Lösningar för KS2, SG1109, 29/4, 2014

1. Se boken!

2. a)

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta = -\alpha r_o e^{-\alpha t}\mathbf{e}_r + \omega r_o e^{-\alpha t}\mathbf{e}_\theta\,. \tag{1}$$

Uttrycket för den kinesiska energin ges alltså av

$$T = (\alpha^2 + \omega^2) r_o^2 e^{-2\alpha t} \tag{2}$$

Lagen om den kinesiska energin ger

$$U_{0-1} = T_1 - T_0 = r_o^2(\alpha^2 + \omega^2)(e^{-2\alpha t_1} - 1) \tag{3}$$

b)

$$\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = mr^2\omega\mathbf{e}_z = mr_o^2 e^{-2\alpha t}\omega\mathbf{e}_z \tag{4}$$

Momentekvationen ger

$$\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O = -2\alpha\omega m r_0^2 e^{-2\alpha t}\mathbf{e}_z \tag{5}$$

Sätt $t = t_1$ och vi får

$$\mathbf{M}_O(t_1) = \dot{\mathbf{H}}_O = -2\alpha\omega m r_0^2 e^{-2\alpha t_1}\mathbf{e}_z \tag{6}$$

3. Se boken!

4. Keplers tredje lag ger

$$\frac{2\pi}{\omega_j} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM}} \tag{7}$$

där r är satellitens avstånd till jordens centrum. Med $GM = gR^2$ fås

$$r = g^{1/3}R^{2/3}/\omega_j^{2/3}\,. \tag{8}$$

Låt $r = h + R$, där h är satellitens höjd över jordytan. Då fås

$$h = g^{1/3}R^{2/3}/\omega_j^{2/3} - R\,. \tag{9}$$