REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2014–01–10, kl 14:00 – 19:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor
och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Henrik Sandberg 08 790 72 94

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2014-01-31.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3,
Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Låt $u(t) = 10\sin(2\pi t)$, $t \geq 0$, vara insignal till ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = s$$

Antag att initialvärden är noll och beräkna motsvarande utsignal $y(t)$ för $t \geq 0$. (2p)

(b) Ett instabilt system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1-\epsilon s)}, \quad \epsilon \geq 0,$$

återkopplas med P-regultorn $F(s) = 1$. Ange för vilka värden på $\epsilon \geq 0$ som motsvarande återkopplade system är stabilt. (2p)

(c) PI-regulatorn

$$u(t) = K[e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(\tau)d\tau].$$

approximeras med Euler bakåt. Svaret blir

$$u(t) = u(t-T) + 10.2e(t) - 10e(t-T).$$

Vad är möjliga värden på K, T_I och T? (3p)

(d) Linjärisera det skalära systemet ($\dim\{x(t)\} = 1$)

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= [x(t) + u(t)]^2 \\ y(t) &= x^2(t) \end{aligned}$$

runt stationär punkt för $u(t) = 1$. (3p)

2. (a) Studera ett dynamiskt system som kan beskrivas av

$$G(s) = \frac{1}{(s-1)},$$

och som regleras med hjälp av PI-regulatorn

$$F(s) = K_P + \frac{K_I}{s}.$$

i. Antag $K_I = 0$. Rita rotort med avseende på K_P för det slutna systemets pol och avgör för vilka värden på $K_P > 0$ som det återkopplade systemet är stabilt. (2p)

ii. Välj K_I så att

$$\frac{K_I}{K_P} = \alpha > 0$$

Rita rotort med avseende på K_P för det slutna systemets poler och avgör för vilka värden på $K_P > 0$ som det återkopplade systemet är stabilt. (4p)

(b) Studera återkoppling av ett system med öppen överföringsfunktion $G(s)$, och antag att motsvarande komplementära känslighetsfunktion ges av

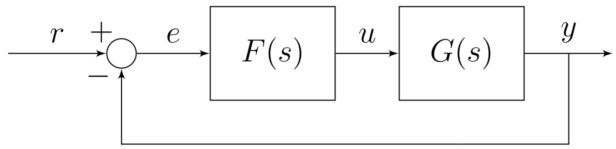
$$T(s) = \frac{1}{s+1}.$$

Antag nu att verkliga öppna systemet ges av

$$G^o(s) = G(s)[1 + \epsilon s],$$

Antag att förutsättningarna för Robusthetskriteriet (Resultat 6.2 på sidan 125 i kursboken) är uppfyllda. Avgör med hjälp av Robusthetskriteriet för vilka värden på ϵ man kan garantera att det verkliga slutna system är stabilt. (4p)

3. Studera det återkopplade systemet i Figur 1.



Figur 1: Blockdiagram för det återkopplade systemet.

Bodediagramet för $G_o(s) = F(s)G(s)$, när $F(s) = 0.16$ finns i Figur 2 och 3.

(a) Konstruera en ny regulator $F(s)$ som uppfyller följande krav:

i. Slutna systemet skall vara dubbbelt så snabbt som för $F(s) = 0.16$.

ii. Fasmarginalen skall vara lika stor som för $F(s) = 0.16$.

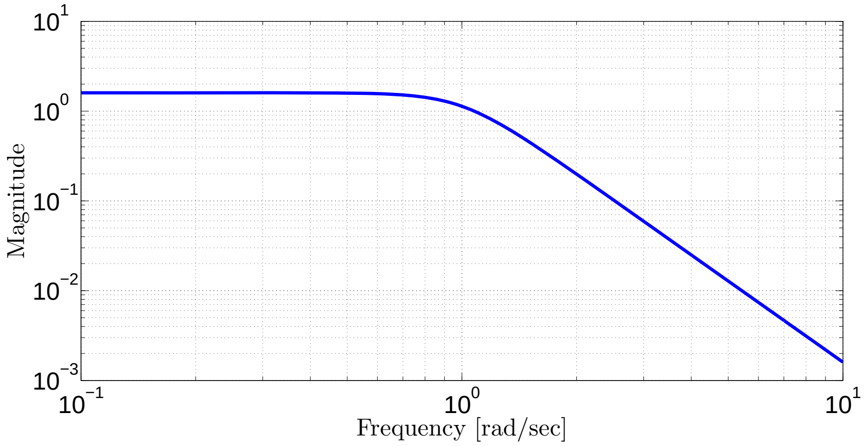
iii. Statiska felet vid ett enhetssteg i r måsta vara mindre än 0.05 utan att lågfrekvensförstärkningen är onödigt stor.

(8p)

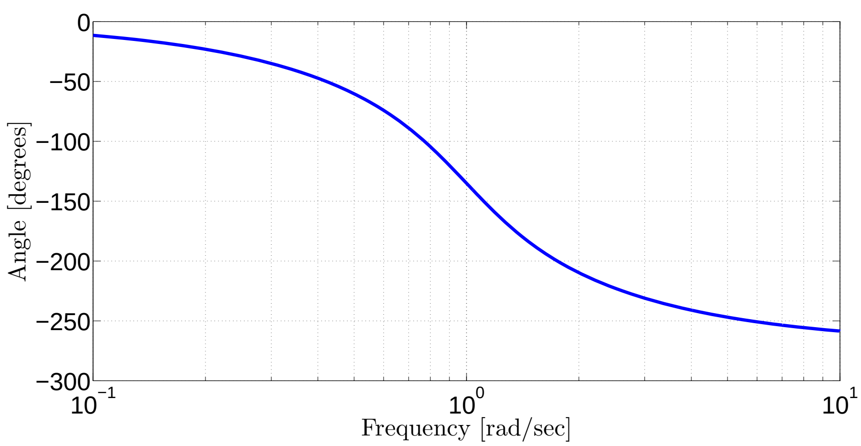
(b) Antag att det verkliga systemet dessutom innehåller en tidsfördröjning

$$G^o(s) = G(s)\, e^{-sT}\,, \ T > 0\,.$$

Hur stor kan tidsfördröjningen T vara innan det återkopplade systemet med regulator framräknad i Uppgift a) blir instabilt? (2p)



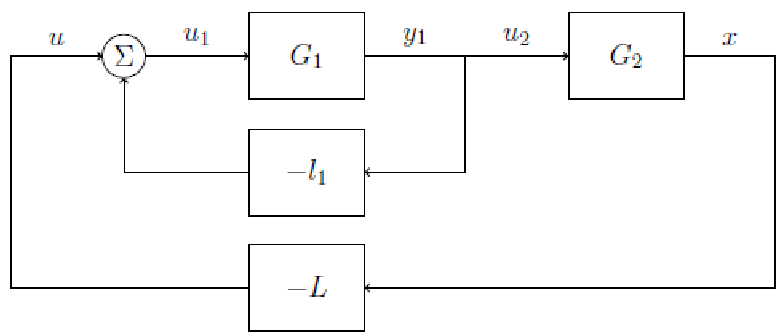
Figur 2: Amplitud-Bodediagram för $F(s)G(s)$



Figur 3: Fas-Bodediagram för $F(s)G(s)$

4. Systemet i Figur 4 kan ses som två kaskadkopplade system, där det första systemet har u_1 som insignal och y_1 som utsignal och det andra systemet har $u_2 = y_1$ som insignal och de interna mätbara tillstånden

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$



Figur 4: Kaskadkopplade system

Överföringsfunktionen för första systemet ges av

$$G_1(s) = \frac{1}{s+1},$$

och en tillståndmodell för det andra systemet ges av

$$A_2 = \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

(a) Inför tillståndet $x_1(t) = y_1(t)$ och ange motsvarande tillståndsmodell för $G_1(s)$. (1p)

(b) Ett vanligt sätt att konstruera en regulator för två kaskadkopplade system är att först konstruera en snabb inre reglering. Bestäm en tillståndsåterkoppling

$$u_1(t) = -l_1 x_1(t) + u(t)$$

så att det inre slutna systemets pol hamnar i -20. (2p)

(c) Approximera det slutna inre systemet med dess statiska förstärkning, det vill säga

$$u_2(t) = G_{cl}^1(0)u(t)$$

där $G_{cl}^1(s)$ är den återkopplade överföringsfunktionen från $u(t)$ till $y_1(t)$ med återkopplingen beräknad i Uppgift b), se Figur 4.

Bestäm sedan en tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -Lx(t) = -\begin{bmatrix} l_2 & l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

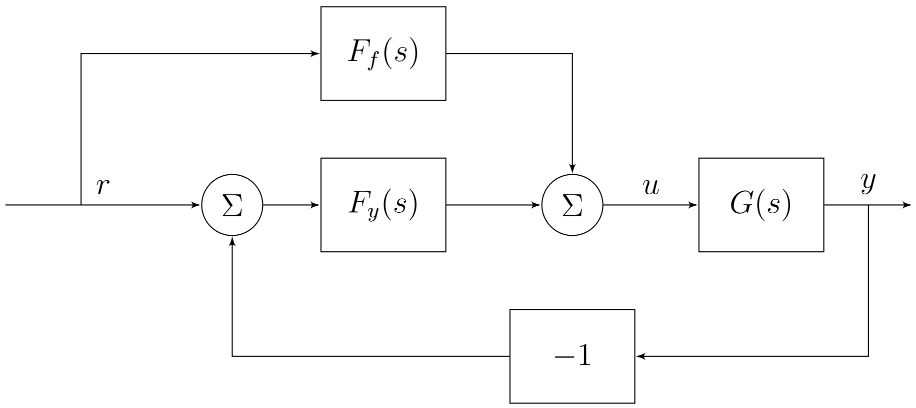
så det återkopplade systemets poler hamnar i $\{-4, -5\}$. (3p)

(d) Vad blir polerna för hela det slutna systemet (utan att approximera det första inre systemet) om

$$u_1(t) = -\begin{bmatrix} l_1 & l_2 & l_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

där l_1 är beräknad i Uppgift b), och där l_2 och l_3 är beräknade i Uppgift c)? (4p)

5. Ett sätt att snabba upp inverkan av ändring av referenssignal är att göra en framkoppling från referenssignalen. Figur 5 visar motsvarande blockdiagram.



Figur 5: Blockdiagram Uppgift 5.

(a) Beräkna överföringsfunktionen från referenssignal r till reglerfelet $r - y$ för systemet i Figur 5. (2p)

(b) Visa att om

$$F_f(s) = \frac{1}{G(s)}$$

så elimineras inverkan av referenssignalen i reglerfelet helt. (1p)

Det finns minst två problem med denna framkoppling. Dels så kan $F_f(s)$ innehålla rena deriveringar och dels kan man få problem med instabilitet om man förkortar instabila poler eller nollställen.

(c) Föreslå hur man kan modifiera $F_f(s)$ så att rena deriveringar inte skapar praktiska problem. (1p)

(d) Vi skall nu studera problemet med instabila nollställen. Antag att

$$G(s) = \frac{1-s}{(1+2s)(1+10s)}$$

och välj

$$F_f(s) = (1+s)(1+2s)(1+10s)$$

Vi har introducerat ett stabilt nollställe i $F_f(s)$ som är speglingen av det instabila nollstället i imaginära axeln.
Denna inställning kallas en "Zero Phase Error Tracking Controller".

(i) Visa att för ovanstående exempel gäller

$$\arg\{F_f(i\omega)G(i\omega)\} = 0$$

för alla frekvenser ω, dvs vi har inget fasfel jämfört med den önskade relationen

$$F_f(s)G(s) = 1$$

(3p)

(ii) Bestäm för ovanstående exempel, för vilka frekvenser

$$1/\sqrt{2} \leq |F_f(i\omega)G(i\omega)| \leq 2 - 1/\sqrt{2}$$

dvs då felets förstärkning är relativt litet. (3p)