



Uppgifter till Seminarium 2

Se www.kth.se/social/course/SF1625 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna. Detta seminarium inleds med ett skriftligt prov på (en variant av) någon av de rekommenderade övningsuppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:

Kapitel 1.2: 9, 13, 21, 25, 30, 49, 50, 78, 79. Kapitel 1.3: 3, 6, 11, 13, 53. Kapitel 1.4: 7, 8, 12, 15, 17, 20, 21, 29. Kapitel 1.5: 13, 29. Kapitel 2.1: 5, 7. Kapitel 2.2: 1, 3, 11, 26, 27, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 47. Kapitel 2.3: 1, 7, 11, 17, 25, 33, 35, 47. Kapitel 2.4: 3, 5, 11, 18, 23, 30, 31, 37. Kapitel 2.5: 13, 15, 23, 29, 31, 35, 45, 62.

Vid seminariet kommer nedanstående uppgifter att diskuteras.

UPPGIFTER

Uppgift 1. Beräkna nedanstående gränsvärden.

A. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}$

B. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{5x^2 + 2x + 3}$

C. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x}} - \sqrt{x} \right)$

Uppgift 2. Bestäm konstanten k så att funktionen

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin kx}{x}, & x \neq 0 \\ 4, & x = 0 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i origo. Är funktionen därmed kontinuerlig för alla x ?

Uppgift 3. Derivera följande funktioner med avseende på x och ange för vilka x de är deriverbara. Är det någon av funktionerna som inte är deriverbar i hela sin definitionsmängd?

A. $f(x) = 1 + \tan^2 x$

B. $g(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$

C. $h(x) = \sin \sqrt{x}$

D. $k(x) = |x| \cos x$

DISKUSSIONSUPPGIFTER

Här är några extra uppgifter att diskutera vid seminariet. Lösningar behöver inte skrivas ner i förväg.

- Visa med hjälp av satsen om mellanliggande värden att $p(x) = x^5 + x^3 + 1$ har ett nollställe mellan -1 och 0 . Ligger nollstället närmare -1 eller närmare 0 ? Hur kan du vara säker på att det inte finns flera nollställen?
- En parkeringsmätare tar betalt enligt följande: den första påbörjade timmen kostar 4 kronor och därefter kostar det 2 kronor för varje ytterligare påbörjad timme, upp till det maximala beloppet 10 kronor. Låt $h(t)$ vara parkeringskostnaden som funktion av tiden t timmar. Skissa funktionsgrafén $y = h(t)$ för $0 \leq t \leq 24$. Är h en kontinuerlig funktion?
- Ge exempel på en funktion med definitionsmängd \mathbb{R} som varken är kontinuerlig eller deriverbar i $x = 1$.
- Ge exempel på en funktion med definitionsmängd \mathbb{R} som är kontinuerlig men inte deriverbar i $x = 1$.
- Finns det någon funktion som är deriverbar men inte kontinuerlig i $x = 1$?