



KTH Teknikvetenskap

**SF1626 Flervariabelanalys
SEMINARIEUPPGIFT 4
läsåret 11/12**

Se www.kth.se/social/course/SF1626 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

UPPGIFTER TILL SEMINARIUM 4

Uppgift 1.

- Förklara vad som menas med ett *vektorfält* i planet respektive rummet.
- Hur definieras att ett vektorfält är konservativt?
- Förklara vad som menas med att en kurvintegral är oberoende av väg.
- Red ut sambanden mellan följande utsagor för ett vektorfält $F = (P, Q)$ definerat i ett sammanhängande område i planet:
 - F är konservativt
 - $\partial P/\partial y = \partial Q/\partial x$
 - $\int_{\gamma} F \cdot dr$ är oberoende av väg
 - $\int_{\gamma} F \cdot dr$ är oberoende av kurvan γ 's parametrisering.

Uppgift 2. Ett vektorfält $F = (P, Q)$ i området $x, y > 0$ i planet ges av formlerna

$$P(x, y) = \frac{2x}{x^2 + y^2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \quad \text{och} \quad Q(x, y) = \frac{2y}{x^2 + y^2} + \frac{ax}{y^2}.$$

För vilka värden på parametern a är vektorfältet konservativt? Bestäm en potential till vektorfältet för sådana a .

Uppgift 3. Betrakta vektorfältet F i \mathbb{R}^3 som ges av $F = (yz, xz, xy)$ och kurvintegralen

$$\int_{\gamma} F \cdot dr.$$

- Låt γ vara den kurva som ges av $(x, y, z) = (\cos t, \sin t, t)$ då t löper från 0 till $\pi/4$. Beräkna integralen genom att använda kurvans parametrisering.
- Visa att fältet F är konservativt och bestäm en potentialfunktion till F . Beräkna nu integralen med hjälp av potentialen.
- För vilka slutna kurvor γ gäller att integralen är noll?

Uppgift 4. Låt $F = (y^2, x^2)$ och betrakta kurvintegralen

$$\int_{\gamma} F \cdot dr.$$

V.g. vänd!

- a) Beräkna integralen när $\gamma = \gamma_1$ som är linjesegmentet från punkten $(0, 1)$ till punkten $(1, 0)$.
- b) Beräkna integralen när $\gamma = \gamma_2$ som är den del av parabeln $y = 1 - x^2$ som går från punkten $(1, 0)$ till punkten $(0, 1)$.
- c) Beräkna integralen när $\gamma = \gamma_3$ som är den del av enhetscirkeln i första kvadranten som går från punkten $(0, 1)$ till $(1, 0)$.
- d) Beräkna integralen när γ är den slutna kurva som består av de två kurvstyckena γ_1 och γ_2
 - genom att utnyttja resultatet i a) och b), och
 - genom att tillämpa Greens formel.

ALLMÄNT OM SEMINARIERNA

Under kursen ges fyra seminarier. Inför seminarierna har studenterna i uppgift att lösa en uppsättning problem. Lösningarna ska vara färdigskrivna innan seminariet börjar och de ska vara skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Det är tillåtet att samarbeta och diskutera lösningar med andra studenter men var och en måste skriva sina egna lösningar.

Under seminarierna kommer studenternas lösningar att presenteras och diskuteras. Tanken är dels att uppgifterna ska vara lärorika i sig, dels att kommunikationen kring lösningsförslagen ska leda till ett djupare lärande. Seminarierna ska främja studentaktivitet och kontinuitet i studerandet.

Varje student måste, för att bli godkänd på seminariet, i detalj kunna förklara sina egna lösningar muntligt och skriftligt. Vid seminariet kommer de medhavda lösningarna att behandlas på olika sätt. Lösningar på en uppgift kan samlas in och rättas av lärare. Andra lösningar får studenter gå igenom på tavlan. Åter andra kan rättas och diskuteras i grupp. Även om det finns ett litet inslag av examination vid seminarierna är det lärmomentet som är det viktiga.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir man om man deltar vid hela seminarietillfället och utför alla de uppgifter man blir tilldelad, som att redovisa vid tavlan, rätta andra studenters uppgifter, lämna in lösningar. De inlämnade lösningarna kommer att bedömas enligt samma bedömningskriterier som vid tentamen och kontrollskrivningar, men främst som en återkoppling till studenten.

Varje godkänt seminarietillfälle ger en poäng på tentamensuppgift 3. Maximalt kan man alltså med hjälp av seminarier få 4 poäng avklarade på tentamensuppgift 3 (som då inte behöver lösas). Det är maximum mellan resultatet från seminarierna och resultatet på uppgift 3 på tentamen som räknas. Resultat från seminarier serien gäller vid ordinarie tentamen och ordinarie omtentamen för respektive program och läsår.