KTH-ICT-ES

Tentamen i Reglerteknik.

7,5 hp varav tentamen ger 4,5 hp

Kurskod: IE1304

Datum: 2011-06-09

Tid: 9.00-13.00

Examinatorer: Jan Andersson och Leif Lindbäck

Tentamensinformation:

Hjälpmedel: Bilagd formelsamling, dimensioneringsbilaga och miniräknare

Miniräknare: Får användas

Omfång: Tentamen består av 20 uppgifter och totalt 50 poäng.

Poängkrav: För betyget E krävs minst 25 p, för

D	$\geq$ 30 p
C	$\geq$ 35 p
B	$\geq$ 40 p
A	$\geq$ 45 p

Utförande: Namn och personnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper.
Bladnr. och uppgiftsnr. skall anges på varje inlämnat skrivpapper
Skriv endast på en sida.
Redovisade lösningar skall vara fullständiga och lätta att följa, egna antaganden skall motiveras.

1. Hur karaktäriseras en process G(s) i vilken det förekommer transporttid? (2p)

2. Vad är BIBO-stabilitet? (2p)

3. Hur definieras normalt insvängningstid för ett reglersystem? (2p)

4. Vad är skillnaden mellan ett öppet och ett slutet system? (2p)

5. Ge ett alternativt namn på <u>tidsdiskret reglering</u>. (2p)

6. Hur kan man tänka sig att en typisk processreglering av P-typ ändras med förstärkningen K? (2p)

7. Hur avläses ett reglersystems stabilitetsmarginaler i ett Bode-diagram? (2p)

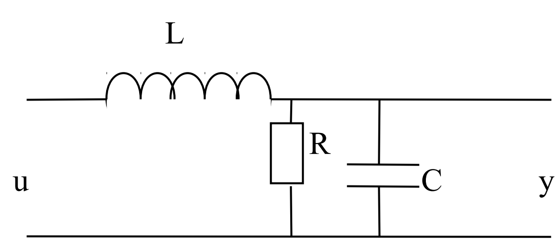
8. Vilka parametrar mäts då man tillämpar Ziegler-Nichols metod? (2p)

9. Hur definieras variabeln z för tidsdiskreta system? (2p)

10. Vad menas med en adaptiv regulator? (2p)

11. Bestäm stegsvaret (enhetssteg) för ett system, som beskrivs med överföringsfunktionen $G(s)=\frac{3}{1+bs}$ (2p)

12. Bestäm differentialekvationen för det elektriska filtret i figuren, där
u = insignal
y = utsignal
R = 1000 kΩ
C = 1 μF
L = 500 H



(3p)

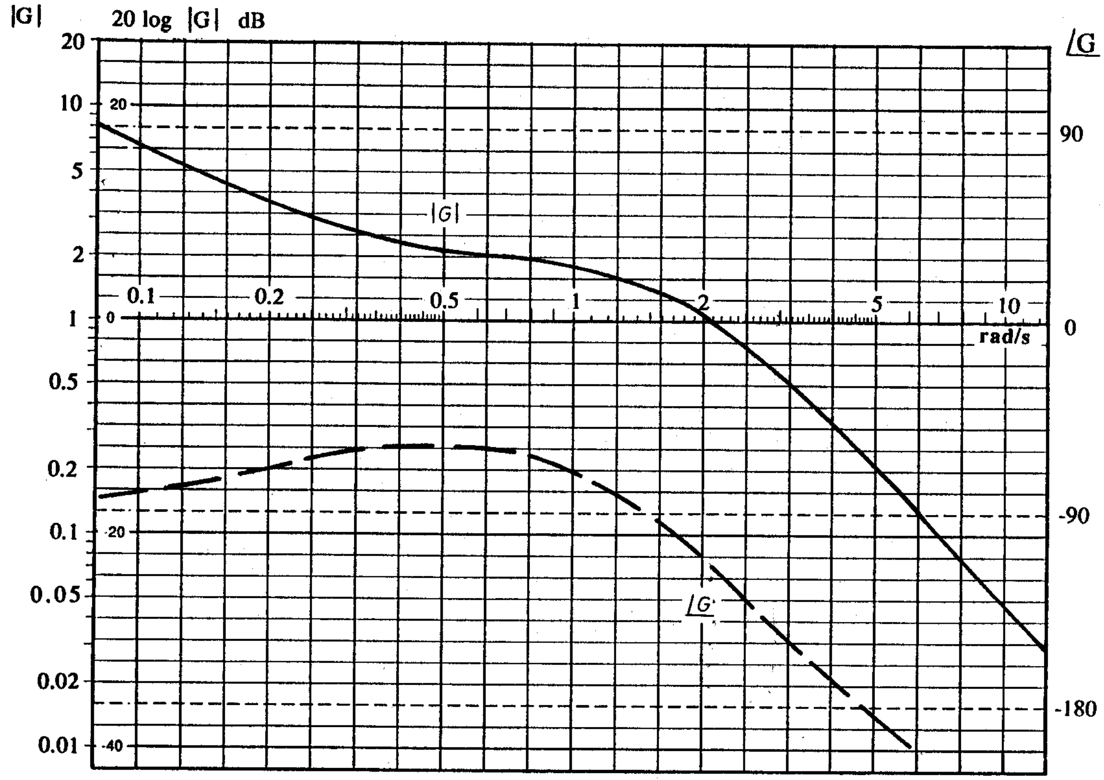
13 Figuren visar Bodediagrammet för kretsöverföringen (slingförstärkningen) $G_k(s)$ hos ett system.

Bestäm Amplitudmarginalen A_m

Fasmarginalen φ_m

Approximativ stigtid t_r vid stegformad börvärdesändring

Det kvarvarande felet e_o vid stegformad börvärdesändring



(4p)

14 Bodediagrammet i förra uppgiften visar kretsöverföringen för ett system, som man vill reglera med en PI-regulator. Man önskar en fasmarginal på 38°. Dimensionera regulatorns K_p och T_I. (3p)

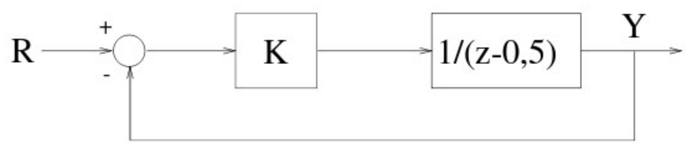
15 En process med överföringsfunktionen $G(s)=\frac{4}{1+5s}$ ska småningom styras med en styckvis konstant insignal och samplingstiden ska vara 0,2 sekunder. Därför måste processen diskretiseras och beskrivas med en lineär differensekvation av följande typ: $y_k = a \cdot y_{k-1} + b \cdot u_{k-1}$
Bestäm denna differensekvation. (2p)

16 Det stabila tidsdiskretra systemet $H(z)=\dfrac{2z+3}{z^2-0.40z+0{,}53}$

påverkas av en *enhetspuls* och y svänger småningom in mot sitt slutvärde. Vilket är slutvärdet? (2p)

17 Bestäm den tidsdiskreta motsvarigheten till den kontinuerliga överföringsfunktionen e^{-6s}. Styrningen sker med en styckvis konstant insignal och samplingstiden är 3 sekunder. (2p)

18



a) För vilka *positiva* värden på K är systemet ovan stabilt? (3p)

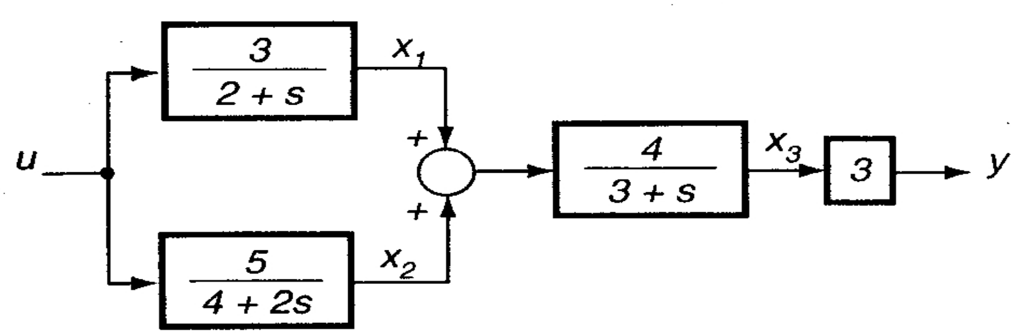
b) Vad blir det kvarstående felet, e_0, i systemet ovan om K = 0,1 och börvärdesändringen, R, är ett enhetssteg. (2p)

19 a) En process med nedanstående överföringsfunktion ska regleras med en polplaceringsregulator. Alla poler ska ligga i z = 0.3. Rita ett blockschema med uträknade värden för regulatorn.

$$H(z)=\frac{2.0z^{-1}}{1-0.90z^{-1}}$$ (3p)

b) Bestäm differensekvationen som ska programmeras när ovanstående regulator implementeras. (1p)

20 Ett system beskrivs med blockschemat nedan. Ställ upp systemet på tillståndsform. Välj utsignalerna från blocken som tillstånd. (3p)

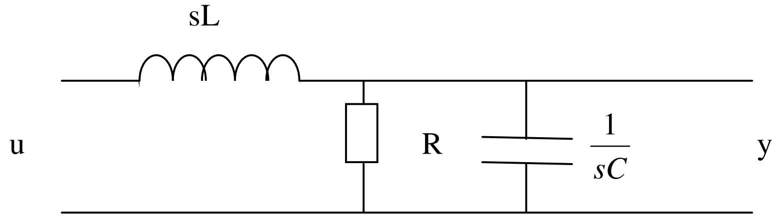


Lösningsförslag till tentamen i Reglerteknik 11-06-09

1-10 Teorifrågor; se lärobok och laborationer

11. $\frac{1}{s} \cdot \frac{3}{1+bs} = \frac{3}{s(1+bs)}$ => stegsvaret $3(1-e^{-\frac{t}{b}})$

12.



$$[R//C] = \frac{R \cdot \frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{R}{1+sRC}$$

$$y = \frac{[R//C]}{sL + [R//C]}u = \frac{\frac{R}{1+sRC}}{sL + \frac{R}{1+sRC}}u = \frac{R}{sL + s^2RLC + R}u = \frac{R}{s^2RLC + sL + R}u$$

$$RLC \cdot \ddot{y} + L\dot{y} + Ry = Ru$$

$$LC \cdot \ddot{y} + \frac{L}{R} \cdot \dot{y} + y = u$$

$$\ddot{y} + \frac{1}{RC} \cdot \dot{y} + \frac{1}{LC} \cdot y = \frac{1}{LC}u$$

$$\ddot{y} + \frac{1}{1}\dot{y} + \frac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-3}}y = \frac{1}{0{,}5 \cdot 10^{-3}}u$$

$$\ddot{y} + \dot{y} + \frac{1}{0{,}0005}y = \frac{1}{0{,}0005}u$$

$$\ddot{y} + \dot{y} + 2000y = 2000u$$

13 Bodediagrammet för slingförstärkningen G_K: ($\omega_\pi \approx 4{,}7\frac{rad}{s}$ och $\omega_c \approx 2{,}1\frac{rad}{s}$) =>

$$A_m \approx \frac{1}{0{,}22} = 4{,}54 ggr \approx 4{,}2dB \text{ och}$$

$$\varphi_m \approx 68^o$$

$$t_r \approx \frac{1{,}4}{2{,}1} = 0{,}67 sekunder$$

$e_o = 0$

14 2) P-regulator med $\varphi_m = 38^o + 11^o = 49^o$

⇨ $A_m = \frac{1}{0,7} \approx 1,43 ggr$ => K = 1,43

(OBS! Bodediagrammets lutning vid låga frekvenser är 1 dekad per dekad. Det finns alltså inget K_{LF})

3)

Efter förstärkning med 1,43 ggr => $\omega_c \approx 2,55 \frac{rad}{sekund}$

För PI-reglering: lämpligt $\omega_b = 0,2 \cdot \omega_C = 0,2 \cdot 2,55 = 0,51 \frac{rad}{sekund} = \frac{1}{T_I}$

⇨ $T_I = \frac{1}{0,51} \approx 1,96 sekund \approx 2s$

$K_p = K = 1,43$

⇨ $G_{PI} = K_p (1 + \frac{1}{T_I \cdot s}) = 1,43 \cdot (1 + \frac{1}{s \cdot 2})$

Uppgift 15

Givet

$G(s) = \dfrac{4}{1+5s}$, $h = 0.2s$

Sökt

Differensekvationen, $y(k) = ay(k-1) + bu(k-1)$, motsvarande den diskretiserade överföringsfunktionen.

Lösning

Enligt formelsamlingen har $\dfrac{K}{1+Ts}$ den steginvarianta diskretiseringen $\dfrac{K(1-e^{-\frac{h}{T}})z^{-1}}{1-e^{-\frac{h}{T}}z^{-1}}$

Vi har $K = 4, T = 5, h = 0.2$ vilket ger $H(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{4(1-e^{-\frac{0.2}{5}})z^{-1}}{1-e^{-\frac{0.2}{5}}z^{-1}} \approx \dfrac{0.16z^{-1}}{1-0.96z^{-1}}$.

Detta ger $Y = \dfrac{0.16z^{-1}}{1-0.96z^{-1}}U$; $Y(1-0.96z^{-1}) = 0.16z^{-1}U$; $Y = 0.96z^{-1}Y + 0.16z^{-1}U$.

Invers z-transformering ger $y(k) = 0.96y(k-1) + 0.16u(k-1)$

Svar

$y(k) = 0.96y(k-1) + 0.16u(k-1)$

Uppgift 16

Givet

$H(z) = \dfrac{2z+3}{z^2 - 0.40z + 0.53}$, insignalen U = enhetspuls.

Sökt

Slutvärdet

Lösning

Enligt formelsamlingen har en enhetspuls z-transformen 1, vilket ger att utsignalen, $Y = \dfrac{2z+3}{z^2-0.40z+0.53} \cdot 1$

Använd slutvärdessatsen:

$$\lim_{k\to\infty} y(k) = \lim_{z\to 1}(z-1)Y(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\cdot\frac{2z+3}{z^2-0.40z+0.53}\cdot 1 = \lim_{z\to 1}\frac{(z-1)(2z+3)}{z^2-0.40z+0.53} =$$

$$\frac{0 \cdot (2+3)}{1 - 0.40 + 0.53} = 0$$

Svar

Slutvärdet är 0

Uppgift 17

Givet

$G(s) = e^{-6s}$, $h = 3s$

Sökt

Den diskretiserade överföringsfunktionen, $H(z)$

Lösning

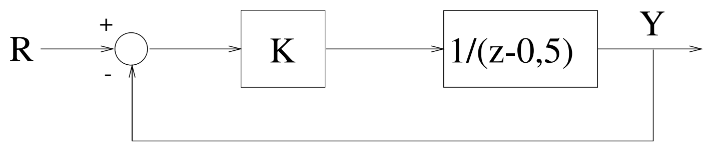
Enligt formelsamlingen har fördröjningen e^{-hs}, där h är samplingsintervallet, den diskreta motsvarigheten z^{-1}. Överföringsfunktionen e^{-6s} motsvarar en fördröjning med två samplingsintervall ($\frac{6}{2} = 3$), den diskreta motsvarigheten är alltså z^{-2}.

Svar

$H(z) = z^{-2}$

Uppgift 18

Givet



Sökt

a) För vilka *positiva* värden på K är systemet ovan stabilt?

b) Vad blir det kvarstående felet, $e0$, i systemet ovan om $K = 0,1$ och börvärdesändringen, R, är ett enhetssteg.

Lösning, deluppgift a

Systemet har överföringsfunktionen $H(z) = \dfrac{K \cdot \dfrac{1}{z-0,5}}{1 + \dfrac{K}{z-0,5}} = \dfrac{K}{z-0,5+K}$

Den karakteristiska ekvationen är $z - 0,5 + K = 0 \Rightarrow z = 0,5 - K$

Systemet är stabilt om $|z| < 1$. Eftersom K måste vara positivt kan z inte bli större än 1. Gränsen för stabilitet sätts alltså av $z = 0,5 - K > -1$; $-K > -1 - 0,5 = -1,5\,;\ K < 1,5$

Lösning, deluppgift b

Använd slutvärdessatsen:

$$\lim_{k\to\infty} y(k) = \lim_{z\to 1}(z-1)Y(z) = \lim_{z\to 1}(z-1)\cdot\frac{K}{z-0,5+K}\cdot\frac{z}{z-1} = [K = 0,1] = \lim_{z\to 1}\frac{0,1z}{z-0.5+0,1} =$$

$$= \frac{0,1}{1-0,5+0,1} = \frac{0,1}{0,6}$$

Det kvarstående felet, $e_0 = 1 - \lim_{k\to\infty} y(k) = 1 - \dfrac{0,1}{0,6} = \dfrac{0,5}{0,6} \approx 0,83$

Svar

a) $K < 1,5$

b) $e_0 \approx 0,83$

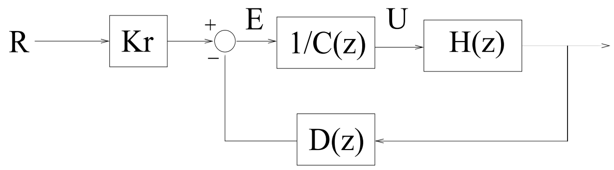
Uppgift 19

Givet

$$H(z) = \frac{2.0z^{-1}}{1-0.90z^{-1}}$$

Sökt

En polplaceringsregulator enligt blockschemat nedan. Alla poler ska ligga i $z = 0.3$.



Lösning, deluppgift a

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{2.0z^{-1}}{1 - 0.90z^{-1}}$$

$$A = (1 - 0.90z^{-1}), \; B = 2.0z^{-1}$$

Gradtalet för önskat karakteristiskt polynom, $n_p = n_a + n_b - 1 = 1 + 1 - 1 = 1$

Gradtalet för C(z), $n_c = n_b - 1 = 1 - 1 = 0$

Gradtalet för D(z), $n_d = n_a - 1 = 1 - 1 = 0$

Placera den enda polen i $z = 0.3 \Rightarrow$ önskat karaktristiskt polynom, $P(z) = 1 - 0.3z^{-1}$

Sätt systemets karakteristiska polynom lika med önskat karaktristiskt polynom:

$$AC + BD = P; \; (1 - 0.90z^{-1}) * 1 + 2.0z^{-1}d_0 = 1 - 0.3z^{-1}$$

$$2.0d_0z^{-1} - 0.90z^{-1} + 1 = 1 - 0.30z^{-1}$$

$$\Rightarrow 2,0d_0 - 0,90 = -0,30; \; 2d_0 = 0,60; \; d_0 = 0,30$$

Slutligen bestäms $K_r = \dfrac{P(1)}{B(1)} = \dfrac{1 - 0.3}{2.0} = 0.35$

Lösning, deluppgift b

$$E = 0.35R - 0,30Y \Rightarrow e(k) = 0.35r(k) - 0.30y(k)$$

$$U = E$$

$$\Rightarrow u(k) = 0.35r(k) - 0.30y(k)$$

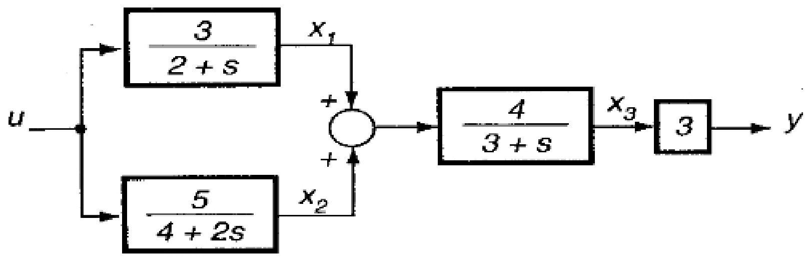
Svar

a) $C(z) = 1$, $D(z) = 0.30$, $K_r = 0.35$, blockschema se ovan

b) $u(k) = 0.35r(k) - 0.30y(k)$

Uppgift 20

Givet



Sökt

Systemet på tillståndsform. Utsignalerna från blocken ska användas som tillstånd.

Lösning

$$\begin{cases} X_1 = \dfrac{3}{2+s} \cdot U \\[2ex] X_2 = \dfrac{5}{4+2s} \cdot U \\[2ex] X_3 = \dfrac{4}{3+s} \cdot (X_1 + X_2) \end{cases} ; \begin{cases} X_1(2+s) = 3U \\ X_2(4+2s) = 5U \\ X_3(3+s) = 4(X_1 + X_2) \end{cases} ; \begin{cases} 2x_1 + x_1' = 3U \\ 4x_2 + 2x_2' = 5U \\ 3x_3 + x_3' = 4x_1 + 4x_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1' = -2x_1 + 3U \\ x_2' = -2x_2 + 2,5U \\ x_3' = -3x_3 + 4x_1 + 4x_2 \end{cases} ; \begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2,5 \\ 0 \end{bmatrix} U$$

Svar

$$\begin{bmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 4 & 4 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2,5 \\ 0 \end{bmatrix} U,\ Y = 3U$$