

Föreläsning 3: Kapitel 6.1-4

Laplace-transformer

Ett OPERATORSYSTEM som gör det lättare att lösa differentialekvationer

- Beteckna tidsderivatan $\frac{d}{dt}$ med s : $\frac{d}{dt} = s (=j\omega)$
 $\Rightarrow$

$$\dot{X} = s \cdot X$$

$$\ddot{X} = s^2 \cdot X$$

$$\ddot{X} = s^3 \cdot X$$

etc

Inversen till derivata är integral:

$$\int_0^t dt = \frac{1}{s}$$

Laplaceformen

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Tabeller över Laplacetransformer

- hittar man bla i Formelsamlingen sid 2 och 2a

Fördröjd funktion med tiden T Dödtid

- motsvarar
exponentialfunktionen

$$e^{-sT}$$

Testsignalerna som opererar på systemen motsvarar multiplikation med följande uttryck In

- Diracpuls = oändligt hög puls med arean 1

$$In = 1$$

- Enhetssteg (dvs med höjd 1)

$$In = \frac{1}{s} \quad (= \text{Heavisides operator})$$

- Enhetsramp = Ramp med lutningen 1

$$In = \frac{1}{s^2}$$

Ytterligare ett par signaler som kan operera på systemen motsvarar multiplikation med följande uttryck
 $\ln$

- Steg med höjden a

$$\ln = \frac{a}{s}$$

- Ramp med lutningen b

$$\ln = \frac{b}{s^2}$$

Partialbråksuppdelning

- är ofta en praktisk metod när operatorerna är lite för komplicerade att direkt slå upp i tabell

Fördröjningssatsen

- kan formuleras på flera sätt, även som följer:

Om $f(t) \cdot \sigma(t)$ motsvarar $F(s)$

så gäller $f(t-T) \cdot \sigma(t-T)$ motsvarar $F(s) \cdot e^{-sT}$

Begynnelsevärdessatsen

- Med $F(s)=T(s)/N(s)$ och
om $\text{grad } T(s) < \text{grad } N(s)$
så gäller

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s)$$

Slutvärdessatsen

- Om alla poler till $s F(s)$ ligger i det vänstra komplexa halvplanet så gäller

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} s \cdot F(s)$$

Dämpningssatsen

- Vanlig vid dämpad svängning, där

$$e^{-at} \cdot f(t) \quad \text{för } t > 0$$

- Om $f(t) \supset F(s)$
så gäller $e^{-at} \cdot f(t) \supset F(s+a)$

Flera räkneregler

- hittar man i kapitel 6
och använder vid problemlösandet

Laplace-hantering

