

## Lösningar för KS2, SG1109, 29/4, 2014

1. Se boken!

2. a)

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta = -\alpha r_o e^{-\alpha t}\mathbf{e}_r + \omega r_o e^{-\alpha t}\mathbf{e}_\theta. \quad (1)$$

Uttrycket för den kinesiska energin ges alltså av

$$T = \frac{1}{2}m(\alpha^2 + \omega^2)r_o^2 e^{-2\alpha t} \quad (2)$$

Lagen om den kinesiska energin ger

$$U_{0-1} = T_1 - T_0 = \frac{1}{2}mr_o^2(\alpha^2 + \omega^2)(e^{-2\alpha t_1} - 1) \quad (3)$$

b)

$$\mathbf{H}_O = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = mr^2\omega\mathbf{e}_z = mr_o^2 e^{-2\alpha t}\omega\mathbf{e}_z \quad (4)$$

Momentekvationen ger

$$\mathbf{M}_O = \dot{\mathbf{H}}_O = -2\alpha\omega mr_o^2 e^{-2\alpha t}\mathbf{e}_z \quad (5)$$

Sätt  $t = t_1$  och vi får

$$\mathbf{M}_O(t_1) = \dot{\mathbf{H}}_O = -2\alpha\omega mr_o^2 e^{-2\alpha t_1}\mathbf{e}_z \quad (6)$$

3. Se boken!

4. Keplers tredje lag ger

$$\frac{2\pi}{\omega_j} = \frac{2\pi r^{3/2}}{\sqrt{GM}} \quad (7)$$

där  $r$  är satellitens avstånd till jordens centrum. Med  $GM = gR^2$  fås

$$r = g^{1/3}R^{2/3}/\omega_j^{2/3}. \quad (8)$$

Låt  $r = h + R$ , där  $h$  är satellitens höjd över jordytan. Då fås

$$h = g^{1/3}R^{2/3}/\omega_j^{2/3} - R. \quad (9)$$