



FSF3716 Atiyah-Singers Indexats 7,5 hp

The Atiyah-Singer index theorem

Fastställande

Kursplanen gäller från och med VT 2022 enligt skolchefsbeslut: S-2022-0194. Beslutsdatum: 2022-02-04

Betygsskala

P, F

Utbildningsnivå

Forskarnivå

Särskild behörighet

Kurser i funktionalanalys, differentialgeometri, algebraisk topologi, är rekommenderade som förkunskaper, men det är inte strikt nödvändigt att ha läst alla dessa kurser.

Undervisningsspråk

Undervisningsspråk anges i kurstillfällesinformationen i kurs- och programkatalogen.

Lärandemål

Atiyah-Singers Indexats ger en fundamental förbindelse mellan differentialgeometri, partiella differentialekvationer, differentialtopologi, operatoralgebror, och har kopplingar till många andra områden.

Den grundläggande observationen är att indexet av Fredholmoperatorer är en homotopi-invariant. Exempel på sådana Fredholmoperatorer är elliptiska differentialoperatorer på mångfalter. Atiyah-Singers indexsats talar om hur det analytiska indexet av en elliptisk operator kan beräknas i termer av topologiska data för den underliggande mångfalden. Då elliptiska operatorer ofta dyker upp relaterade till geometriska strukturer på mångfalter, ger satsen djupa slutsatser om samband mellan geometri och topologi för mångfalter. Klassiska resultat som satser av Gauss-Bonnet, Hirzebruch, Riemann-Roch kan härledas som specialfall och kommer tas upp i kursen.

Målet för denna doktorandkurs är att förstå Atiyah-Singers indexsats och dess tillämpningar. Målet är också att ge bakgrund i de olika matematikområden som är inblandade, som funktionalanalys; elliptiska differentialoperatorer på mångfalter; Cliffordalgebror, spinorer, Diracoperatorer; vektorbuntar och karaktäristiska klasser.

Detta är en bred doktorandkurs" som är menad att vara tillgänglig och meningsfull för alla doktorander i matematik.

Kursmål är att:

- förstå Atiyah-Singers indexsats och dess tillämpningar
- förstå den nödvändiga bakgrunden i analys, topologi, och geometri

Kursinnehåll

- Indexteori i funktionalanalys.
- Elliptiska operatorer på mångfalter.
- Diracoperatorer.
- Vectorbuntar, karaktäristiska klasser, K-teori.
- Gauss-Bonnets, Hirzebruchs, och Riemann-Rochs satser.
- Atiyah-Singers indexsats.
- Första bevis.
- Bevis genom värmeledningskärnan i detalj.
- Tillämpningar på obstruktioner till positiv skalärkrökning, dimensioner av modulierum, Donaldson- och Seiberg-Witten-invarianter.

Examination

- INL1 - Inlämningsuppgift, 7,5 hp, betygsskala: P, F

Examinator beslutar, baserat på rekommendation från KTH:s handläggare av stöd till studenter med funktionsnedsättning, om eventuell anpassad examination för studenter med dokumenterad, varaktig funktionsnedsättning.

Examinator får medge annan examinationsform vid omexamination av enstaka studenter.

När kurs inte längre ges har student möjlighet att examineras under ytterligare två läsår.

Etiskt förhållningssätt

- Vid grupparbete har alla i gruppen ansvar för gruppens arbete.
- Vid examination ska varje student ärligt redovisa hjälp som erhållits och källor som använts.
- Vid muntlig examination ska varje student kunna redogöra för hela uppgiften och hela lösningen.