11  
y=22  
c=30*b  
z=3*a
```

Vad skrivs ut på skärmen då man kör:

- a) x=1, y=2, z=3, a=5, b=8, c=13
f2
d=[x y z a b c]
e=d(a)
- b) x=1, y=2, z=3, a=5, b=8, c=13
[a,b]=f1(x,y,z)
d=x:z:c
e=d(b)

KS2

1. Lös det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 6 \\ x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 3x_4 = 7 \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 5 \end{cases}$$

2. Givet de två linjerna

$$\ell_1: (x, y, z) = (5 - 3s, 3, -7 + 4s) \quad (s \text{ parameter}),$$

$$\ell_2: (x, y, z) = (-2 + t, 1 + 2t, -1 + 2t) \quad (t \text{ parameter}).$$

- a) Bestäm skärningspunkten mellan linjerna.
b) Bestäm en ekvation för planet som innehåller de båda linjerna.
c) Ligger punkten $P = (0, 1, 3)$ i planet?
d) Bestäm en vektor parallell med planet och som bildar samma vinkel mot riktningsvektorn för ℓ_1 som mot riktningsvektorn för ℓ_2 .
3. Bestäm det kortaste avståndet från punkten $(1, 2, 2)$ till linjestycket som har ändpunkter i $(-3, 0, 1)$ och $(-2, 1, 1)$.

KS3

1. Givet de två linjära avbildningarna

R : rotation moturs med vinkeln $\pi/2$

S : spegling i linjen $x + y = 0$

i planet \mathbf{R}^2 .

- Bestäm matriserna för R och S .
 - Bestäm matrisen för inversavbildningen till den sammansatta avbildningen $R \circ S$.
2. En linjär avbildning i \mathbf{R}^3 har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

Bestäm en bas för värdorummet till den linjära avbildningen.

3. En pyramid med höjd 2 och med en kvadratisk basyta vars kantlängd är 2, stympas på halva höjden av ett horisontellt plant snitt. I den stympad pyramiden införs ett koordinatsystem med bas $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ enligt figuren och där O är origo.
- Skriv linjen som går genom punkterna O och P på parameterform i basen B .
 - Låt B' vara den bas som uppstår när Gram-Schmidts ON-process används på B . Bestäm basbytesmatrisen $P_{B \leftarrow B'}$.

