



KTH Teknikvetenskap

SF1626 Flervariabelanalys
SEMINARIEUPPGIFT 3
läsåret 11/12

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

UPPGIFTER TILL SEMINARIUM 3

Uppgift 1. Beskriv först områdena i deluppgifterna med hjälp av villkor på formen

$$f(x) \leq y \leq g(x), \quad a \leq x \leq b.$$

Beskriv sedan också områdena med villkor på formen

$$h(y) \leq x \leq k(y), \quad c \leq y \leq d.$$

Beräkna slutligen dubbelintegralen av funktionen $f(x, y) = xy$ över vart och dessa områden på vardera två olika sätt.

- Triangeln med hörn i $(0, -1)$, $(0, 1)$ och $(2, 0)$.
- Området som begränsas av kurvorna $y = \sqrt{x}$ och $y = x^3$.

Uppgift 2. En kilformad kropp beskrivs av olikheterna

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 0,5 \text{ [m]}, \\ 0 \leq y \leq 2,0 \text{ [m]}, \\ 0 \leq z \leq 0,5y \text{ [m]}. \end{cases}$$

Densiteten i kroppen varierar enligt $\rho(x, y, z) = y(1 - z)$ [kg/m³]. Beräkna kroppens massa.

Uppgift 3. Kroppen K begränsas av konen $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$ och sfären $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ samt innehåller punkten $(0, 0, -1)$.

- Hur beskrivs K med olikheter i sfäriska koordinater?
- Försök att beskriva K med olikheter i cylindriska koordinater.
- Beräkna integralen $\iiint_K z^2 dx dy dz$.

Uppgift 4. Kroppen K begränsas av paraboloidytorna $z = x^2 + y^2$ och $z = 2 - x^2 - y^2$. Beräkna integralen

$$\iiint_K (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

V.g. vänd!

Uppgift 5. En av Guldins regler lyder:

Då ett plant ytstycke, som helt ligger på ena sidan om en rät linje i dess plan roterar ett varv kring linjen alstras en kropp vars volym ges av

$$V = (\text{ytstyckets area}) \cdot \left(\begin{array}{l} \text{den sträcka ytstyckets tyngdpunkt} \\ \text{beskriver vid rotationen} \end{array} \right).$$

Ytstycket tänks därvid vara en platta med konstant densitet.

Visa att regeln gäller för den rotationskropp K som uppstår om triangeln i xz -planet med hörn i punkterna $(0, 0)$, $(0, 1)$ och $(1, 1)$ roteras ett varv i xyz -rummet kring z -axeln.

ALLMÄNT OM SEMINARIERNA

Under kursen ges fyra seminarier. Inför seminarierna har studenterna i uppgift att lösa en uppsättning problem. Lösningarna ska vara färdigskrivna innan seminariet börjar och de ska vara skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Det är tillåtet att samarbeta och diskutera lösningar med andra studenter men var och en måste skriva sina egna lösningar.

Under seminarierna kommer studenternas lösningar att presenteras och diskuteras. Tanken är dels att uppgifterna ska vara lärorika i sig, dels att kommunikationen kring lösningsförslagen ska leda till ett djupare lärande. Seminarierna ska främja studentaktivitet och kontinuitet i studerandet.

Varje student måste, för att bli godkänd på seminariet, i detalj kunna förklara sina egna lösningar muntligt och skriftligt. Vid seminariet kommer de medhavda lösningarna att behandlas på olika sätt. Lösningar på en uppgift kan samlas in och rättas av lärare. Andra lösningar får studenter gå igenom på tavlan. Åter andra kan rättas och diskuteras i grupp. Även om det finns ett litet inslag av examination vid seminarierna är det lärmomentet som är det viktiga.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir man om man deltar vid hela seminarietillfället och utför alla de uppgifter man blir tilldelad, som att redovisa vid tavlan, rätta andra studenters uppgifter, lämna in lösningar. De inlämnade lösningarna kommer att bedömas enligt samma bedömningskriterier som vid tentamen och kontrollskrivningar, men främst som en återkoppling till studenten.

Varje godkänt seminarietillfälle ger en poäng på tentamensuppgift 3. Maximalt kan man alltså med hjälp av seminarier få 4 poäng avklarade på tentamensuppgift 3 (som då inte behöver lösas). Det är maximum mellan resultatet från seminarierna och resultatet på uppgift 3 på tentamen som räknas. Resultat från seminarier serien gäller vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för respektive program och läsår.