Institutionen för Matematik

SF1625
Envariabelanalys
Läsåret 2014/2015

Uppgifter till Seminarium 4

Se www.kth.se/social/course/SF1625 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna. Detta seminarium inleds med ett skriftligt prov på (en variant av) någon av de rekommenderade övningsuppgifterna ur kursboken Calculus av Adams och Essex (8:e upplagan), nämligen:
Kapitel 4.1: 5, 7, 9, 16, 17. Kapitel 4.2: 7, 9. Kapitel 4.3: 1, 5, 17. Kapitel 4.4: 3, 14, 29, 35. Kapitel 4.5: 5, 11, 27, 31. Kapitel 4.6: 3, 5, 9, 17, 31. Kapitel 4.8: 1, 7, 13, 21. Kapitel 4.9: 1, 3, 13, 30. Kapitel 4.10: 1, 5, 9
Vid seminariet kommer nedanstående uppgifter att diskuteras.

Uppgifter

Uppgift 1. Bestäm alla lokala extrempunkter och alla eventuella asymptoter, skissa grafen och bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = xe^{-x^2/2}$.

Uppgift 2. Låt $g(t) = \sqrt{4+t}$. Bestäm Maclaurinpolynomet (Taylorpolynomet kring origo alltså) av grad 2 till g och använd det för att beräkna ett närmevärde till $\sqrt{4.4}$. Vad kan du säga om felet?

Uppgift 3. Man konstruerar en cylindrisk burk med botten och lock. Den totala arean av burkens begränsningsyta är A. Hur ska man välja burkens höjd h och bottenradie R för att maximera burkens volym?

Uppgift 4. En ståltråd med längden 1 meter delas i två delar (där den ena delen kan vara noll meter). Den ena delen formas till en cirkel och den andra till en kvadrat. Bestäm längden av den del av tråden som används till kvadraten om summan av cirkelns och kvadratens areor ska vara a) maximal b) minimal.

DISKUSSIONSUPPGIFTER

Här är några extra uppgifter att diskutera vid seminariet. Lösningar behöver inte skrivas ner i förväg.

- Ett flygplan flyger rakt med konstant hastighet 600 km/h och konstant höjd 5 km. Vid ett tillfälle passerar flygplanet rakt ovanför ett hus. Hur snabbt ändras avståndet mellan flygplanet och huset 1 minut senare?

- Finns det någon funktion som har definitionsmängd $\mathbf{R}$ och som har ett globalt extremvärde i origo utan att derivatan i origo är noll? Ge exempel på en sådan funktion eller visa att ingen sådan funktion finns.

- Finns det någon funktion som har definitionsmängd $\mathbf{R}$ och som saknar ett globalt extremvärde i origo trots att derivatan i origo är noll? Ge exempel på en sådan funktion eller visa att ingen sådan funktion finns.

- Finns det någon funktion som har definitionsmängd $\mathbf{R}$ och som är strängt växande utan att derivatan är positiv överallt? Ge exempel på en sådan funktion eller visa att ingen sådan funktion finns.

- Finns det någon funktion som har definitionsmängd $\mathbf{R}$ och som inte är strängt växande, trots att derivatan är positiv överallt? Ge exempel på en sådan funktion eller visa att ingen sådan funktion finns.

- Bestäm värden på konstanterna a, b och c så att
$$|ae^{bx+cx^2} - 2x^2 - 4| \le 10^{-4} \quad \text{då } |x| \le 0.1.$$

- Visa att $x((\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 + 6\ln x) \ge 6(x-1)$ för alla $x > 0$.