REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2014–03–11, kl. 08.00–13.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsv.)
Räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Jonas Mårtensson, 070-190 97 98

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) 2014-04-01

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3,
Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. Ett system beskrivs av differentialekvationen

$$\ddot{y} + 3\dot{y} = u$$

där y betecknar utsignalen och u insignalen. Systemet regleras enligt

$$u = K(r - y)$$

där K är en konstant och r är en referenssignal.

a) Ta fram överföringsfunktionen från u till y. (1p)

b) Ta fram överföringsfunktionen från r till y. (1p)

c) Hur många poler och nollställen har det återkopplade systemet? (1p)

d) För vilka värden på K är det återkopplade systemet stabilt? (1p)

e) Vilken statisk förstärkning har det återkopplade systemet? (1p)

f) Rita ett blockschema över det återkopplade systemet. (1p)

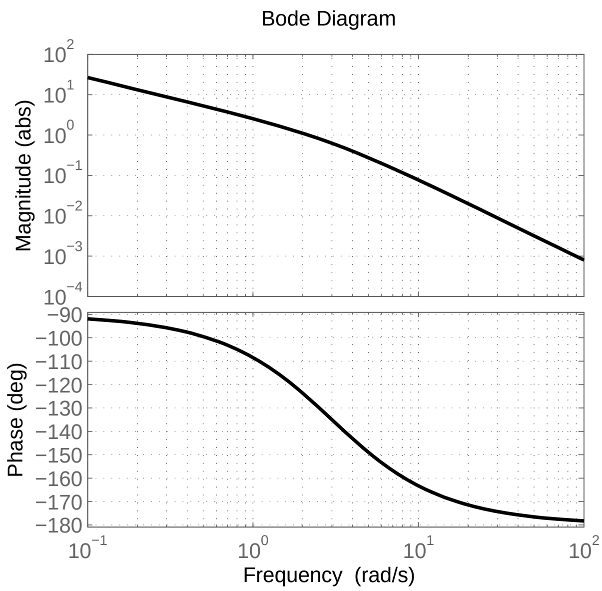
I figuren nedan visas ett bodediagram för kretsförstärkningen (= det öppna systemet) och ett stegsvar för det återkopplade systemet.

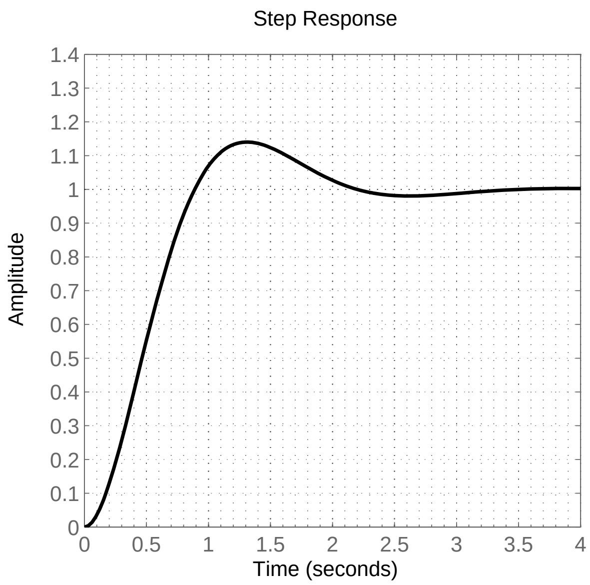
g) Vilken skärfrekvens har systemet? (1p)

h) Vilken fasmarginal har systemet? (1p)

i) Vilken stigtid har stegsvaret? (1p)

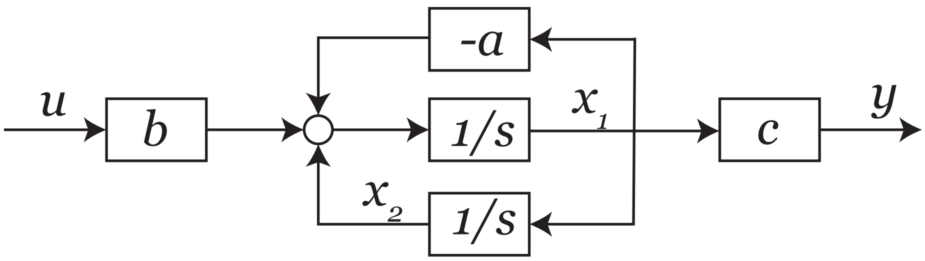
j) Vilken översläng har stegsvaret? (1p)



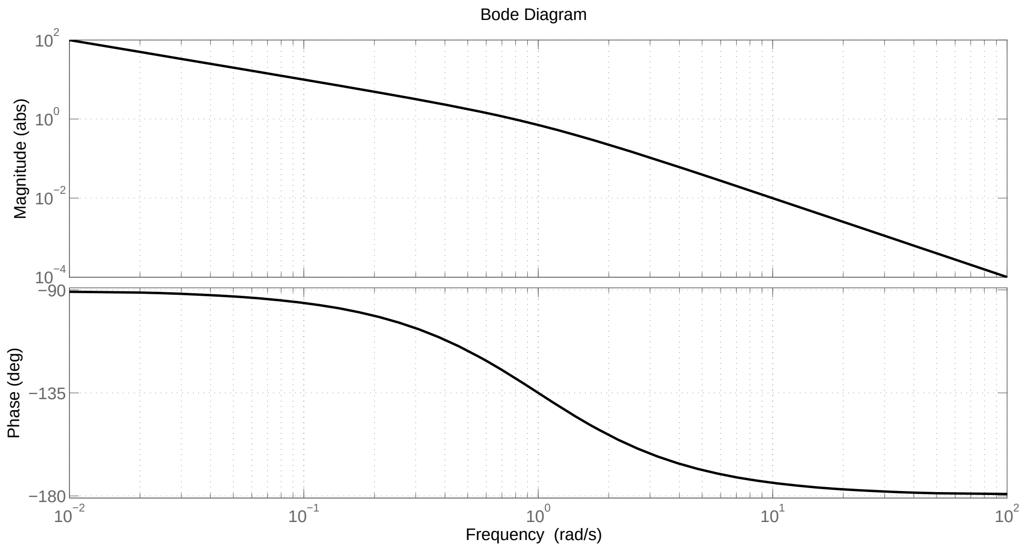


2. a) Tänk dig en vanlig köksugn och betrakta den som ett reglersystem. Beskriv ett möjligt reglerproblem och definiera vad som skulle kunna vara insignal (styrsignal), utsignal (mätsignal), referenssignal och störsignal. (4p)

b) Betrakta systemet nedan. Skriv systemet på tillståndsform med u som insignal och y som utsignal. Använd tillståndsvariablerna x_1 och x_2 som angivits i figuren. (3p)



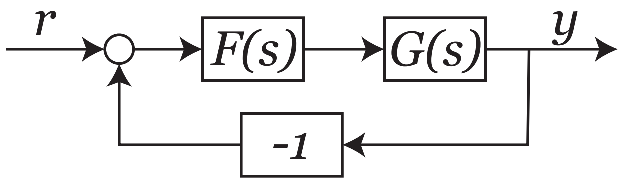
c) Bodediagrammet för en överföringsfunktion $G(s)$ finns återgiven nedan. Skissa hur Nyquistkurvan $G(i\omega)$ ser ut. Rita även ut enhetscirkeln. (3p)



3. Ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(s+2)}$$

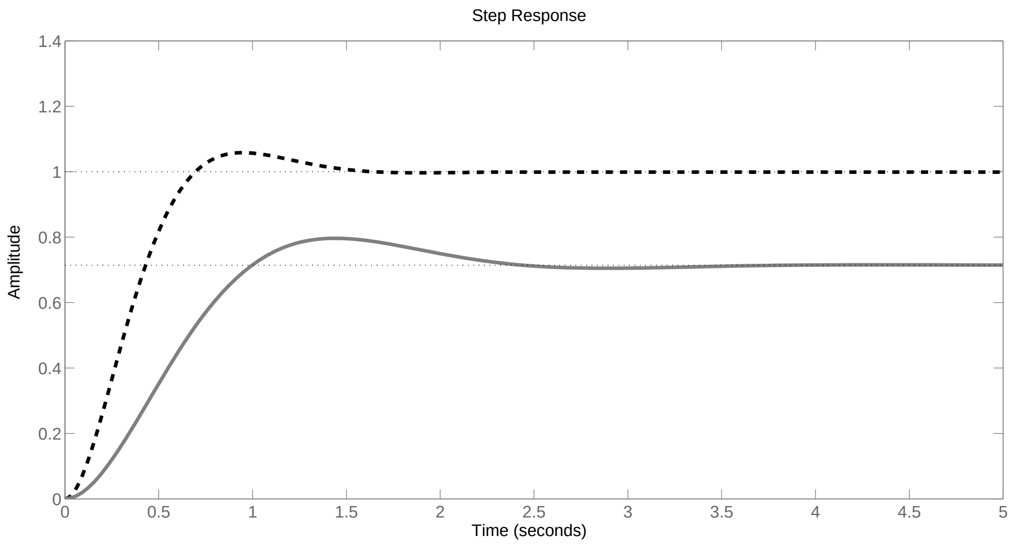
ska regleras enligt följande blockschema.



Först provar man med en P-regulator och för $F(s) = K = 5$ får man det heldragna stegsvaret i Figur 1 nedan, men om man ökar K ytterligare blir överslängen större än tillåtet. Det man önskar är att stegsvaret ser ut som den streckade linjen. Jämfört med P-regulatorn vill man alltså att stigtiden snabbas upp 70% och att det statiska felet elimineras samtidigt som överslängen inte får bli större.

a) Översätt kraven ovan till krav på systemets kretsförstärkning. (2p)

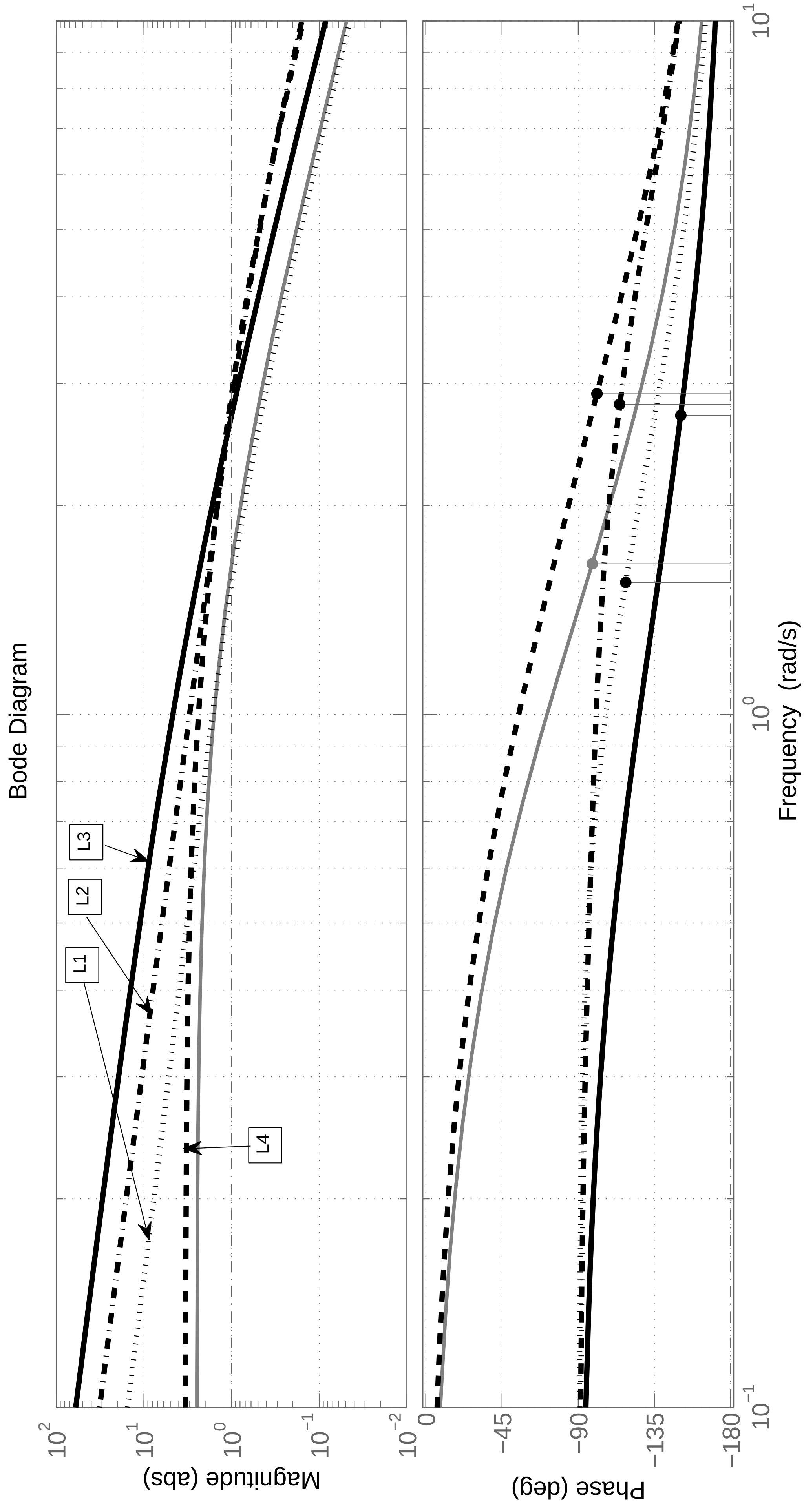
b) Beskriv hur man konstruerar en Lead/Lag-regulator som uppfyller kraven i a). (Observera att du inte behöver utföra beräkningarna och ta fram regulatorn, det räcker att du beskriver hur parametrarna i regulatorn ska väljas för att uppfylla kraven.) (4p)



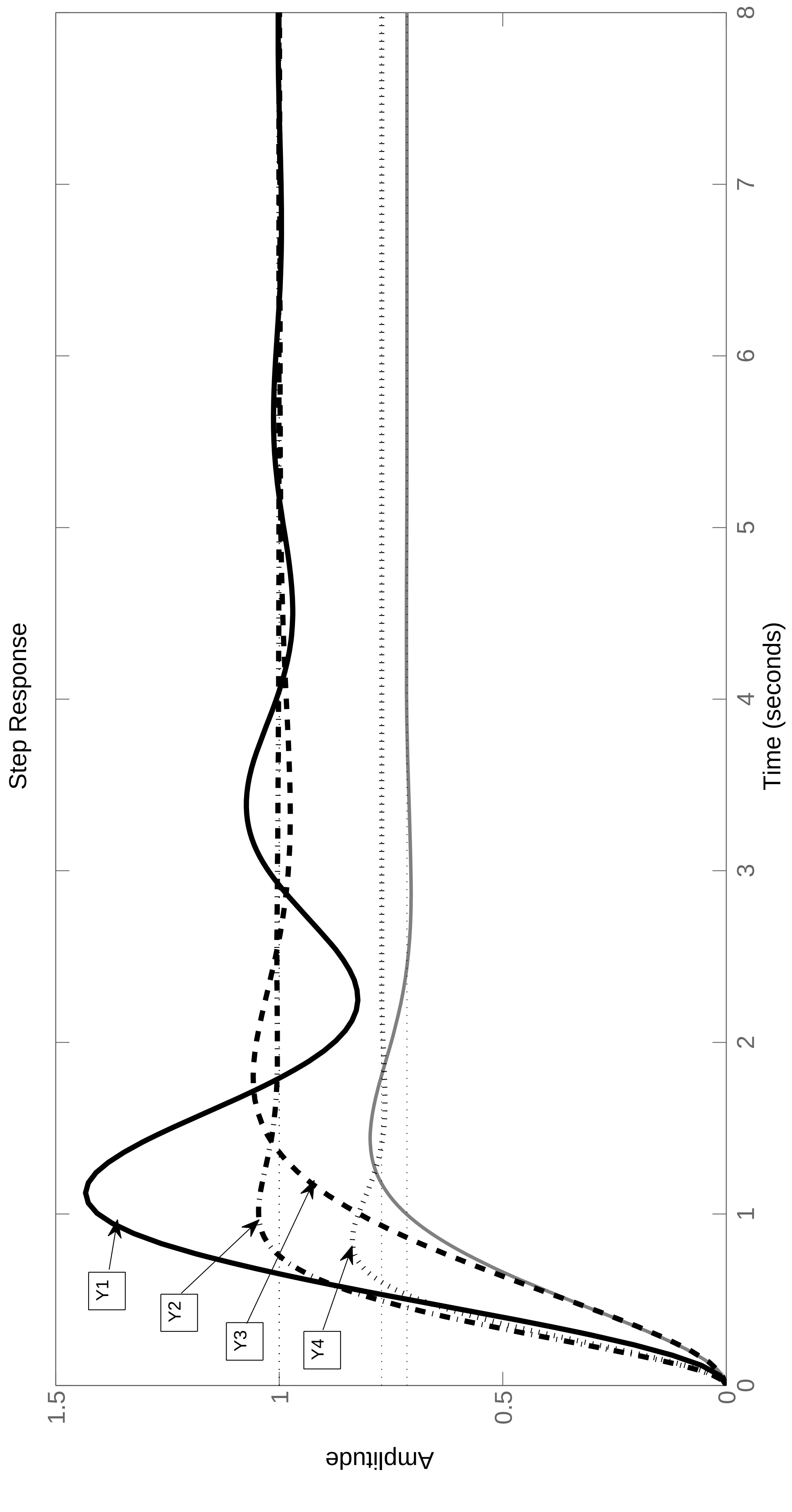
Figur 1: Önskat stegsvar (streckat) samt stegsvar för P-regulator (heldragen).

I Figur 2 på nästa uppslag visas Bodediagram över kretsförstärkningarna för fyra olika regulatorer (L1 – L4). Den tunna heldragna linjen visar kretsförstärkningen för P-regulatorn, (dvs KG). I Figur 3 visas stegsvaren (Y1 – Y4) som fås med de olika regulatorerna. Även här motsvarar den tunna heldragna linjen P-regulatorn.

c) Para ihop kretsförstärkningarna L1 – L4 med stegsvaren Y1 – Y4. För full poäng krävs tydligt motiverade svar. (4p)

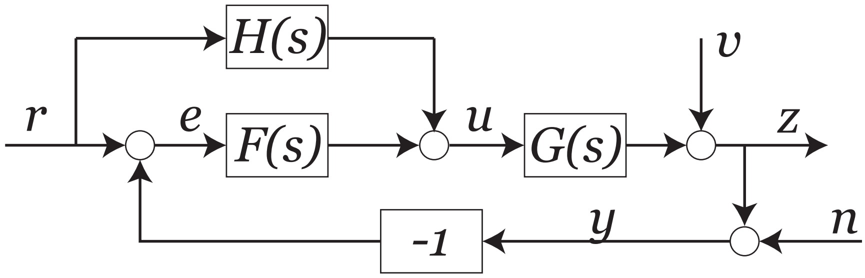


Figur 2: Bodediagram för tal 3b.



Figur 3: Stegsvar för tal 3b

4. I det här talet ska vi studera reglersystemet i nedanstående blockschema.



Systemet som ska regleras ges av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{2}{s+1}$$

Man provar först med regulatorn

$$F(s) = \frac{s+1}{s} \qquad \text{och} \qquad H(s) = 0$$

vilket ger en *bra balans* mellan att undertrycka störningar v och att inte fortplanta mätbrus n till utsignalen z. Dock önskar man *snabbare* följning av referensändringar r. Man har tre förslag på nya regulatorer att ta ställning till:

$$\begin{aligned}
&\text{Alt 1:} \quad F(s) = \frac{2s+2}{s} \quad \text{och} \quad H(s) = 0 \\
&\text{Alt 2:} \quad F(s) = \frac{s+1}{s} \quad \text{och} \quad H(s) = \frac{s+1}{s+4} \\
&\text{Alt 3:} \quad F(s) = 0 \quad \text{och} \quad H(s) = \frac{2s+2}{s+4}
\end{aligned}$$

a) Vilken av regulatorerna 1–3 ovan
- är bäst på att följa referensändringar i r?
- är bäst på att undertrycka störningar v på utsignalen?
- fortplantar minst mätbrus n till utsignalen?
- skulle du föreslå i det här fallet med tanke på vad som sagts om den ursprungliga regulatorn ovan?

(8p)

Tips: Beräkna överföringsfunktionerna från r, v och n till z och skissa asymptotiska Bodediagram.

b) Någon föreslår att man ska nöja sig med den ursprungliga referensföljningen och istället ytterligare minska inverkan av störningar *och* mätbrus på utsignalen. Förklara varför det inte är möjligt. (2p)

5. Ett system beskrivs av följande tillståndsekvationer

$$
\begin{aligned}
\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\
z(t) &= C_1 x(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)
\end{aligned} \tag{1}
$$

där $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) & x_2(t) \end{bmatrix}^T$. Systemet ska regleras med hjälp av en tillståndsåterkoppling $u(t) = -Lx(t) + l_o r(t) = -\begin{bmatrix} 3 & 1 \end{bmatrix} x(t) + r(t)$. Med denna tillståndsåterkoppling hamnar det slutna systemets poler i $-1 \pm i$ och den statiska förstärkningen från r till z blir lika med 1.

Dock är det inte möjligt att mäta tillståndet $x_1(t)$ utan endast $x_2(t)$. Vi inför beteckningen $y(t) = C_2 x(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$ för den mätta signalen.

a) Konstruera en observatör för att skatta tillståndsvektorn $x(t)$ från $y(t)$ och $u(t)$. Välj observatörens förstärkning K så att polerna hamnar i $-2 \pm 2i$. (2p)

Systemet återkopplas nu enligt $u(t) = -L\hat{x}(t) + l_0 r(t)$ där $\hat{x}(t)$ skattas med observatören från uppgift a). Nu visar det sig att mätningen har ett konstant mätfel n, dvs den mätta signalen är $y(t) = C_2 x(t) + n$. Nu vill vi veta hur mycket mätfelet påverkar utsignalen.

b) Skriv det återkopplade systemet på tillståndsform med tillstånden $x(t)$ och $\tilde{x}(t) := x(t) - \hat{x}(t)$ och ta fram den statiska förstärkningen från störningen n till utsignalen $z(t)$. (4p)

Ledning: Följande matrisinvers kan vara användbar:

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} A - BL & BL \\ 0 & A - KC_2 \end{bmatrix}^{-1} &= \begin{bmatrix} (A - BL)^{-1} & -(A - BL)^{-1} BL (A - KC_2)^{-1} \\ 0 & (A - KC_2)^{-1} \end{bmatrix} \\
&= \frac{1}{16} \begin{bmatrix} -8 & -4 & -5 & 7 \\ 16 & -8 & -10 & 14 \\ 0 & 0 & -6 & 10 \\ 0 & 0 & -2 & -2 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

Nu ska vi se att det går att få bort det stationära felet i $z(t)$ genom att utvidga observatörsmodellen med ett extra tillstånd för mätfelet.

c) Utvidga modellen (1) med ett tillstånd $n(t)$ för mätfelet och visa att det går att göra en observatör som skattar både $x(t)$ och $n(t)$ från mätningen $y(t)$ och insignalen $u(t)$. (3p)

Ledning: Mätfelet är konstant, dvs $\dot{n}(t) = 0$.

d) Förklara varför observatören i c) leder till att mätfelet n inte påverkar $z(t)$ stationärt. (1p)