

Tentamensskrivning 1, 2014-05-20, kl. 08.00–13.00.

SF1663 Tillämpad linjär algebra med numeriska metoder, för CFATE.

Examinator: Lars Filipsson

Inga hjälpmedel!

Du ska endast lösa uppgifterna på den eller de delar som du inte är godkänd på.

Varje uppgift ger maximalt 4 p och godkänt på resp. del ges vid 7 p. För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa.

KS1

1. Geometrisk medelvärde av N tal definieras som

$$m = (x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_N)^{1/N}.$$

Skriv ett Matlab-program som först frågar efter antalet tal som skall läsas in och sedan läser in så många tal. Därefter skall programmet beräkna talens geometriska medelvärde enligt formeln ovan och skriva ut det med förklarande text.

2. Skriv ett Matlab-program som frågar efter värden på de tre parametrarna a , b och c och sedan ritar de fyra kurvorna $y = a \cos(kx) + bx^2 - c$ för x -värden mellan -1 och 3 och de fyra olika k -värdena $k = 1$, $k = 1.5$, $k = 3$ och $k = 5$. Alla kurvor skall vara släta och fina och visas i samma bild.
3. Givet de fyra Matlab-filerna:

f1.m

```
function [y,x]=f1(a,b,c);  
a=2*b  
x=a+c  
y=b+x  
end
```

f2.m

```
function [a,b,c]=f2(y,x);  
a=3*x  
x=y+a  
c=x+y  
b=a-c  
end;
```

p3.m

```
x=1,y=2,z=5,a=10
[a,b]=f1(z,y,x)
c=x:y:z
d=[a,b,c,x,y,z]
```

p4.m

```
x=1,y=2,z=5,a=10
[b,c]=f2(a,z)
c=x:y:z
d=[a,b,c,x,y,z]
```

Vad skrivs ut på skärmen då man kör:

- a) p3 ?
- b) p4 ?

KS2

4. Låt $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 0 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ och $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Beräkna determinanten $\det(A^3 B^T A^{-1})$, givet att $\det A = -3$.
- b) Beräkna matrisuttrycket $(A + AB^T)^{-1}A$.
- c) Skriv ett Matlab-program som löser matrisekvationen

$$AX = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + X$$

och skriver ut svaret.

- 5. En linje ℓ innehåller punkterna $P = (4, -1, 3)$ och $Q = (6, -2, 7)$, och ett plan π har ekvationen $2x - y + 3z = 1$.
 - a) Bestäm linjen ℓ i parameterform.
 - b) Skriv planet π i parameterform.
 - c) Bestäm skärningspunkten mellan linjen ℓ och planet π .
 - d) Bestäm två punkter på ℓ som ligger på varsin sida om planet π .
- 6. Bestäm en linje i parameterform vars riktning är vinkelrät mot riktningen hos linjen $\ell: (x, y, z) = (1 + 3t, 2t, 1 - 3t)$ och har (kortaste) avstånd 2 till den linjen.

KS3

7. a) Bestäm hur vektorn $u = (0, 2)$ avbildas genom en spegling i linjen $y = 2x$ i xy -planet.
b) Bestäm matrisen för den sammansatta avbildningen $S \circ S$, där S är speglingen i uppgift a.
8. En linjär avbildning $T: \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ har matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 2 & 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

- a) Är värderummet ett delrum av \mathbf{R}^3 eller \mathbf{R}^4 ?
b) Bestäm en bas för nollrummet.
9. Ett hus med sadeltak har formen av ett rätblock med ett liksidigt triangulärt prisma ovanpå och mått enligt figuren nedan. Inför ett koordinatsystem med bas $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ och origo i O .
- a) Bestäm en ny bas $B' = \{v_1, v_2, v_3\}$ så att vektorerna \overrightarrow{OP} och \overrightarrow{PQ} har koordinaterna $(0, 1, 0)$ och $(0, 1, 1)$ i denna bas. Svara genom att ange basvektorerna v_1, v_2 och v_3 i basen B .
b) Bestäm basbytesmatrisen $P_{B' \leftarrow B}$.

